

Tentamen: Structuur der materie: subatomaire fysica

Docent: J. F. J. van den Brand en T. G. F. Li

Datum: xx december 2010

Zaal: C1.21???

Tijd: 18:30 - 20.30 uur???

- Vermeld je naam op elke pagina.
- Vermeld je collegenummer.
- Alle benodigde fysische constanten en het quarkmodel zijn te vinden in de bijlage.
- Gebruik van een rekenmachine is toegestaan.
- Alle opgaven hebben hetzelfde gewicht.
- Motiveer je resultaat teneinde een maximale score te bereiken.

Opgave 1. In het volgende beschouwen we de belangrijkste eigenschappen van elementaire deeltjes. Geef een kort antwoord op de vragen en bespreek experimenten indien relevant.

Opgave 1a) Waarom is behoud van baryongetal ingevoerd? Wat is het baryongetal van een (anti)quark?

Opgave 1b) Wat is de spin van een quark en van een gluon? Hoe weten we dat?

Opgave 1c) De leptonen (e, μ, τ) en (ν_e, ν_μ, ν_τ), en de quarks (ud, cs, bt) zijn geordend in drie generaties. Hoe weten we dat het aantal families (of generaties) van deze experimentele deeltjes met hoge waarschijnlijkheid drie is.

Opgave 1d) Geef argumenten waarom quarks een quantumgetal kleur dienen te hebben. Hoe weten we het aantal kleuren?

Opgave 1e) Teken het Feynman diagram voor neutron verval.

Opgave 2. We beschouwen de verhouding R van werkzame doorsneden,

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadronen})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}.$$

Opgave 2a. Maak een schatting van R voor een totale zwaartepuntenergie van 2.8 GeV.

Opgave 2b. Hoe verwacht je dat R zal veranderen als de energie hoog genoeg is om ook b -quarks te produceren?

Opgave 3. Λ -hyperonen worden geproduceerd door een pionenbundel op deuterium te laten botsen. Er vindt dan onder andere de reactie $\pi^+ + n \rightarrow K^+ + \Lambda$ plaats.

Opgave 3a) Welke wisselwerking ligt ten grondslag aan de productie van de Λ -hyperonen?

Opgave 3b) Als het Λ precies langs de bundelrichting (die kiezen we als de z -richting) geproduceerd is, wat zijn dan de mogelijke waarden voor de spin J_z van deze Λ ?

Opgave 3c) We beschouwen de reactie $\pi^+ + n \rightarrow K^+ + \Lambda$. Bereken de drempelwaarde (dat is de minimumwaarde) van de kinetische energie van het pion, voor de productie van een kaon onder een hoek van 90° in het laboratoriumsysteem waarin het neutron in rust is.

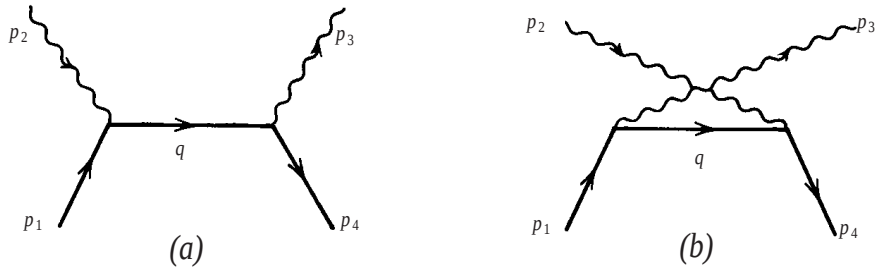
Vervolgens bestuderen we het verval $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ van het Λ -hyperon.

Opgave 3d) De Λ -hyperonen vervallen door de zwakke wisselwerking en schendt dus pariteit (maximaal!). Gegeven de spins en interne pariteiten van het Λ ($\frac{1}{2}^+$), proton ($\frac{1}{2}^+$) en pion (0^-), leg uit wat het baanimpulsmoment L tussen proton en pion dient te zijn.

Opgave 3e) Wat verwacht je voor de hoekverdeling van de vervalproducten ten opzichte van de z -richting?

Opgave 3f) Wat verwacht je voor de hoekverdeling indien $J_\Lambda = \frac{3}{2}$?

Opgave 4. In deze opgave beschouwen we de Feynman regels voor QED.



Figuur 1: Feynmandiagrammen voor Compton verstrooiing $e^-\gamma \rightarrow e^-\gamma$. De horizontale richting komt overeen met een toename van de tijd (van links naar rechts).

Opgave 4a) In Compton verstrooiing botst een foton met golflengte λ op een stilstaand elektron (massa m_e). Na de botsing heeft het foton golflengte λ' en is het verstrooid over een hoek θ . Leid de onderstaande uitdrukking af:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta). \quad (1)$$

Opgave 4b) Figuur 1a toont een Feynmandiagram voor Compton verstrooiing. Gebruik de Feynman regels om de amplitude van diagram (a) te bepalen.

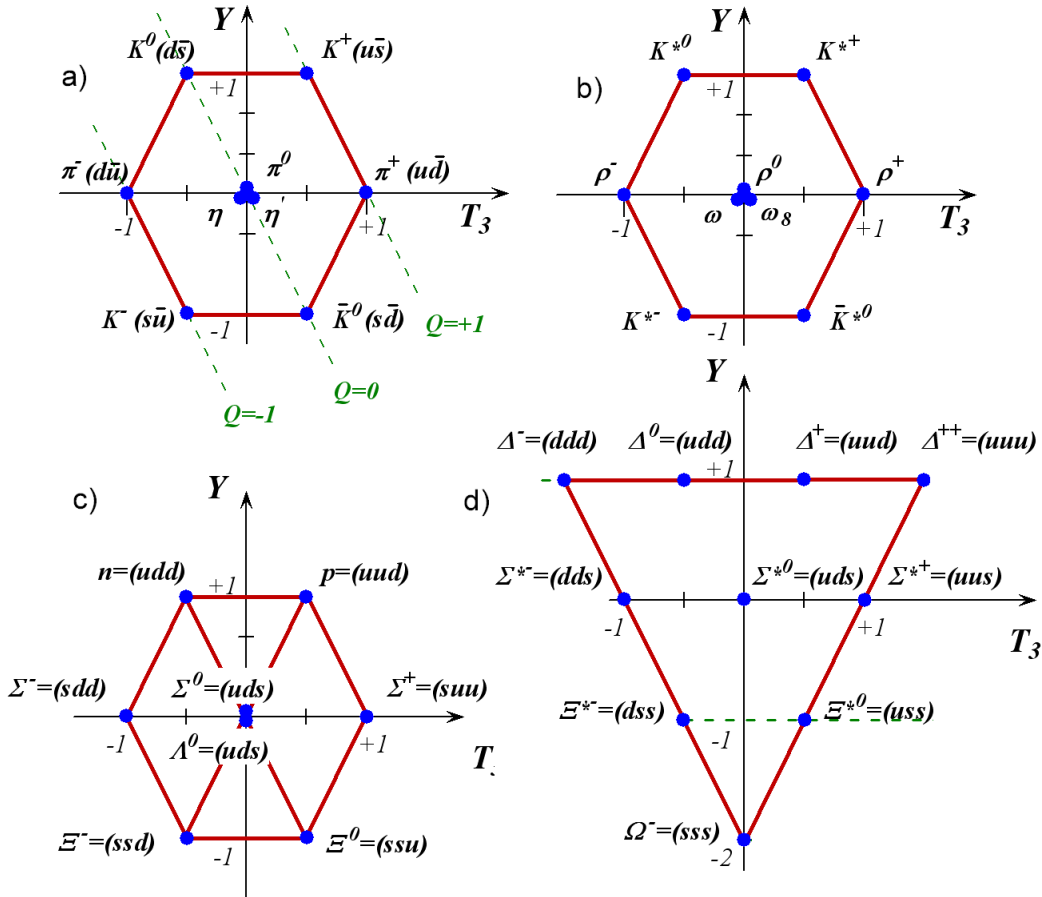
Opgave 4c) Figuur 1b geeft het tweede Feynmandiagram dat in eerste orde bijdraagt tot Compton verstrooiing. Gebruik de Feynman regels om ook de amplitude van diagram (b) te bepalen.

Opgave 4d) Bepaal de totale amplitude voor het (eerste-orde) verstrooiingsproces. Dient er wel of niet een relatief minteken te worden gebruikt?

BIJLAGE: FUNDAMENTELE CONSTANTEN

$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$	lichtsnelheid
$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$	constante van Planck
$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$	lading van het elektron
$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$	massa van het elektron
$m_p = 1.672 \times 10^{-27} \text{ kg}$	massa van het proton
$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$	permittiviteit van het vacuum
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$	permeabiliteit van het vacuum
$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ 1/mol}$	constante van Avogadro
$k = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	constante van Boltzmann

BIJLAGE: QUARKMODEL



Figuur 2: Samenstelling van mesonen en baryonen uit quarks met flavors up, down, en strange in multipletten. Figuur a) toont het $J^\pi = 0^-$ pseudoscalaire meson-octet en meson-singlet; b) de vectormesonen met $J^\pi = 1^-$; c) het baryon-octet met $J^\pi = \frac{1}{2}^+$; d) het baryon-decouplet met $J^\pi = \frac{3}{2}^+$. T_3 is de z -projectie van de isospin en $Y = S$ voor mesonen en $Y = S + 1$ voor baryonen, met S de vreemdheid.

PARTICLE DATA
(Mass in MeV/c²; Lifetime in Seconds; Charge in Units of Proton Charge.)

QUARKS (Spin $\frac{1}{2}$)

	Flavor	Charge	Mass (speculative)		
			Bare	Effective	
				In baryons	In mesons
First generation {	d	$-\frac{1}{3}$	7.5	} 363	310
	u	$+\frac{2}{3}$	4.2		
Second generation {	s	$-\frac{1}{3}$	150	538	483
	c	$+\frac{2}{3}$	1100	1500	
Third generation {	b	$-\frac{1}{3}$	4200	4700	
	t	$+\frac{2}{3}$	>23,000		

LEPTONS (Spin $\frac{1}{2}$)

	Lepton	Charge	Mass	Lifetime	Principal decays
First generation	e	-1	0.511003	∞	—
	ν_e	0	0	∞	—
Second generation	μ	-1	105.659	2.197×10^{-6}	$e\nu_\mu\bar{\nu}_e$
	ν_μ	0	0	∞	—
Third generation	τ	-1	1784	3.3×10^{-13}	$\mu\nu_\tau\bar{\nu}_\mu, e\nu_\tau\bar{\nu}_e, \rho\nu_\tau$
	ν_τ	0	0	∞	—

MEDIATORS (Spin 1)

Mediator	Charge	Mass	Lifetime	Force
gluon	0	0	∞	strong
photon (γ)	0	0	∞	electromagnetic
$W^\pm$	± 1	81,800	unknown	(charged) weak
Z^0	0	92,600	unknown	(neutral) weak
				} electroweak

BARYONS (Spin $\frac{1}{2}$)

Baryon	Quark content	Charge	Mass	Lifetime	Principal decays
$N \begin{cases} p \\ n \end{cases}$	uud udd	+1 0	938.280 939.573	∞ 900	— $p\bar{\nu}_e$
Λ	uds	0	1115.6	2.63×10^{-10}	$p\pi^-, n\pi^0$
Σ^+	uus	+1	1189.4	0.80×10^{-10}	$p\pi^0, n\pi^+$
Σ^0	uds	0	1192.5	6×10^{-20}	$\Lambda\gamma$
Σ^-	dds	-1	1197.3	1.48×10^{-10}	$n\pi^-$
Ξ^0	uss	0	1314.9	2.90×10^{-10}	$\Lambda\pi^0$
Ξ^-	dss	-1	1321.3	1.64×10^{-10}	$\Lambda\pi^-$
Λ_c^+	udc	+1	2281	2×10^{-13}	not established

BARYONS (Spin $\frac{3}{2}$)

Baryon	Quark content	Charge	Mass	Lifetime	Principal decays
Δ	uuu, uud, udd, ddd	+2, +1, 0, -1	1232	0.6×10^{-23}	$N\pi$
Σ^*	uus, uds, dds	+1, 0, -1	1385	2×10^{-23}	$\Lambda\pi, \Sigma\pi$
Ξ^*	uss, dss	0, -1	1533	7×10^{-23}	$\Xi\pi$
Ω^-	sss	-1	1672	0.82×10^{-10}	$\Lambda K^-, \Xi^0\pi^-, \Xi^-\pi^0$

PSEUDOSCALAR MESONS (Spin 0)

Meson	Quark content	Charge	Mass	Lifetime	Principal decays
$\pi^\pm$	$u\bar{d}, d\bar{u}$	+1, -1	139.569	2.60×10^{-8}	$\mu\nu_\mu$
π^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	134.964	8.7×10^{-17}	$\gamma\gamma$
$K^\pm$	$u\bar{s}, s\bar{u}$	+1, -1	493.67	1.24×10^{-8}	$\mu\nu_\mu, \pi^\pm\pi^0, \pi^\pm\pi^+\pi^-$
$K^0, \bar{K}^0$	$d\bar{s}, s\bar{d}$	0, 0	497.72	$\begin{cases} K_S^0 0.892 \times 10^{-10} \\ K_L^0 5.18 \times 10^{-8} \end{cases}$	$\pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$
η	$(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$	0	548.8	7×10^{-19}	$\pi e\nu_e, \pi\mu\nu_\mu, \pi\pi\pi$
η'	$(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$	0	957.6	3×10^{-21}	$\gamma\gamma, \pi^0\pi^0\pi^0, \pi^+\pi^-\pi^0$
$D^\pm$	$c\bar{d}, d\bar{c}$	+1, -1	1869	9×10^{-13}	$\eta\pi\pi, \rho^0\gamma$
$D^0, \bar{D}^0$	$c\bar{u}, u\bar{c}$	0, 0	1865	4×10^{-13}	$K\pi\pi$
$F^\pm$ (now $D_s^\pm$)	$c\bar{s}, s\bar{c}$	+1, -1	1971	3×10^{-13}	$K\pi\pi$
$B^\pm$	$u\bar{b}, b\bar{u}$	+1, -1	5271	14×10^{-13}	not established
$B^0, \bar{B}^0$	$d\bar{b}, b\bar{d}$	0, 0	5275		$D + ?$
η_c	$c\bar{c}$	0	2981	6×10^{-23}	$KK\pi, \eta\pi\pi, \eta'\pi\pi$

VECTOR MESONS (Spin 1)

Meson	Quark content	Charge	Mass	Lifetime	Principal decays
ρ	$u\bar{d}, d\bar{u}, (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	+1, -1, 0	770	0.4×10^{-23}	$\pi\pi$
K^*	$u\bar{s}, s\bar{u}, d\bar{s}, s\bar{d}$	+1, -1, 0, 0	892	1×10^{-23}	$K\pi$
ω	$(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$	0	783	7×10^{-23}	$\pi^+\pi^-\pi^0, \pi^0\gamma$
ϕ	$s\bar{s}$	0	1020	20×10^{-23}	$K^+K^-, K^0\bar{K}^0$
J/ψ	$c\bar{c}$	0	3097	1×10^{-20}	$e^+e^-, \mu^+\mu^-, 5\pi, 7\pi$
D^*	$c\bar{d}, d\bar{c}, c\bar{u}, u\bar{c}$	+1, -1, 0, 0	2010	$>1 \times 10^{-22}$	$D\pi, D\gamma$
Υ	$b\bar{b}$	0	9460	2×10^{-20}	$\tau^+\tau^-, \mu^+\mu^-, e^+e^-$

PAULI MATRICES

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + i\epsilon_{ijk} \sigma_k; \quad [\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk} \sigma_k; \quad \{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}$$

$$(\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma})(\mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}); \quad e^{i\boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{\sigma}} = \cos \theta + i\hat{\boldsymbol{\theta}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \sin \theta$$

DIRAC MATRICES

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}; \quad g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Product rules and trace theorems: see Appendix C.

DIRAC EQUATION

$$i\hbar\gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc\psi = 0$$

$$(\not{p} - mc)u = 0; \quad (\not{p} + mc)v = 0$$

$$\bar{u}(\not{p} - mc) = 0; \quad \bar{v}(\not{p} + mc) = 0$$

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0; \quad \bar{\Gamma} = \gamma^0 \Gamma^\dagger \gamma^0; \quad \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 = \gamma^{\mu\dagger}$$

FEYNMAN RULES

EXTERNAL LINES

Spin 0:	(Nothing)
Spin $\frac{1}{2}$:	$\begin{cases} \text{Incoming particle: } u \\ \text{Incoming antiparticle: } \bar{v} \\ \text{Outgoing particle: } \bar{u} \\ \text{Outgoing antiparticle: } v \end{cases}$
Spin 1:	$\begin{cases} \text{Incoming: } \epsilon^\mu \\ \text{Outgoing: } \epsilon^{\mu*} \end{cases}$

PROPAGATORS

Spin 0:	$\frac{i}{q^2 - (mc)^2}$
Spin $\frac{1}{2}$:	$\frac{i(\not{q} + mc)}{q^2 - (mc)^2}$
Spin 1:	$\begin{cases} \text{Massless: } \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \\ \text{Massive: } \frac{-i[g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / (mc)^2]}{q^2 - (mc)^2} \end{cases}$