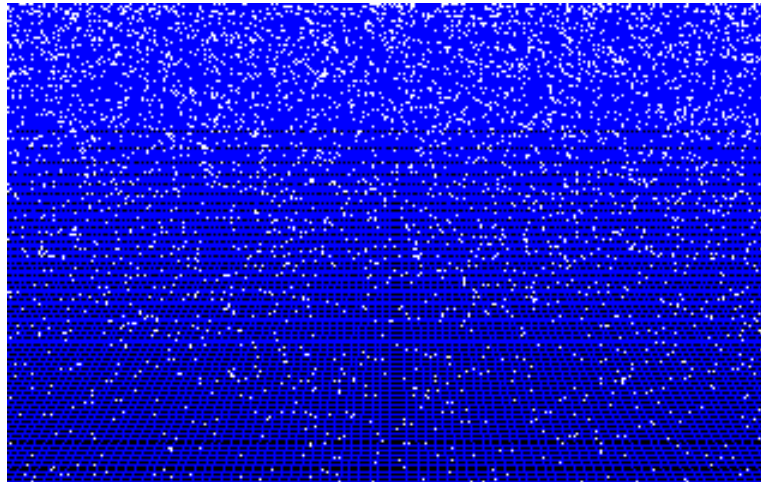


Kernenergie

HOVO cursus



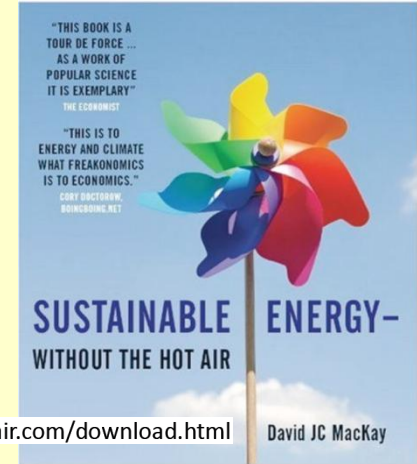
Jo van den Brand en Gideon Koekoek

www.nikhef.nl/~jo/energie

1 november 2011

Inhoud

- **Jo van den Brand**
 - Email: jo@nikhef.nl URL: www.nikhef.nl/~jo/energie
 - 0620 539 484 / 020 598 7900, Kamer T2.69
- **Gideon Koekoek**
 - Email: gkoekoek@nikhef.nl
- **Dictaat**
 - Werk in uitvoering
- **Boeken**
 - Energy Science, John Andrews & Nick Jelley
 - Sustainable Energy – without the hot air, David JC MacKay
 - Elmer E. Lewis, Fundamentals of Nuclear Reactor Physics
- **Inhoud van de cursus**
 - Week 1 Motivatie, exponentiële groei, CO2 toename, broeikasteffect, klimaat
 - Week 2 Energieverbruik: transport, verwarming, koeling, verlichting, landbouw, veeteelt, fabricage
 - Week 3 Energie, thermodynamica
 - Week 4 Entropie, enthalpie, Carnot, Otto, Rankine processen, informatie
 - Week 5 Kernenergie: kernfysica, splijting
 - Week 6 Kernenergie: reactorfysica
 - Week 7 Kernenergie: maatschappelijke discussie (risico's, afval), kernfusie
 - Week 8 Energiebronnen: fossiele brandstoffen (olie, gas, kolen), wind, zon (PV, thermisch, biomassa), waterkracht, geothermisch
 - Week 9 Fluctuaties: opslag (batterijen, water, waterstof), transport van energie, efficiëntie
 - Week 10 Energie: scenario's voor Nederland, wereld, fysieke mogelijkheden, politiek, ethische vragen, economische aspecten



Gratis te downloaden

Reactorfysica: neutron interacties

Werkzame doorsnede bepaalt de waarschijnlijkheid dat een reactie verloopt

Effectief oppervlak van een kern σ zoals gezien door neutron

Een bundel neutronen beweegt met snelheid v in de x -richting

De bundel bevat n neutronen per cm^3

De intensiteit van de bundel is $I = nv$ in $[\# / \text{cm}^2 / \text{s}]$

De bundelintensiteit op diepte x in het materiaal is $I(x)$

Neutronen worden verstrooid of geabsorbeerd

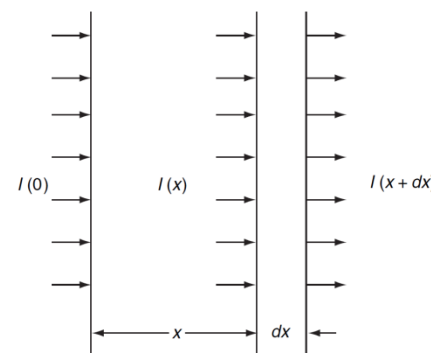
Het materiaal bevat N kernen per cm^3

In dikte dx bevinden zich dan Ndx kernen per cm^2

Voor neutronen is dan de fractie $N\sigma dx$ van het oppervlak geblokkeerd

Dan geldt

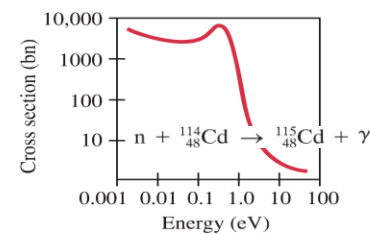
$$I(x + dx) = (1 - N\sigma dx)I(x) \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{dx} I(x) = -N\sigma I(x) \quad \longrightarrow \quad I(x) = I(0)e^{-N\sigma x}$$



Microscopische werkzame doorsnede σ in $[\text{cm}^2]$

Macroscopische werkzame doorsnede $\Sigma = N\sigma$ in $[\text{cm}^{-1}]$

Eenheid 1 barn (bn) = 10^{-28} m^2



Waarschijnlijkheidsinterpretatie

Er geldt $\frac{d}{dx} I(x) = -N\sigma I(x)$  $\frac{dI(x)}{I(x)} = -N\sigma dx = -\Sigma dx$

Aantal neutronen dat botst in dx is $-dI(x)$

Dat is een fractie van het aantal neutronen $I(x)$ dat in x is aangekomen zonder te botsen

De waarschijnlijk dat een neutron dat nog *niet* gebotst heeft tot x , *wel* zal botsen in dx , wordt dus gegeven door Σdx

Evenzo is $I(x) / I(0) = \exp(-\Sigma x)$ de fractie neutronen die afstand x hebben afgelegd zonder te botsen

Dit kan geïnterpreteerd worden als de waarschijnlijkheid dat een neutron een afstand x aflegt zonder te botsen

De kans $p(x)dx$ dat een neutron zijn eerste botsing maakt in dx is het product

$$p(x)dx = \Sigma e^{-\Sigma x} dx$$

De *gemiddelde vrije weglengte* is de gemiddelde afstand die een neutron tussen botsingen aflegt

$$\lambda = \int_0^{\infty} x p(x) dx = \int_0^{\infty} x \Sigma e^{-\Sigma x} dx = 1 / \Sigma$$

De *uncollided flux* is $\phi_u(x) = I(x) = v n_u(x)$

Mengsels (en moleculen) van nucleïden

Macroscopische werkzame doorsnede $\Sigma = N\sigma$ in $[\text{cm}^{-1}]$

Getal van Avogadro: $N_A = 6.023 \times 10^{23}$

Aantal atomen: mN_A/A met m in gram

Dan geldt $N = \rho N_A/A$ met ρ in gram/cm^3



$$\Sigma = N\sigma = \frac{\rho N_A}{A} \sigma$$

Definieer N^i/N als *atomaire fractie* van isotoop met atomair gewicht A_i

Atomair gewicht van een mengsel is dan

$$A = \sum_i \left(N^i / N \right) A_i \quad \text{met} \quad N = \sum_i N^i$$

De macroscopische werkzame doorsnede van het mengsel is dan

$$\Sigma = \frac{\rho N_A}{A} \sum_i \frac{N^i}{N} \sigma^i = N^1 \sigma^1 + N^2 \sigma^2 + \dots$$

Als de materialen in *volume fracties*

gecombineerd zijn, geldt $\Sigma = \sum_i (V_i / V) N_i \sigma^i$, met $N_i = \rho_i N_A / A_i$ en $V = \sum_i V_i$

Voor combinaties in *massa fracties* geldt

$$\Sigma = \sum_i \left(M_i / M \right) \frac{\rho N_A}{A_i} \sigma^i, \quad \text{met} \quad M = \sum_i M_i$$

Voorbeeld

Legering

An alloy is composed of 95% aluminum and 5% silicon (by weight). The density of the alloy is 2.66 g/cm³. Properties of aluminum and silicon are shown below.

Element	Gram Atomic Weight	σ_a (barns)	σ_s (barns)
Aluminum	26.9815	0.23	1.49
Silicon	28.0855	0.16	2.20



absorptie
verstrooiing

Atomaire dichtheden

$$N_{Al} = \frac{\rho_{Al} N_A}{M_{Al}}$$

$$= \frac{0.95 \left(2.66 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \left(6.022 \times 10^{23} \frac{\text{atoms}}{\text{mole}} \right)}{26.9815 \frac{\text{g}}{\text{mole}}}$$

$$= 5.64 \times 10^{22} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3}$$

$$N_{Si} = \frac{\rho_{Si} N_A}{M_{Si}}$$

$$= \frac{0.05 \left(2.66 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \left(6.022 \times 10^{23} \frac{\text{atoms}}{\text{mole}} \right)}{28.0855 \frac{\text{g}}{\text{mole}}}$$

$$= 2.85 \times 10^{21} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3}$$

Macr. werkz. doorsn.



$$\Sigma_a = N_{Al} \sigma_{a,Al} + N_{Si} \sigma_{a,Si}$$

$$= \left(5.64 \times 10^{22} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3} \right) (0.23 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) + \left(2.85 \times 10^{21} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3} \right) (0.16 \times 10^{-24} \text{ cm}^2)$$

$$= 0.0134 \text{ cm}^{-1}$$

$$\Sigma_s = N_{Al} \sigma_{s,Al} + N_{Si} \sigma_{s,Si}$$

$$= \left(5.64 \times 10^{22} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3} \right) (1.49 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) + \left(2.85 \times 10^{21} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3} \right) (2.20 \times 10^{-24} \text{ cm}^2)$$

$$= 0.0903 \text{ cm}^{-1}$$

VWL

$$\lambda_a = \frac{1}{\Sigma_a}$$

$$= \frac{1}{0.01345 \text{ cm}^{-1}}$$

$$= 74.3 \text{ cm}$$

$$\lambda_s = \frac{1}{\Sigma_s}$$

$$= \frac{1}{0.0903 \text{ cm}^{-1}}$$

$$= 11.1 \text{ cm}$$

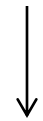


Reactiesoorten

Werkzame doorsnede voor verschillende reacties

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$$

Totaal: verstrooiing + absorptie



$$\sigma_a = \sigma_\gamma + \sigma_f$$

Absorptie: invangst en gamma emissie + splijting

$$\sigma_s = \sigma_n + \sigma_{n'}$$

Verstrooiing : elastisch + inelastisch

Gegeven een botsing is σ_s/σ_t de waarschijnlijkheid dat het neutron verstrooid wordt, terwijl σ_a/σ_t de kans is dat hij wordt geabsorbeerd.

Gegeven dat een neutron geabsorbeerd wordt, is σ_γ/σ_a de waarschijnlijkheid dat het neutron ingevangen, terwijl σ_f/σ_a de kans dat er splijting optreedt.

Macroscopische werkzame doorsneden $\Sigma_x = N\sigma_x$ met $x = s, a, \gamma, f$

Ook geldt bijvoorbeeld $\Sigma_t = \Sigma_s + \Sigma_a$

Energie van neutronen

Kernsplijting produceert neutronen met een energiespectrum

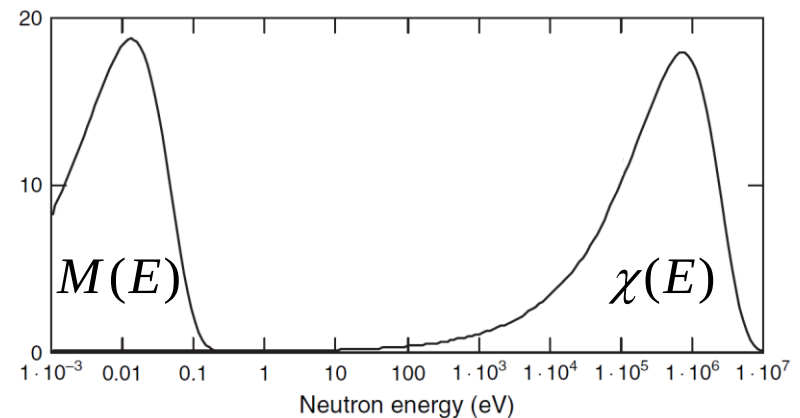
$$\chi(E) = 0.453e^{-1.036E} \sinh(\sqrt{2.29E}), \text{ met } E \text{ in MeV}$$

Er geldt
$$\int_0^{\infty} \chi(E) dE = 1$$

Gemiddelde energie is ongeveer 2 MeV

Meest waarschijnlijke energie 0.75 MeV

Energie > 10 MeV komt praktisch niet voor in een reactor



Gemiddelde kinetische energie kT van kernen bij kamertemperatuur (293.61 K) is 0.0253 eV (eigenlijk $3/2 kT$ gebruiken)

Na veel botsingen en zonder absorptie zouden neutronen thermisch worden

Dan is de Maxwell-Boltzmann verdeling van toepassing

$$M(E) = \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{E} e^{-E/kT} \quad \int_0^{\infty} M(E) dE = 1$$

$E < 1$ meV komt bijna niet voor

We onderscheiden *thermische* (1 meV – 1 eV), *snelle* (0.1 – 10 MeV), en *epithermische* neutronen

Verstrooiing aan waterstof

Werkzame doorsnede voor verstrooiing van neutronen aan een enkel proton

Er is geen resolutie voor interne structuur: dus geen inelastische verstrooiing

Werkzame doorsnede voor elastische verstrooiing

Biljartballen botsingen met kinetisch energiebehoud

Ook wel *potentiaal verstrooiing* genoemd (omdat het neutron van het oppervlak verstrooit)

Treedt op bij alle kernen en heeft een waarde consistent met de grootte van de kern

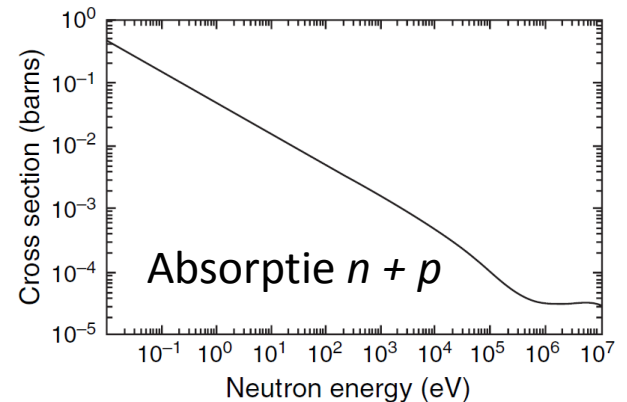
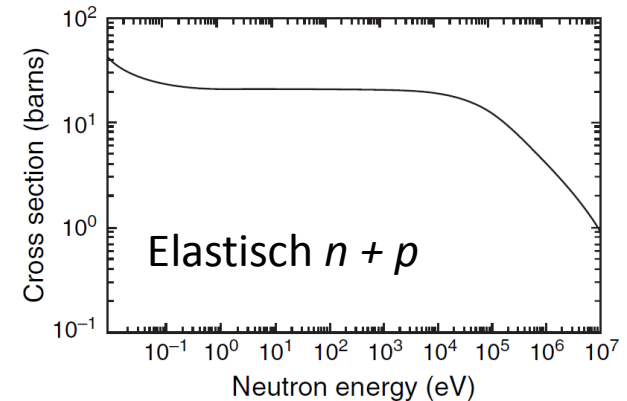
$$R = 1.25 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm}$$

Splijting treedt niet op, maar neutronen kunnen wel ingevangen worden

Werkzame doorsnede voor absorptie is evenredig met $1/\sqrt{E} \sim 1/v$

Er geldt $\sigma_t(E) \approx \sigma_s + \sqrt{E_0/E} \sigma_a(E_0)$

Deuterium en helium hebben analoog gedrag, maar verstrooiing is iets groter, en absorptie kleiner



Compound kernen

Reactie $n + A \rightarrow (A+1)^*$ (een tussenkern in aangeslagen toestand)

De excitatie-energie E^* komt deels van de kinetische energie van het neutron

Impulsbehoud $mv = (m + Am)V$

Hierbij gaat kinetische energie verloren

$$\Delta E_{ke} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(m + Am)V^2 = \frac{A}{1+A} \frac{1}{2}mv^2 = E_{COM}$$

Bindingsenergie E_B van het neutron levert tweede bijdrage tot E^*

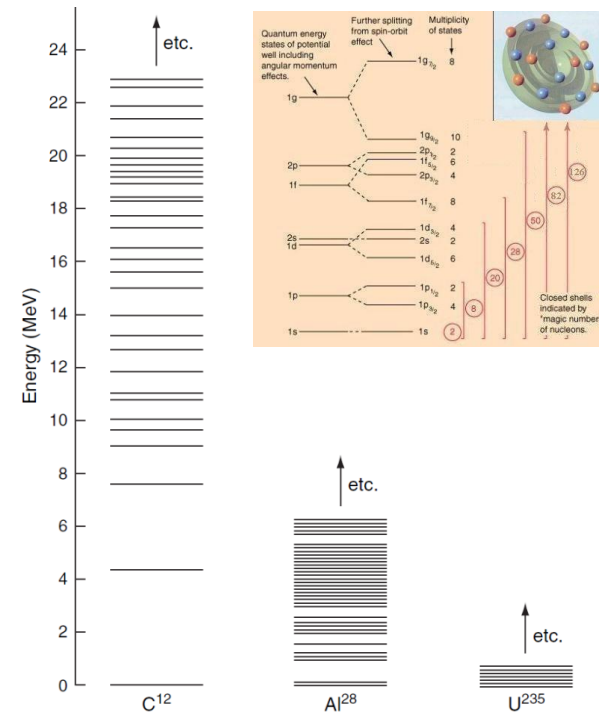
De aangeslagen compound kern kan de-exciteren door

1. $(A+1)^* \rightarrow n + A$, in feite elastische verstrooiing
2. $(A+1)^* \rightarrow (A+1) + \text{gamma's}$, capture vormt een isotoop
3. $(A+1)^* \rightarrow n + A + \text{gamma's}$, inelastische verstrooiing
4. $(A+1)^* \rightarrow \text{splijting}$

Nucleonen in een kern vormen quantumtoestanden

De kans op vorming van compound kern neemt toe als de excitatie-energie geleverd door het neutron correspondeert met een quantumtoestand in die kern

Zware kernen hebben meer energietoestanden



Resonanties

Elke kern heeft zijn unieke resonatiestructuur

Laagste resonantie bij

2 MeV in koolstof-12

400 keV in zuurstof-16

3 keV in natrium-23

6.6 eV in uranium-238

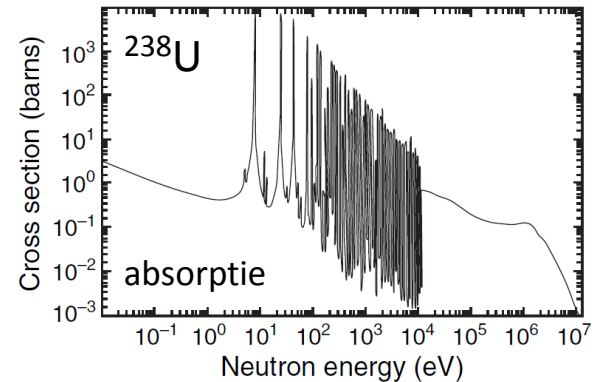
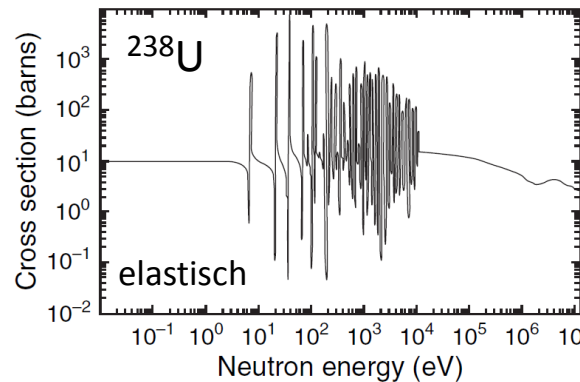
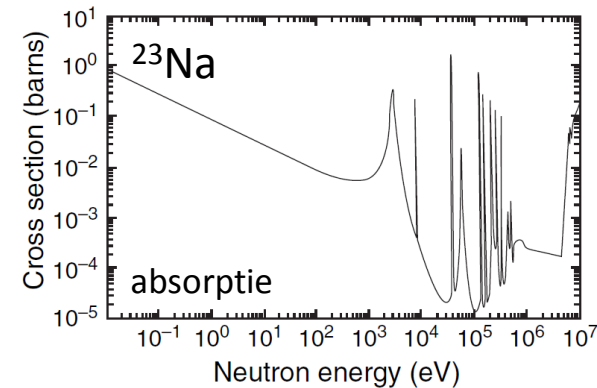
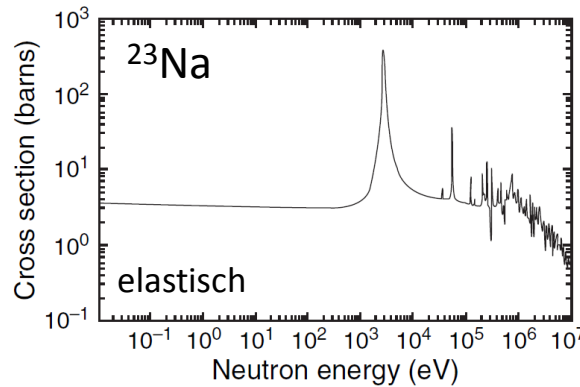
Spacing groter bij lichte kernen en ratio capture tot verstrooiing is kleiner

Resonanties in uranium kunnen niet meer onderscheiden worden voor $E > 10$ keV

Breit-Wigner formule voor capture

Elastische verstrooiing

Verder $\Gamma = \Gamma_\gamma + \Gamma_n$



$$\sigma_\gamma(E) = \sigma_o \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma} \left(\frac{E_r}{E} \right)^{1/2} \frac{1}{1 + 4(E - E_r)^2 / \Gamma^2}$$

$$\sigma_n(E) = \sigma_o \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \frac{1}{1 + 4(E - E_r)^2 / \Gamma^2} + \sigma_o \frac{2R}{\lambda_o} \frac{2(E - E_r) / \Gamma}{1 + 4(E - E_r)^2 / \Gamma^2} + 4\pi R^2$$

Dopplerverbreeding

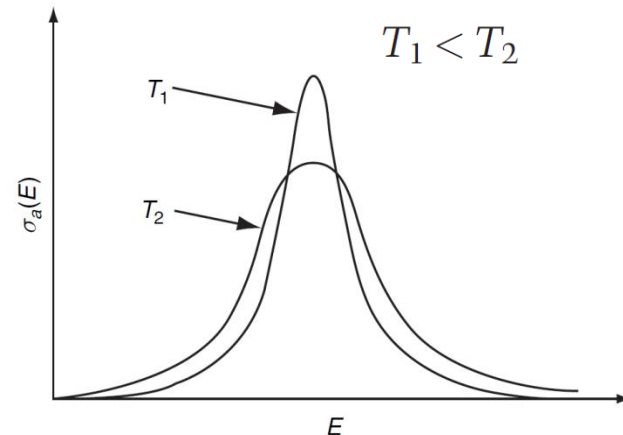
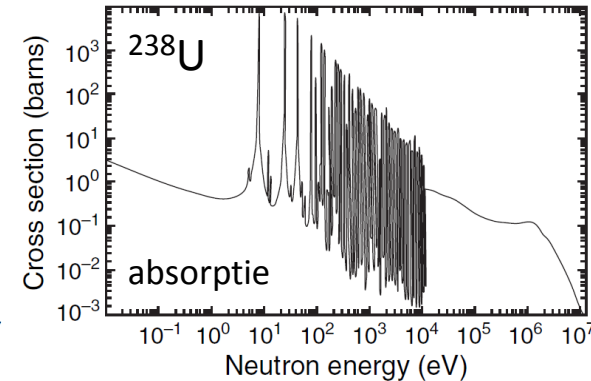
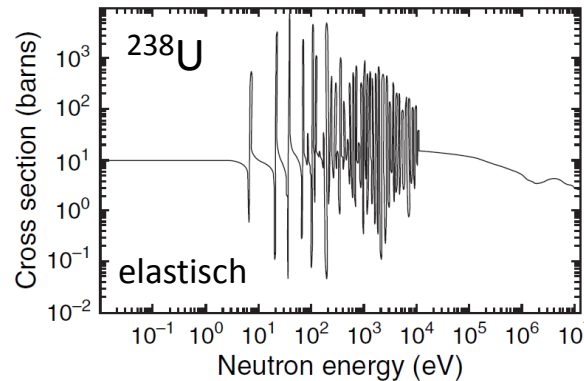
De werkzame doorsneden verwaarlozen de beweging van de kernen (thermisch)

We moeten middelen over de Maxwell-Boltzmann verdeling van snelheden van de kernen

Hierdoor worden de pieken uitgesmeerd: pieken worden lager en breder

De uitsmeren wordt belangrijker bij toenemende temperatuur

Dopplerverbreeding levert negatieve temperatuur feedback en draagt bij tot de stabiliteit van reactoren



Drempelwaarden

Inelastische verstrooiing heeft een drempelwaarde: energie is nodig om een quantumtoestand aan te slaan en om het neutron weer te emitteren

Zware kernen hebben meer quantumconfiguraties

Drempelwaarde voor inelastische verstrooiing neemt af met toenemende A

Drempelenergie

4.8 MeV voor koolstof-12

6.4 MeV voor zuurstof-16

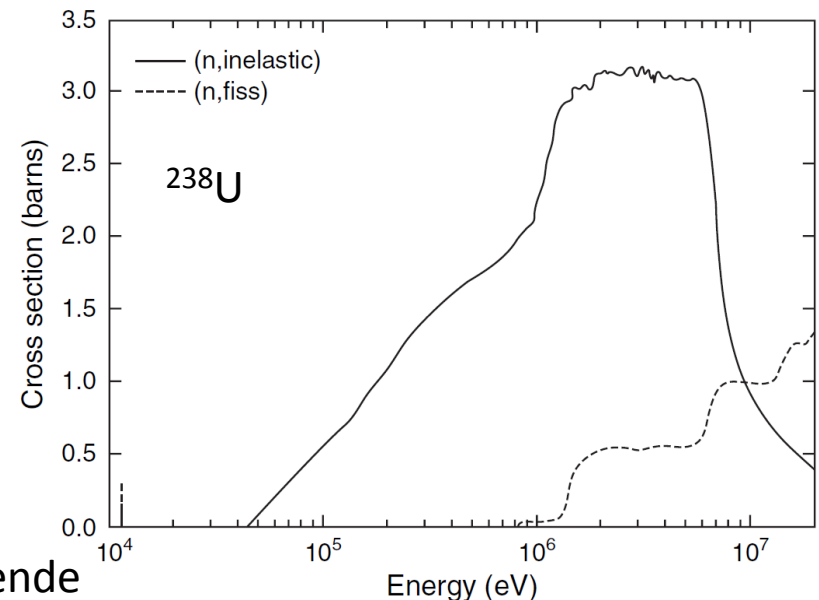
0.04 MeV voor uranium-238

Inelastische verstrooiing is onbelangrijk voor lichte kernen in een reactor

Fertile materiaal heeft ook een drempelwaarde voor splijting

Splijting treedt op in uranium-238 voor neutronen met energie groter dan 1 MeV

Drempels voor andere excitaties liggen voldoende hoog en kunnen verwaarloosd worden



Splijtbaar materiaal

Neutronen van *elke* energie veroorzaken splijting in *fissile* materiaal

Uranium-235 is het enige in de natuur voorkomend fissile materiaal

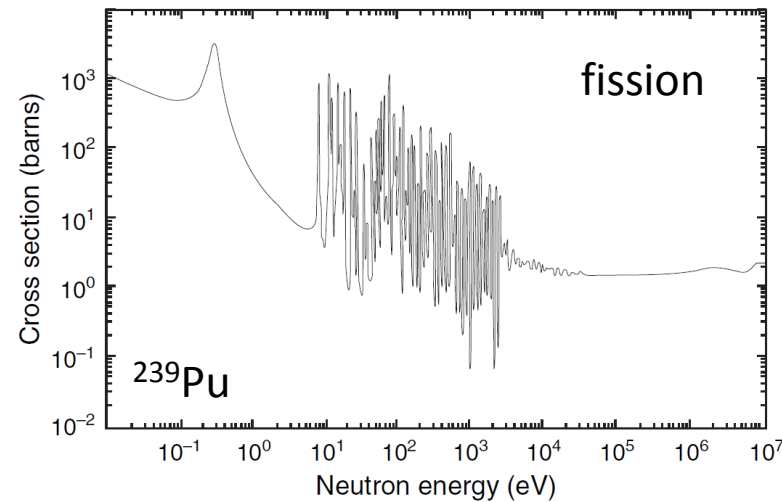
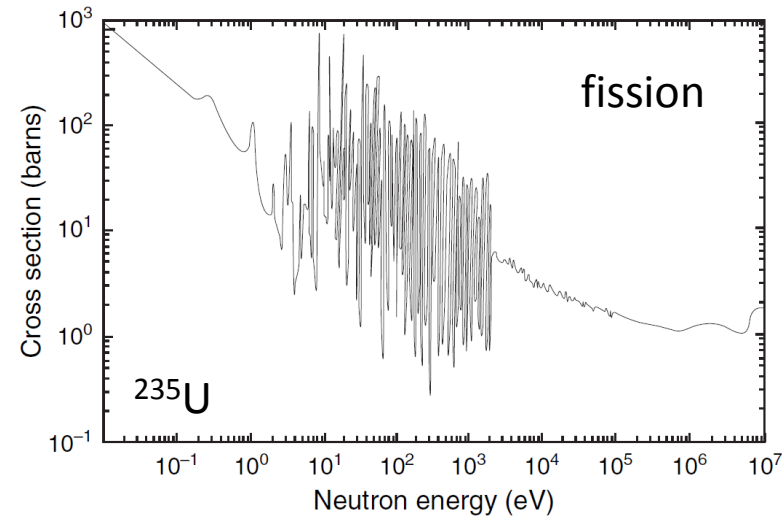
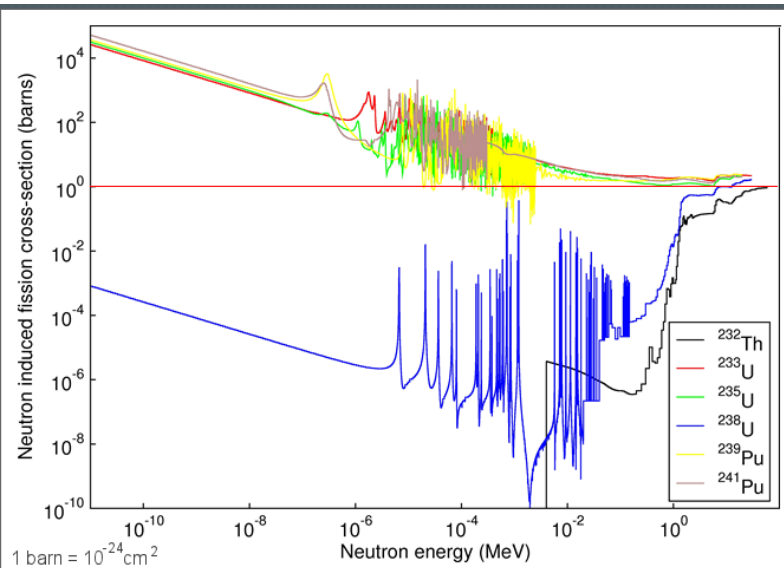
Plutonium-239 en -241, en uranium-233 zijn kunstmatig fissile materiaal

Fertile materiaal

Natuurlijk: uranium-238 en thorium-232

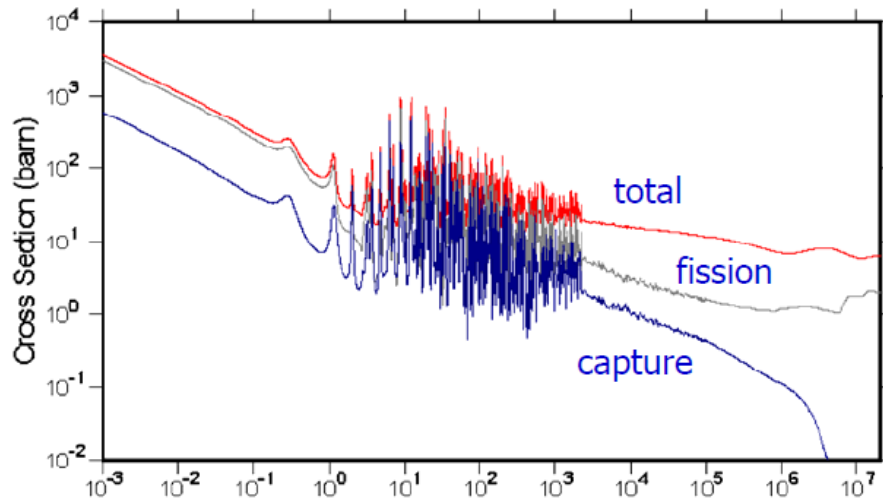
Kunstmatig: plutonium-240

Fission cross sections lijken op elkaar



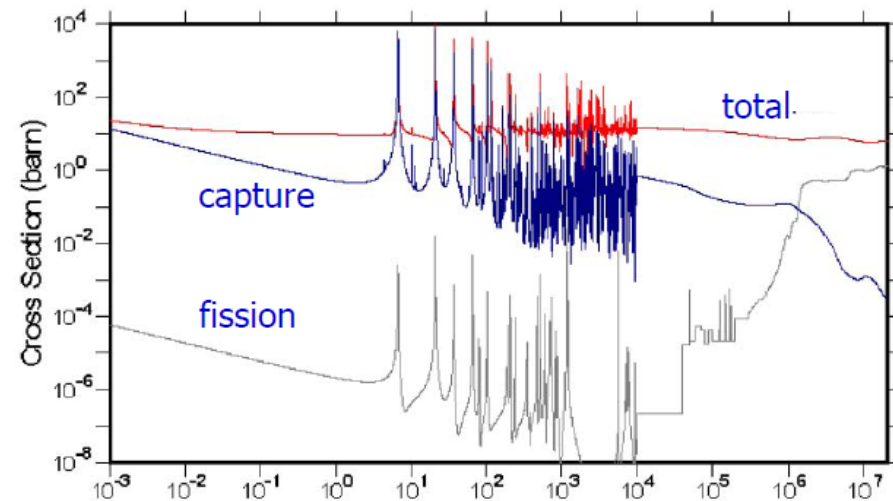
Isotopen natuurlijk uranium

^{235}U



Neutron energy / eV

^{238}U



Neutron energy / eV

Werkzame doorsnede voor kernsplijting is groter voor ^{235}U

Werkzame doorsnede is groot voor thermische neutronen.
Een *moderator* is nodig om neutronen thermisch te maken

Fuel tablets



Composition of:
5% ^{235}U
95% ^{238}U
(0.7% ^{235}U in natural ore)

Verstrooiing van neutronen

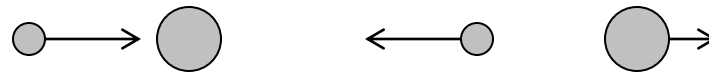
In reactor wordt energiespectrum van neutronen bepaald door competitie tussen verstrooiing en absorptie reacties

Energie degradatie treedt op door botsingen (neutron slow down)

In een medium waar de ratio van verstrooiing en absorptie werkzame doorsnede groot is, zullen neutronen een soft thermisch spectrum hebben

Kleine ratio levert hard spectrum

Elastische verstrooiing:



Voorbeeld: frontale botsing

$$\left. \begin{aligned} mv &= mv' + (Am)V \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}(Am)V^2 \end{aligned} \right\} \alpha = \frac{E'}{E} = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2$$

Algemeen is de waarschijnlijkheidsverdeling

$$p(E \rightarrow E')dE' = \begin{cases} \frac{1}{(1-\alpha)E} dE', & \alpha E \leq E' \leq E, \\ 0 & \text{anders} \end{cases} \quad \text{en} \quad \alpha = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2$$

Maximum energieverlies:

2% in een botsing met ^{238}U
100% voor met een proton

Voorbeelden:

$$^1\text{H} (A = 1), \alpha = 0, 0 < E' < E$$

$$^{12}\text{C} (A = 12), \alpha = 0.72, 0.72E < E' < E$$

$$^{238}\text{U} (A = 238), \alpha = 0.98, 0.98E < E' < E$$

Modereren van neutronen

Een *moderator* is reactor materiaal dat als doel heeft om neutronen thermisch te maken (in zo min mogelijk botsingen, zonder deze te absorberen).

Materialen met lage A worden gebruikt

Een moderator heeft drie wenselijke eigenschappen:

- Grote werkzame doorsnede voor verstrooiing
- Kleine werkzame doorsnede voor absorptie
- Groot energieverlies per botsing

Slowing down decrement: $\xi \equiv \overline{\ln(E/E')} = \int \ln(E/E') p(E \rightarrow E') dE'$
gemiddeld relatief verlies

We vinden

$$\xi = \int_{\alpha E}^E \ln(E/E') \frac{1}{(1-\alpha)E} dE' = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} A=1 &\rightarrow \xi=1 \\ A>1 &\quad \xi \approx \frac{2}{A + \frac{2}{3}} \end{aligned}$$

Aantal elastische botsingen nodig om een neutron te modereren

$$\frac{E_0}{E_n} = \left(\frac{E_0}{E'} \right)^n \rightarrow n = \frac{1}{\xi} \ln(E_0/E_n)$$

Voorbeelden:

$$^1\text{H} (A=1), \alpha=0, \xi=1, E/E' = e^1 = 2.72, \bar{E}' = 0.37E, n = \ln(2e6/0.025)/1=18$$

$$^{12}\text{C} (A=12), \alpha=0.72, \xi=0.16, E/E' = e^{0.16} = 1.17, \bar{E}' = 0.85E, n = \ln(2e6/0.025)/0.16=114$$

$$^{238}\text{U} (A=238), \alpha=0.98, \xi=0.0084, E/E' = e^{0.0084} = 1.01, \bar{E}' = 0.99E, n = \ln(2e6/0.025)/0.0084=2275$$

Verlies onafhankelijk van energie

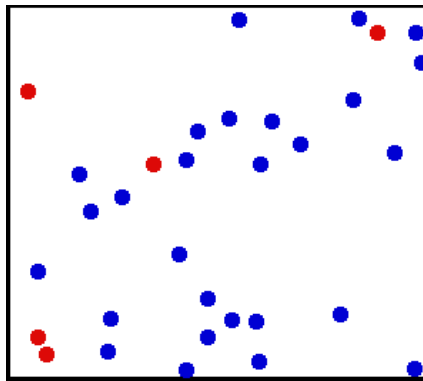
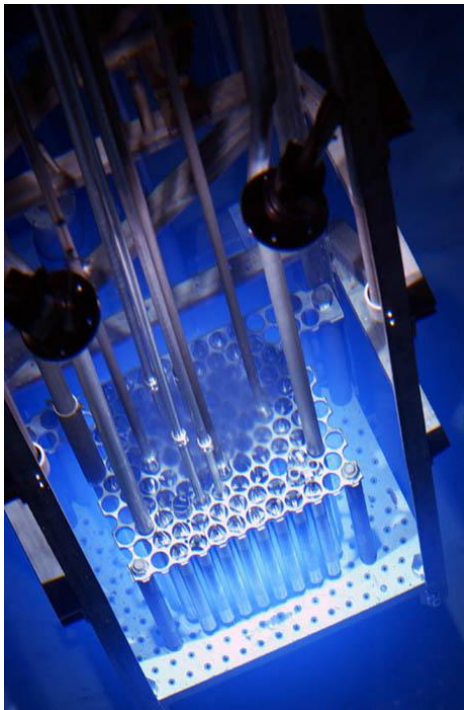
Reactortheorie: moderatoren

Macroscopic slowing down power (MSDP) is het product of het gemiddelde logaritmisch energieverlies en macroscopische werkzame doorsnede voor verstrooiing

$$MSDP = \xi \Sigma_s$$

De *moderating ratio* (MR) is de ratio van de macroscopic slowing down power en de macroscopische werkzame doorsnede voor absorptie

$$MR = \frac{\xi \Sigma_s}{\Sigma_a}$$



Moderating Properties of Materials				
Material	ξ	Number of Collisions to Thermalize	Macroscopic Slowing Down Power	Moderating Ratio
H ₂ O	0.927	19	1.425	62
D ₂ O	0.510	35	0.177	4830
Helium	0.427	42	9×10^{-6}	51
Beryllium	0.207	86	0.154	126
Boron	0.171	105	0.092	0.00086
Carbon	0.158	114	0.083	216

Neutron energieverdelingen

Neutron energieverdelingen

De *vermenigvuldigingsfactor* k is de verhouding van splijtingsneutronen geboren in generatie $i+1$ tot die in i

Neutronen worden geboren in fission, ondergaan botsingen, en verwijden door absorptie

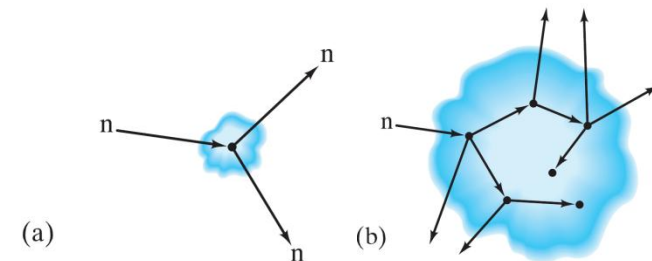
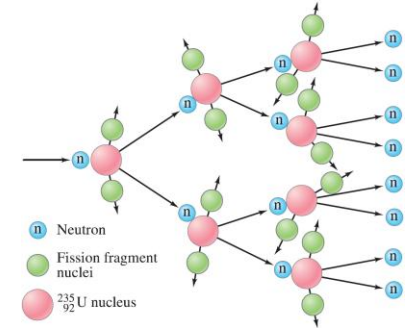
We gaan vermenigvuldiging k beschrijven door werkzame doorsneden te middelen over neutronen energie

Vereenvoudigingen:

Neutronen ontstaan allemaal instantaan in splijting (geen delayed neutrons)

Verwaarlozen de eindige afmetingen van reactor en stellen $k = k_{\infty} P_{NL}$ met k_{∞} de vermenigvuldigingsfactor voor een oneindig grote reactor en P_{NL} de non-leakage waarschijnlijkheid

Later bespreken we invloeden van delayed neutron emissie en van de eindigheid van de reactorkern



Eigenschappen van nucleaire brandstof

Neutronen hebben energieën tussen 1 meV en 10 MeV

Fissile materiaal kan gespleten worden voor al deze energieën

Fertile materiaal kan gespleten worden boven een drempel 1 MeV voor ^{238}U

Aantal splijtingsneutronen ν per gespleten kern (typisch 2 – 3)

$$\eta(E) = \frac{\nu \Sigma_f(E)}{\Sigma_a(E)} = \frac{\text{fission neutrons produced}}{\text{neutrons absorbed}}$$

ν neutronen / splijting

Absorptie werkzame doorsnede $\Sigma_a(E) = \Sigma_\gamma(E) + \Sigma_f(E)$

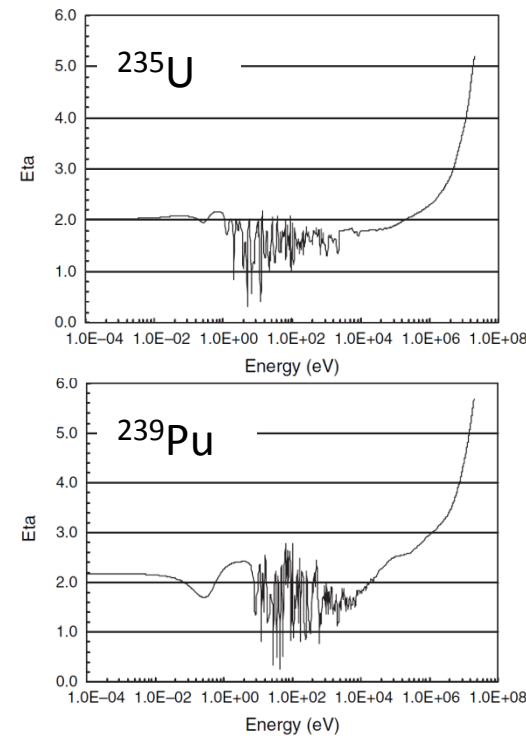
In een reactor $\eta > 1$ om kernreactie gaande te houden

Voor één enkele isotoop geldt $\eta(E) = \frac{\nu \sigma_f(E)}{\sigma_a(E)}$

Vermijdt energieën tussen 1 eV en 0.1 MeV

Behalve voor marine propulsion systemen, wordt brandstof uit enkel fissile materiaal niet gebruikt. Verrijking en fabricage is te duur!

Ook proliferatie issues



Reactor brandstof

Voornamelijk uranium-238 met een kleine fractie splijtbaar materiaal

Verrijking van 0.7% tot ongeveer 20% splijtbaar materiaal

Definitie: verrijking

$$\tilde{e} = \frac{N_{fi}}{N_{fe} + N_{fi}}$$



$$\eta(E) = \frac{\tilde{e}\nu\sigma_f^{fi}(E) + (1 - \tilde{e})\nu\sigma_f^{fe}(E)}{\tilde{e}\sigma_a^{fi}(E) + (1 - \tilde{e})\sigma_a^{fe}(E)}$$

Boven 1 MeV helpt ^{238}U om $\eta(E)$ te verhogen

Power reactorontwerp

Thermische reactor

Snelle reactor

Intermediate reactoren worden niet gemaakt!

Concentreer neutronen zoveel mogelijk in thermische of snelle energie range

Ontwerp van snelle reactor:

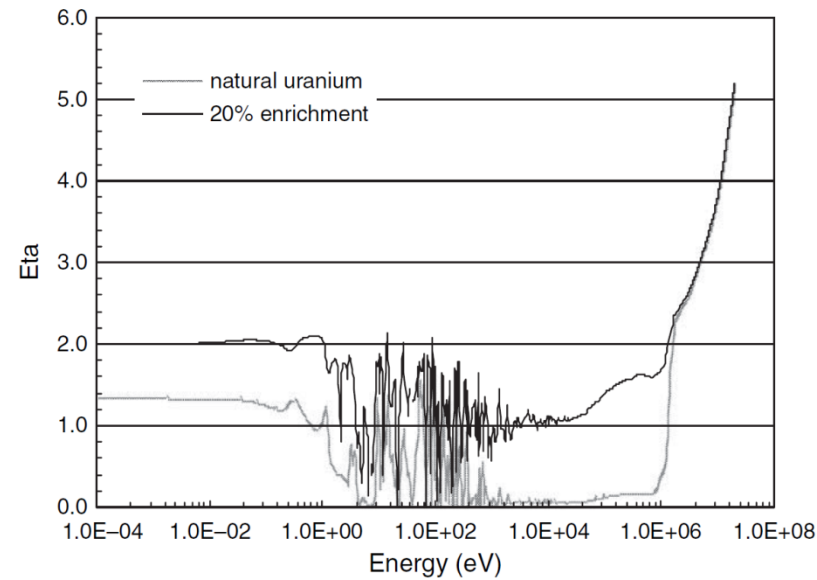
Veel uranium (vermijdt lichte materialen)

Natuurlijk uranium is niet mogelijk ($\varepsilon \approx 10\%$)

Ontwerp van thermische reactor:

Gebruik lichte materialen (moderator)

Natuurlijk uranium mogelijk (grafiet of D_2O)



Neutron moderators

Maak neutronen thermisch in zo min mogelijk botsingen

Vermijdt resonante absorptie in uranium-238

Goede moderator:

Lage A nodig, want enkel dan is slowing down decrement ξ groot genoeg

Grote macroscopische werkzame doorsnede voor verstrooiing $\Sigma_s = N\sigma_s$

Lage thermische absorptie werkzame doorsnede Σ_a

Macroscopic slowing down power $MSDP = \xi \Sigma_s$

Macroscopic slowing
down ratio

$$MR = \frac{\xi \Sigma_s}{\Sigma_a}$$

	Slowing Down Decrement	Slowing Down Power	Slowing Down Ratio
<i>Moderator</i>	ξ	$\xi \Sigma_s$	$\xi \Sigma_s / \Sigma_a (thermal)$
H ₂ O	0.93	1.28	58
D ₂ O	0.51	0.18	21,000
C	0.158	0.056	200

Gassen hebben te lage # dichtheid N

Power reactor met natuurlijk uranium kan gerealiseerd worden met zwaar water moderator (met grafiet is dat moeilijk en met licht water lukt het niet)

Boron-10 heeft thermische absorptie werkzame doorsnede van 4000 b

Het is een 'poisson' en kan gebruikt worden om splijting te stoppen

Energiespectra van neutronen

Energieverdeling van neutronen wordt bepaald door competitie tussen verstrooiings en absorptie reacties

Dichtheidsverdeling $\tilde{n}(E)dE$ is # neutronen/cm³ met energie tussen E en $E+dE$

Er geldt $n = \int_0^\infty \tilde{n}(E)dE = \# \text{ neutronen/cm}^3$

Neutron flux verdeling $\phi(E) = v(E)\tilde{n}(E)$

↑ Neutron snelheid v die hoort bij energie E

Interpretatie $\phi(E)dE$: totale afgelegde weg in 1 s door alle neutronen met energieën tussen E en $E+dE$ en die zich bevinden in 1 cm³

Interpretatie $\Sigma_x(E)$: waarschijnlijkheid/cm pad van een neutron met energie E om een reactie van type x te ondergaan

Vermenigvuldigen van flux met werkzame doorsnede levert $\Sigma_x(E)\phi(E)$

Interpretatie: het gemiddeld aantal botsingen van type x per seconde en per cm³ voor neutronen met energieën tussen E en $E+dE$

Reaction rates

$$\int_0^\infty \Sigma_x(E)\phi(E)dE$$

Verstrooiings, absorptie en fission rates

Reacties en neutron energie

Werkzame doorsnede voor verschillende reacties

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$$

Totaal: verstrooiing + absorptie



$$\sigma_a = \sigma_\gamma + \sigma_f$$

Absorptie: invangst en gamma emissie + splijting

$$\sigma_s = \sigma_n + \sigma_{n'}$$

Verstrooiing : elastisch + inelastisch

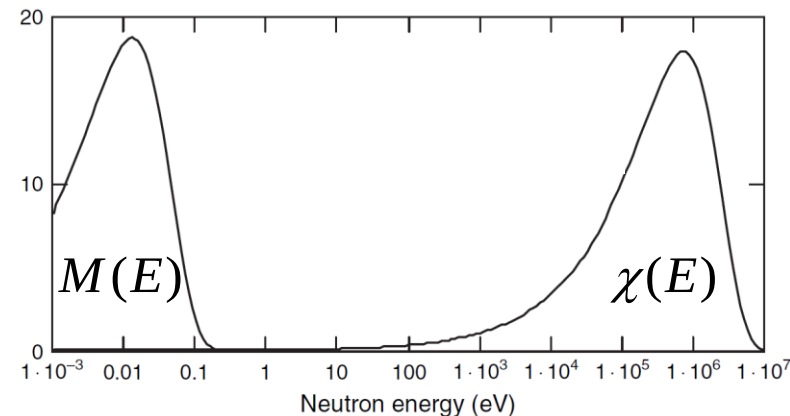
Energieverdeling van neutronen in een reactor

$$\chi(E) = 0.453e^{-1.036E} \sinh(\sqrt{2.29E}), \text{ met } E \text{ in MeV}$$

Er geldt
$$\int_0^{\infty} \chi(E) dE = 1$$

Na veel botsingen en zonder absorptie zouden neutronen thermisch worden (Maxwell Boltzmann)

$$M(E) = \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{E} e^{-E/kT} \quad \int_0^{\infty} M(E) dE = 1$$



Cross sections en neutron flux

Neutronen van *elke* energie veroorzaken splijting in *fissile* materiaal

Uranium-235 is het enige in de natuur voorkomend fissile materiaal

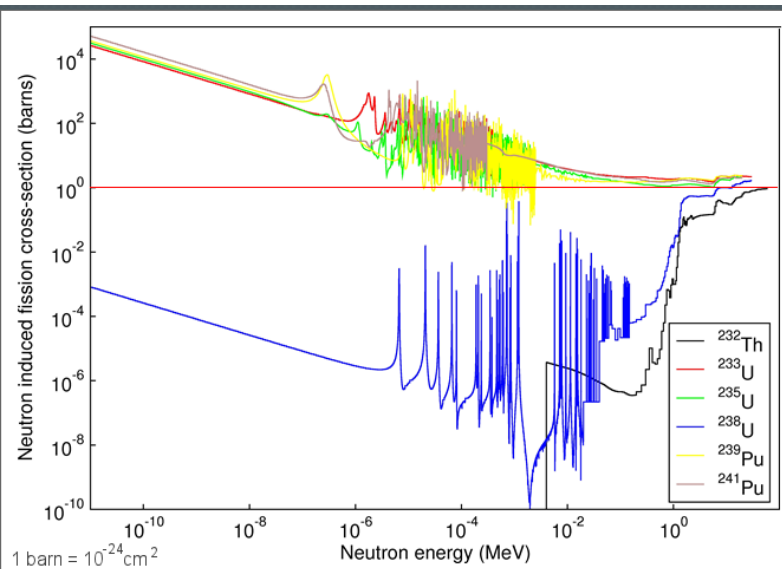
Plutonium-239 en -241, en uranium-233 zijn kunstmatig fissile materiaal

Fertile materiaal

Natuurlijk: uranium-238 en thorium-232

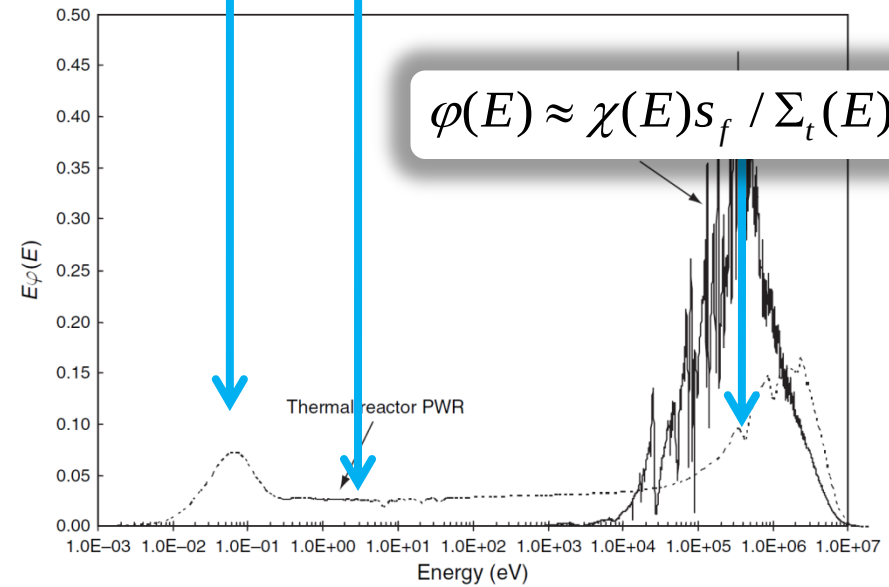
Kunstmatig: plutonium-240

Fission cross sections lijken op elkaar



$$\phi_M(E) = \frac{1}{(kT)^2} E e^{-E/kT}$$

$$\phi(E) = \frac{q}{\xi \Sigma_s(E) E}$$



Energy Averaged Microscopic Cross Sections (barns)

Nuclide	Thermal Spectrum Cross Sections			Resonance Integrals		Fast (Fission Spectrum) Cross Sections		
	σ_f	σ_a	σ_s	I_f	I_a	σ_f	σ_a	σ_s
¹ ₁ H	0	0.295	47.7	0	0.149	0	3.92×10^{-5}	3.93
² ₁ H	0	5.06×10^{-4}	5.37	0	2.28×10^{-4}	0	5.34×10^{-6}	2.55
¹⁰ ₅ B	0	3409	2.25	0	1722	0	0.491	2.12
¹² ₆ C	0	3.00×10^{-3}	4.81	0	1.53×10^{-3}	0	1.23×10^{-3}	2.36
¹⁶ ₈ O	0	1.69×10^{-4}	4.01	0	8.53×10^{-5}	0	1.20×10^{-2}	2.76
²³ ₁₁ Na	0	0.472	3.09	0	0.310	0	2.34×10^{-4}	3.13
⁵⁶ ₂₆ Fe	0	2.29	11.3	0	1.32	0	9.22×10^{-3}	3.20
⁹¹ ₄₀ Zr	0	0.16	6.45	0	0.746	0	3.35×10^{-3}	5.89
¹³⁵ ₅₄ Xe	0	2.64×10^6	—	0	7.65×10^3	0	7.43×10^{-4}	—
¹⁴⁹ ₆₂ Sm	0	6.15×10^4	—	0	3.49×10^3	0	0.234	—
Nuclide	Thermal Spectrum Cross Sections			Resonance Integrals		Fast (Fission Spectrum) Cross Sections		
	σ_f	σ_a	σ_s	I_f	I_a	σ_f	σ_a	σ_s
¹⁵⁷ ₆₄ Gd	0	1.92×10^5	1422	0	762	0	0.201	6.51
²³² ₉₀ Th	0	6.54	11.8	0	84.9	7.13×10^{-2}	0.155	7.08
²³³ ₉₂ U	464	506	14.2	752	886	1.84	1.89	5.37
²³⁵ ₉₂ U	505	591	15.0	272	404	1.22	1.29	6.33
²³⁸ ₉₂ U	1.05×10^{-5}	2.42	9.37	2×10^{-3}	278	0.304	0.361	7.42
²³⁹ ₉₄ Pu	698	973	8.62	289	474	1.81	1.86	7.42
²⁴⁰ ₉₄ Pu	6.13×10^{-2}	263	1.39	3.74	8452	1.36	1.42	6.38
²⁴¹ ₉₄ Pu	946	1273	11.0	571	740	1.62	1.83	6.24
²⁴² ₉₄ Pu	1.30×10^{-2}	16.6	8.30	0.94	1117	1.14	1.22	6.62

Source: R. J. Perry and C. J. Dean, The WIMS9 Nuclear Data Library, Winfrith Technology Center Report ANSWERS/WIMS/TR.24, Sept. 2004.

Gemiddelde werkzame doorsneden

Resonante werkzame doorsnede gemiddelden

Gemiddeld over 1.0 eV tot 0.1 MeV

Neem voor flux $\varphi(E) \approx 1/E$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Resonante werkzame doorsnede gemiddelden} \\ \text{Gemiddeld over 1.0 eV tot 0.1 MeV} \\ \text{Neem voor flux } \varphi(E) \approx 1/E \end{array} \right\} \bar{\sigma}_{xI} = \int_I \sigma_x(E) \frac{dE}{E} \bigg/ \int_I \frac{dE}{E}$$

We schrijven voor capture en fission

$$\bar{\sigma}_{xI} = I_x \bigg/ \int_I \frac{dE}{E}$$

Resonantie integraal $I_x = \int \sigma_x(E) \frac{dE}{E}$

We vinden

$$\bar{\sigma}_{xI} = 0.0869 I_x$$

(self shielding zit hier nog niet in)

Thermische werkzame doorsnede gemiddelden

Gebruik Maxwell Boltzmann verdeling voor de flux $\varphi(E) \approx \varphi_M(E)$

De maximum waarde van $\varphi_M(E)$ is $E = kT = 8.62 \times 10^{-5} T$ eV

Neutronsnelheid is dan $v = \sqrt{2E/m} = \sqrt{2kT/m} = 128\sqrt{T}$ m/s

Metingen gemaakt bij $T_0 = 293.61$ K $\rightarrow E_0 = 0.0253$ eV, $v_0 = 2200$ m/s

De waarden in de tabel zijn gemiddeld over energieverdeling bij 20° C en bevatten ook bindingseffecten (in moleculen, kristalroosters)

Reactor core

Reactor core

Samenstelling van de core wordt bepaald door

Behoud van criticality gedurende bedrijf

Transfer van thermische energie uit de core

Configuraties

Gesmolten materiaal (vloeibare brandstof)

Pebble bed reactor

Meest voorkomend: cilindrische container met axiale koelkanalen

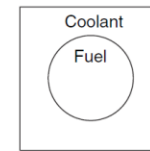
Roosterstructuur van

Brandstof

Koelmiddel

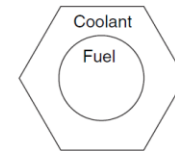
Moderator

H₂O gekoeld



(a)

Fast reactor

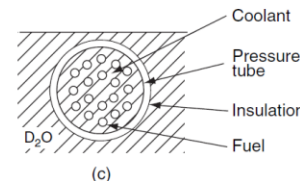


(b)

Diameter brandstofstaven

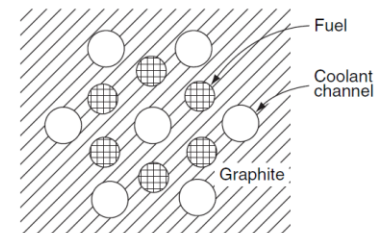
Warmte flux door oppervlak

Temperatuur in centerline (linear heat rate in de orde van ongeveer 10 kW/m)



(c)

CANDU D₂O



(d)

HTGCR

GW reactor

Duizenden brandstofstaven (fuel pins)

We moeten de verschillen in flux in rekening brengen

Fuel assemblies

Plaats brandstofstaven bij elkaar in assemblies
Makkelijker dan verwisselen van duizenden
individuele staven

Geometrie: vierkant of hexagonaal
Niet alle assemblies zijn gelijk: verrijking om
power in core te homogeniseren

Gemiddelde vermogensdichtheid

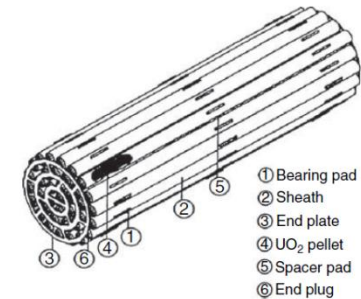
Linear heat rate van brandstofstaven
Ratio volume van moderator / brandstof
Core volume is omgekeerd evenredig met de
maximum vermogensdichtheid

Structuur van core lattice

Maximaliseer de vermogensdichtheid bij gegeven
koelcapaciteit
Er geldt $P_{NL} \rightarrow 1$ bij groter core volume

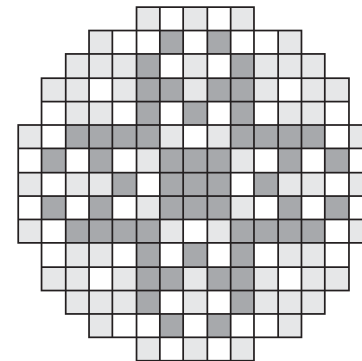
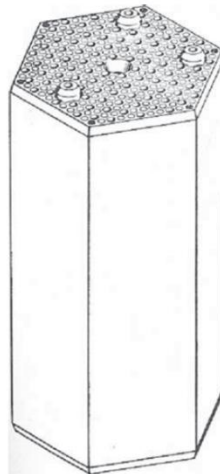


PWR

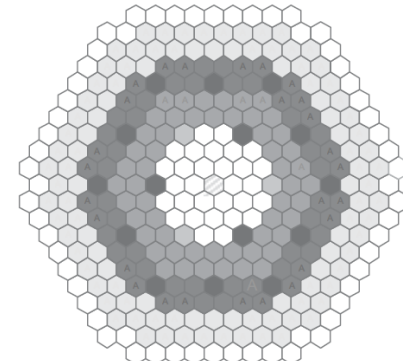


CANDU D₂O

HTGCR



vierkant



hexagonaal

Reactor core eigenschappen

Pressurized heavy water reactor

High temperature gas cooled reactor

Sodium cooled fast reactor

Gas cooled fast reactor

Representative Reactor Lattice Properties

	<i>PWR</i> <i>Pressurized-</i> <i>H₂O Reactor</i>	<i>BWR Boiling-</i> <i>H₂O Reactor</i>	<i>PHWR</i> <i>CANDU-D₂O</i> <i>Reactor</i>	<i>HTGR</i> <i>C-Moderated</i> <i>Reactor</i>	<i>SFR</i> <i>Na-Cooled</i> <i>Fast Reactor</i>	<i>GCFR</i> <i>He-Cooled</i> <i>Fast Reactor</i>
$\bar{q}'$ (kW/m) average linear heat rate	17.5	20.7	24.7	3.7	22.9	17.0
V_x/V_f volume ratio ^a	1.95	2.78	17	135	1.25	1.93
$\bar{P}'''$ (MW/m ³) average power density	102	56	7.7	6.6	217	115
V (m ³) volume 3000 MW(t) reactor	29.4	53.7	390	455	13.8	26.1
$\tilde{e}$ (weight %) enrichment	4.2	4.2	0.7	15	19	19

^a x = moderator for a thermal reactor and coolant for a fast reactor, f = fuel.

Source: Data courtesy of W. S. Yang, Argonne National Laboratory.

LWR – light water reactors

Water

Koelmiddel en moderator

Grootste slowing down power

Kleinste slowing down ratio

Lattice

Compact en vierkant

Uranium-dioxide pellets

Enrichment: 2 – 5 %

Zirkonium cladding

Moderator – fuel volume: 2:1

Hoge power density

Klein core volume

PWR

Druk 150 bar, temperatuur: 300 °C

Warmtewisselaar

BWR

Druk 70 bar, temperatuur: 300 °C

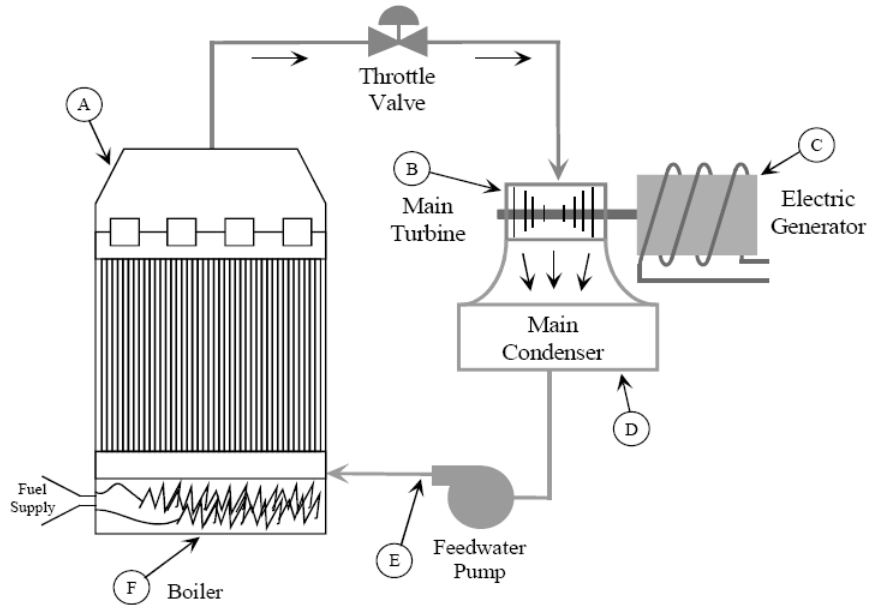
Water direct in reactor, stoom naar turbine (geen warmtewisselaar)

Representative Reactor Lattice Properties

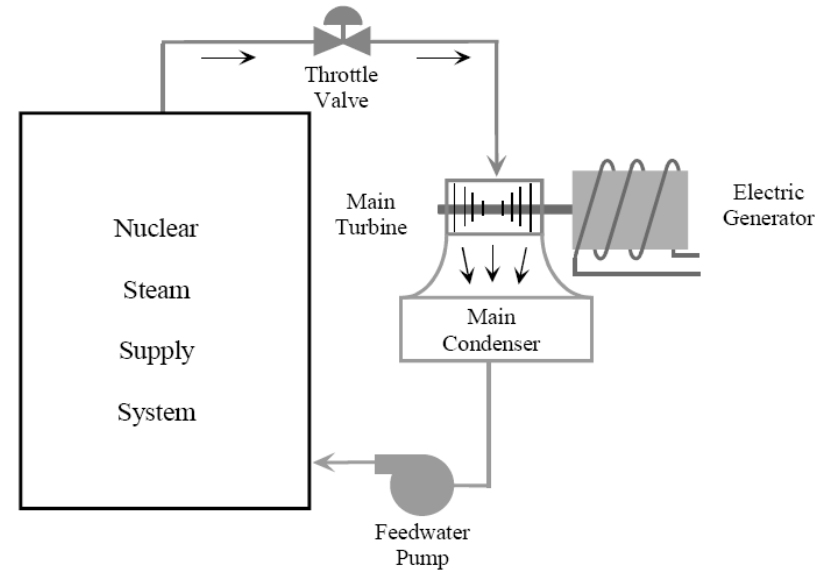
	<i>PWR</i> <i>Pressurized-</i> <i>H₂O</i> Reactor	<i>BWR Boiling-</i> <i>H₂O</i> Reactor
$\bar{q}'$ (kW/m) average linear heat rate	17.5	20.7
V_x/V_f volume ratio ^a	1.95	2.78
$\bar{P}'''$ (MW/m ³) average power density	102	56
V (m ³) volume 3000 MW(t) reactor	29.4	53.7
$\tilde{e}$ (weight %) enrichment	4.2	4.2

^a x = moderator for a thermal reactor and coolant for a fast reactor, f = fuel.
Source: Data courtesy of W. S. Yang, Argonne National Laboratory.

Opbouw energiecentrale

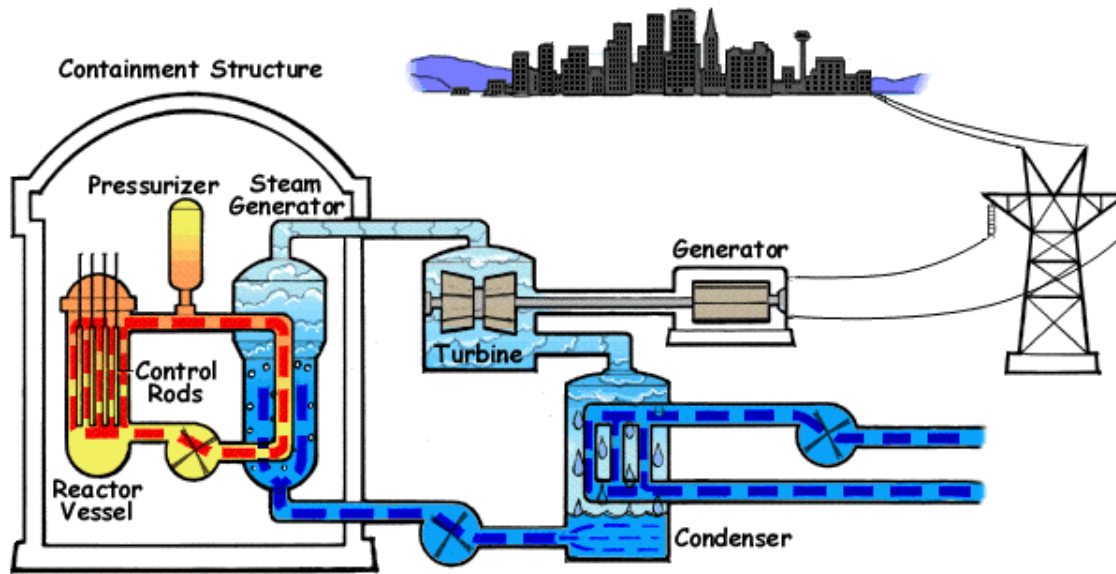


Fossiele brandstof centrale

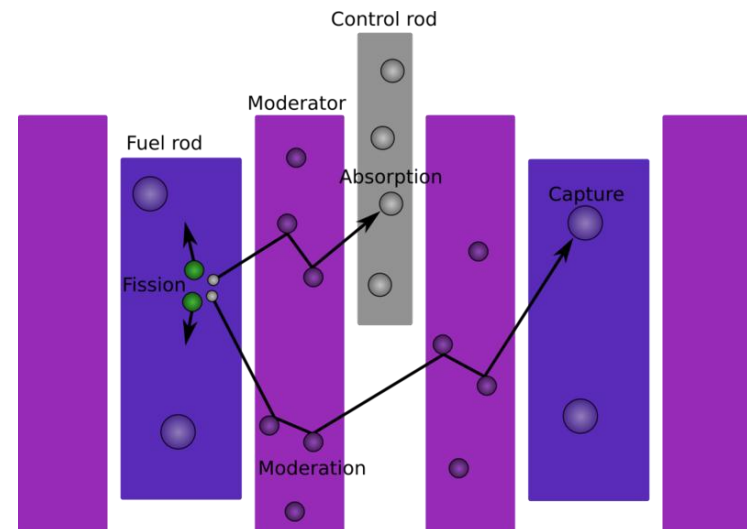


Kerncentrale

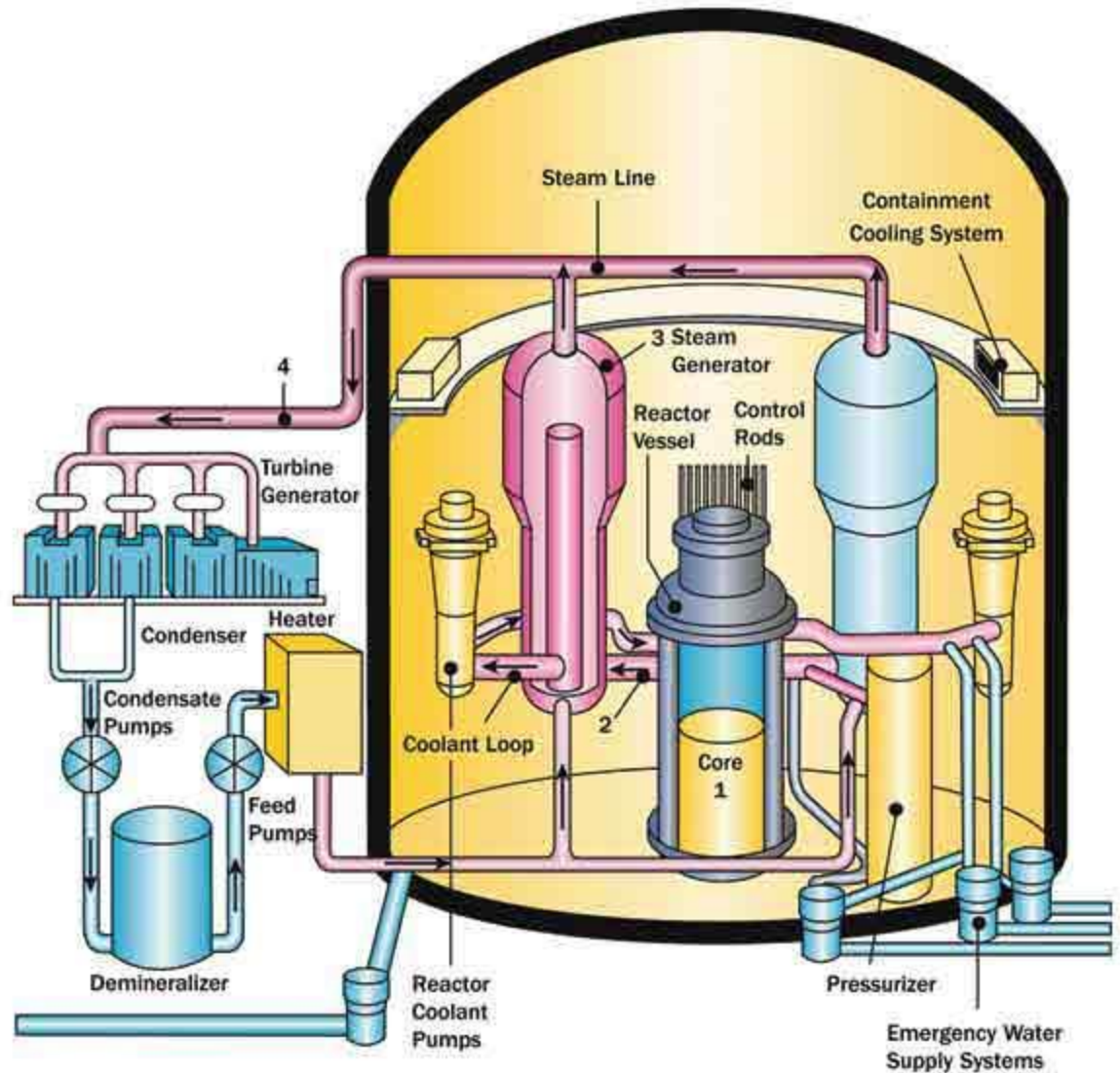
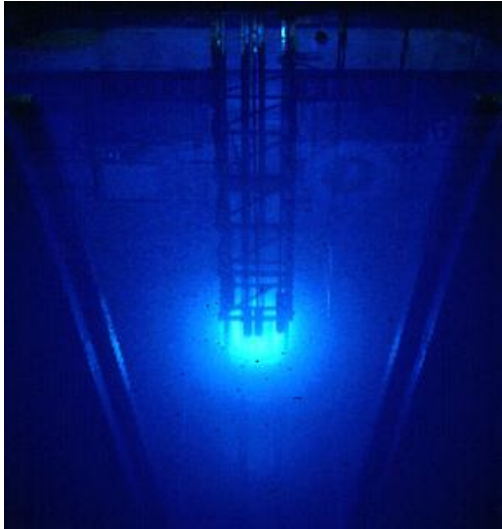
PWR – Pressurized water reactor



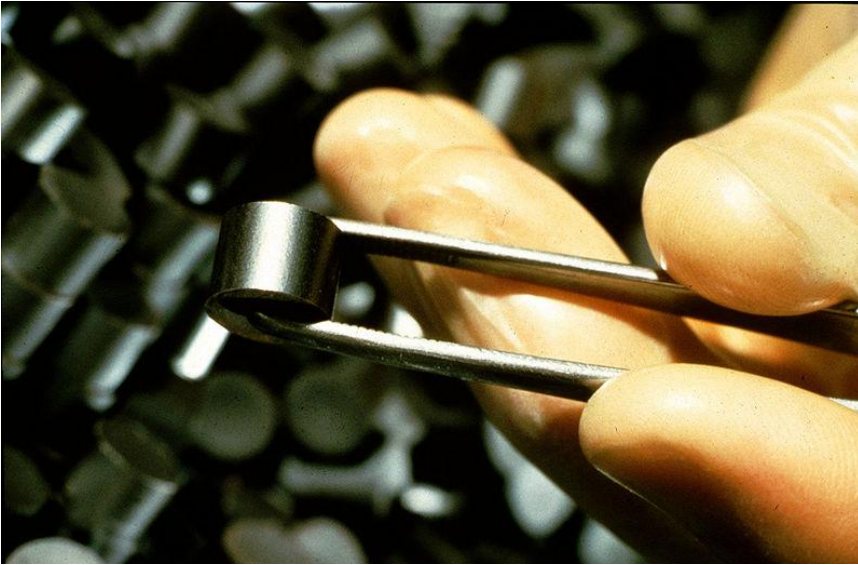
- PWR meest voorkomend reactortype (~1 GW) met thermische efficiëntie van ongeveer 30 %
- Houdt water onder druk (~15 MPa) zodat het kan opwarmen (~315 °C), maar zonder te koken
- Water in de reactor en het water in de stoomgenerator (~5 MPa) mengen nooit. Op deze wijze blijft de meeste radioactiviteit in de core van de reactor
- Gebruikt verrijkt uranium als brandstof
- Brandstof in staven zorgt voor toename in resonance escape probability p en fast fission factor ϵ



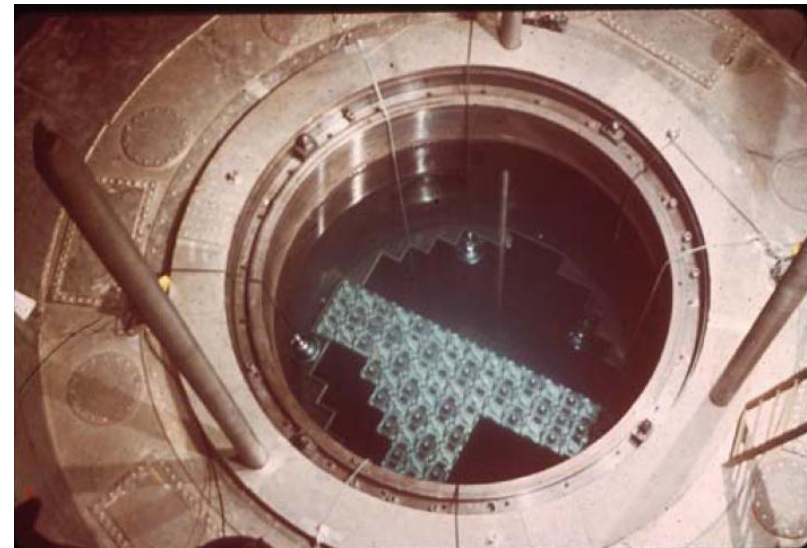
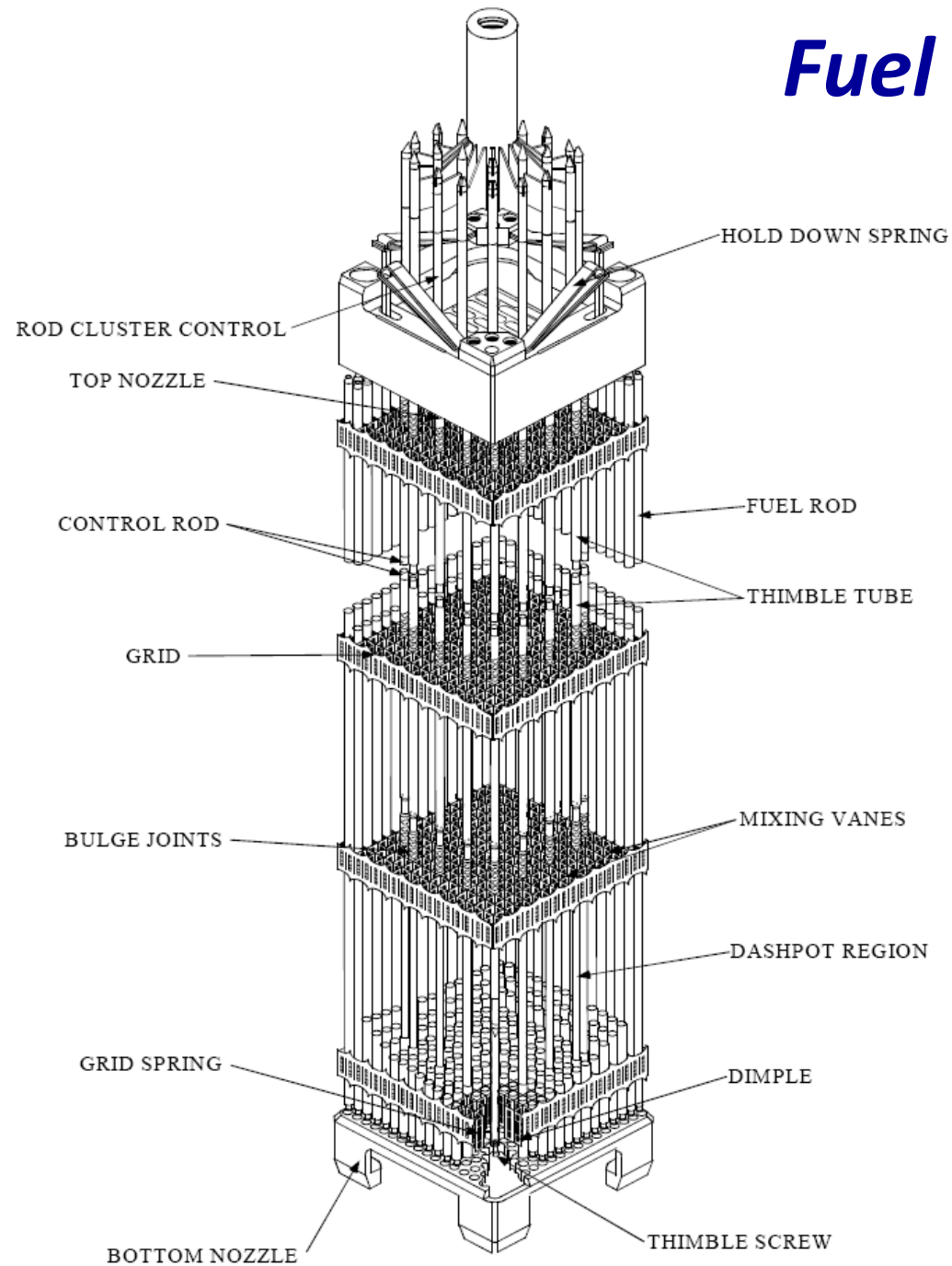
Pressurized water reactor



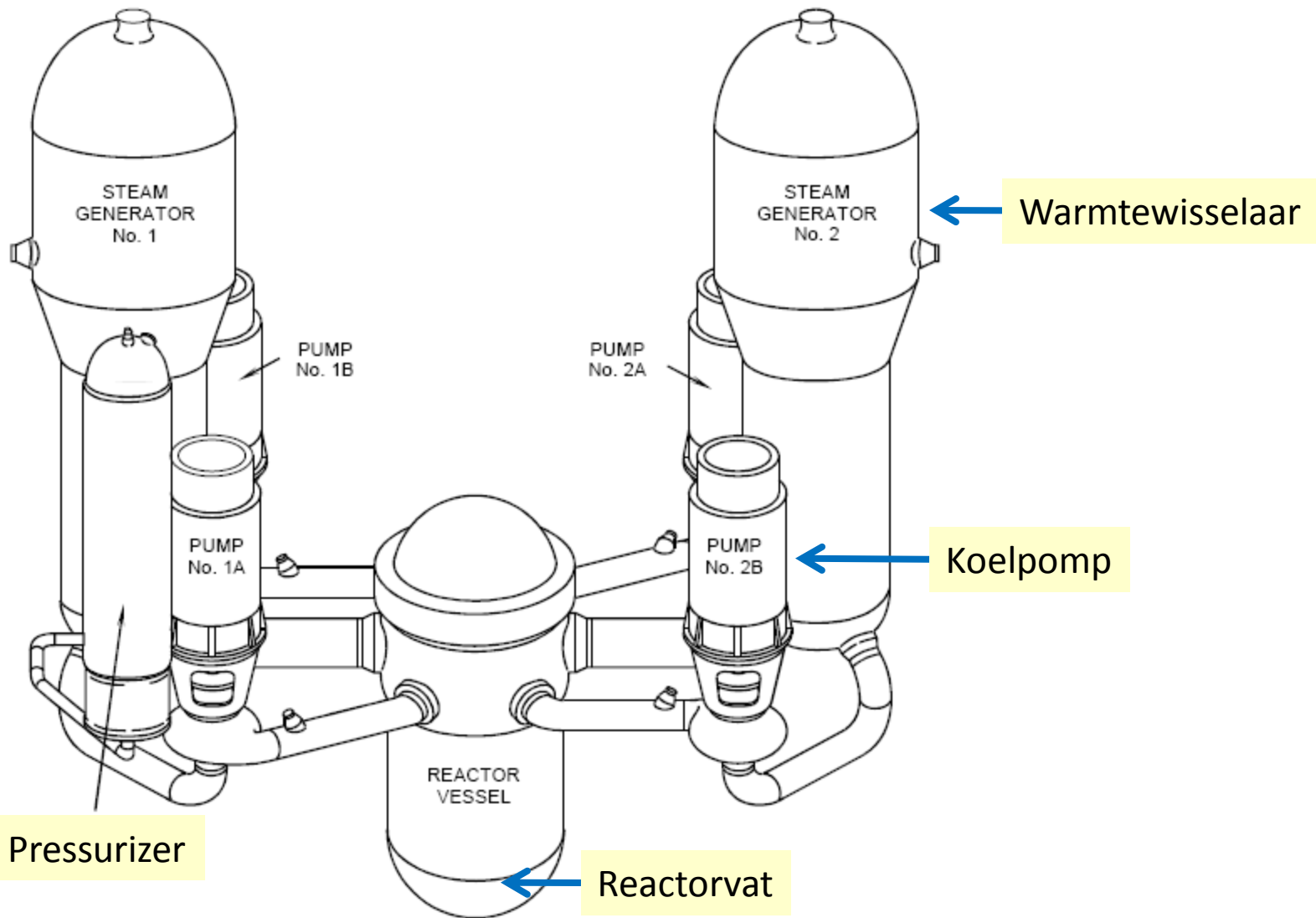
Fuel assembly



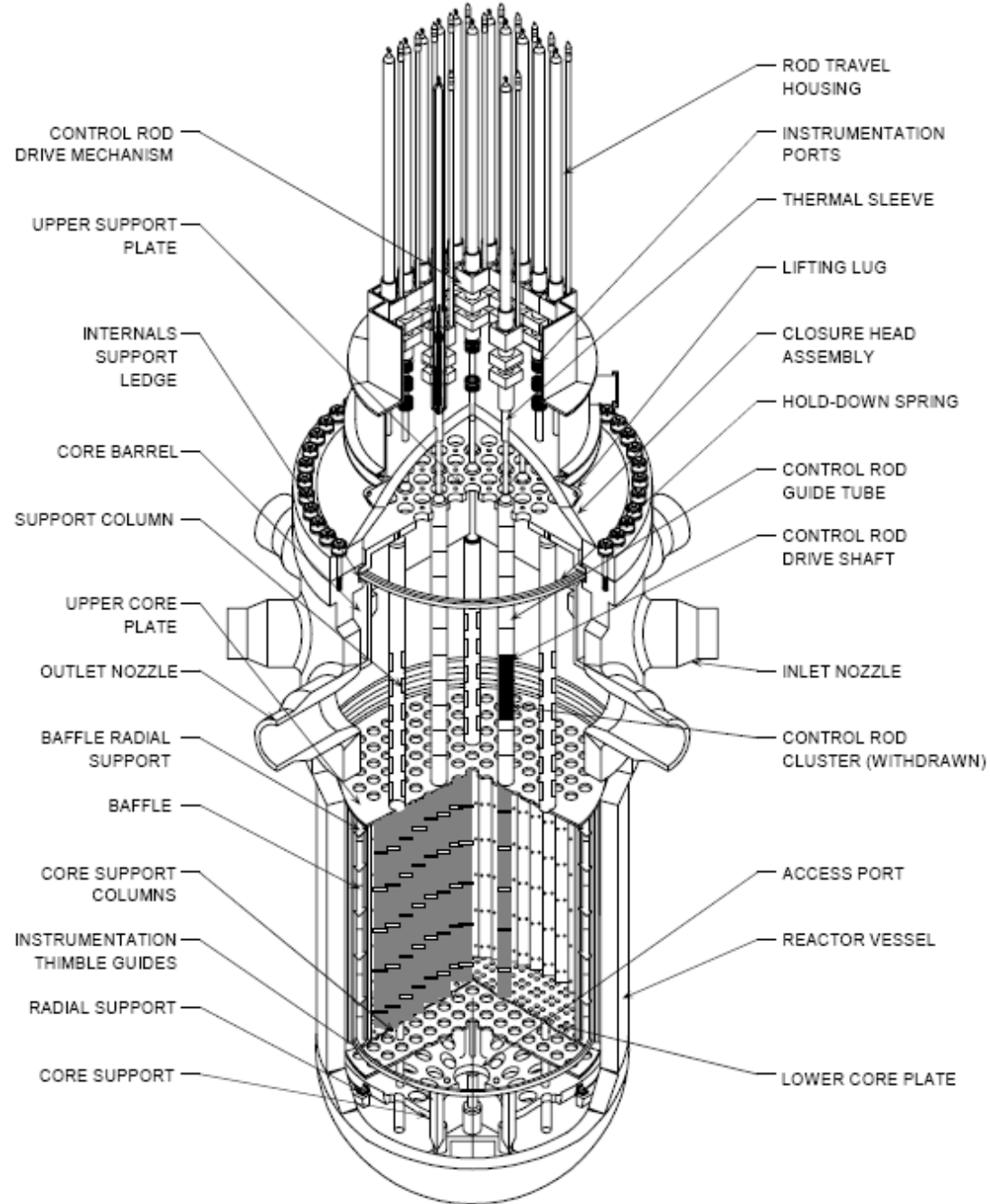
Fuel assembly



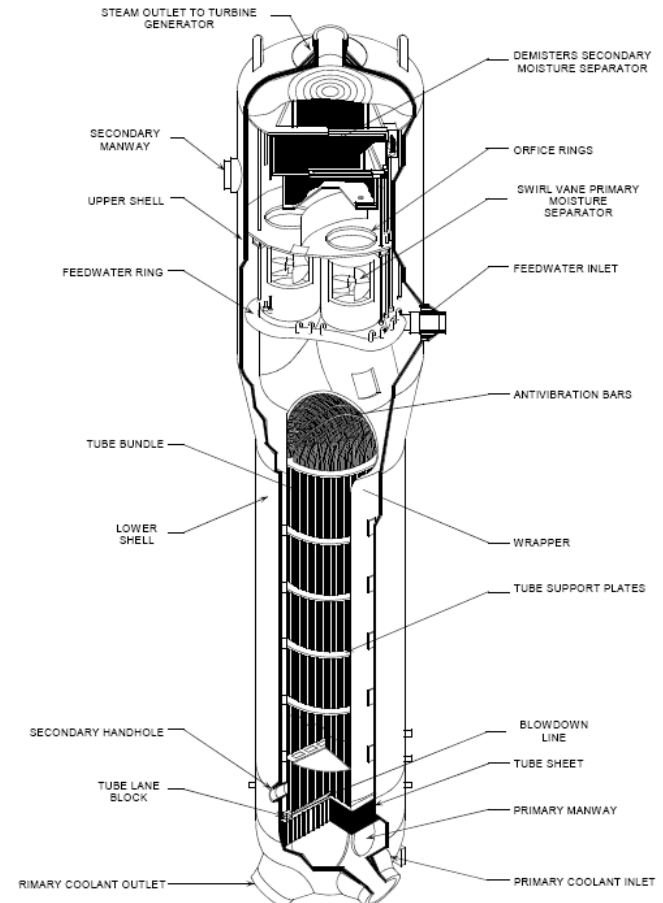
PWR opbouw



Reactorvat

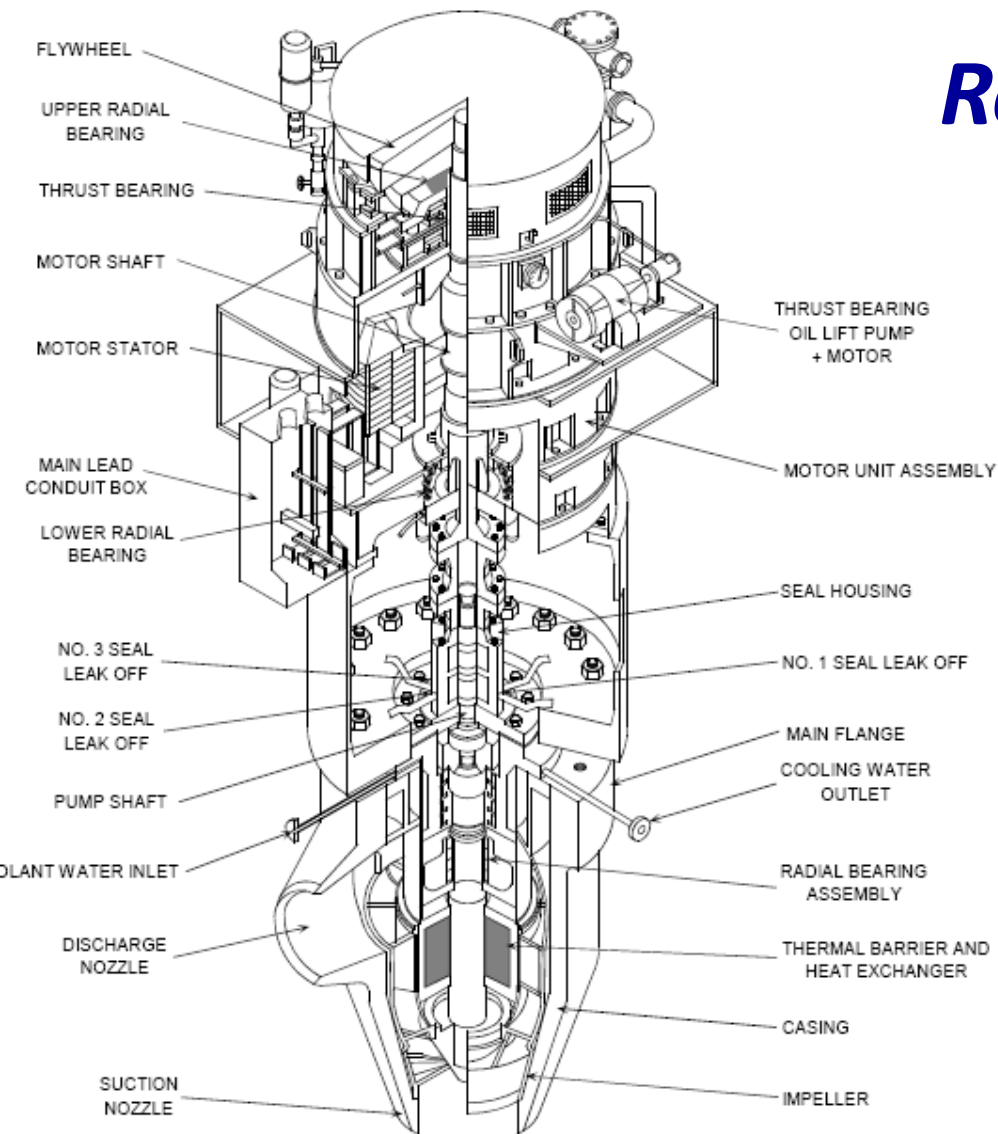


Doorsnede reactorvat

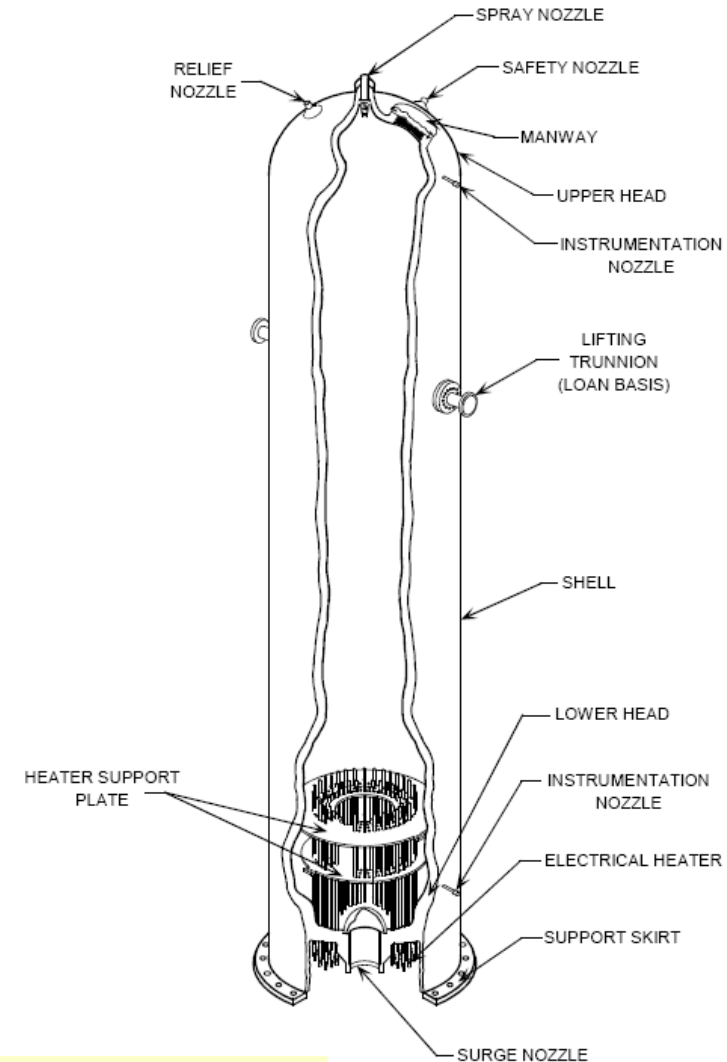


Doorsnede warmtewisselaar

Reactor componenten

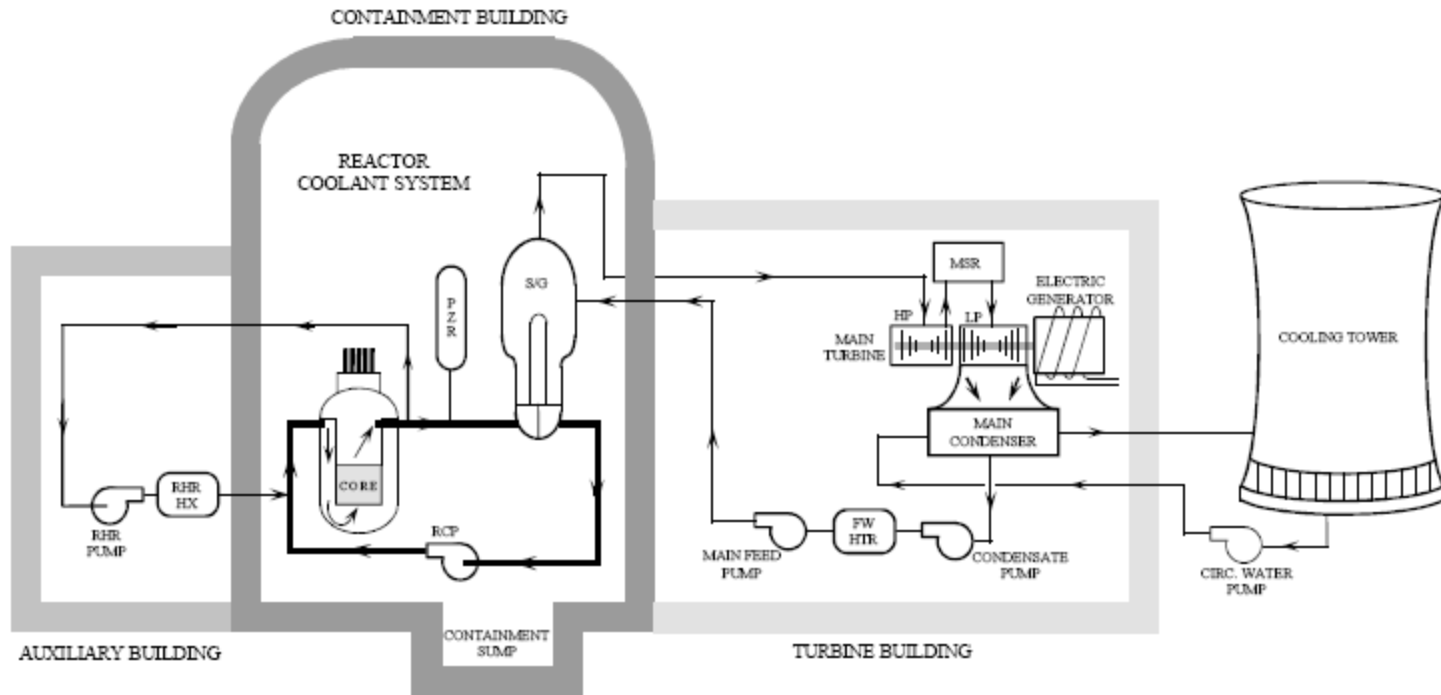


Doorsnede reactor koelpomp

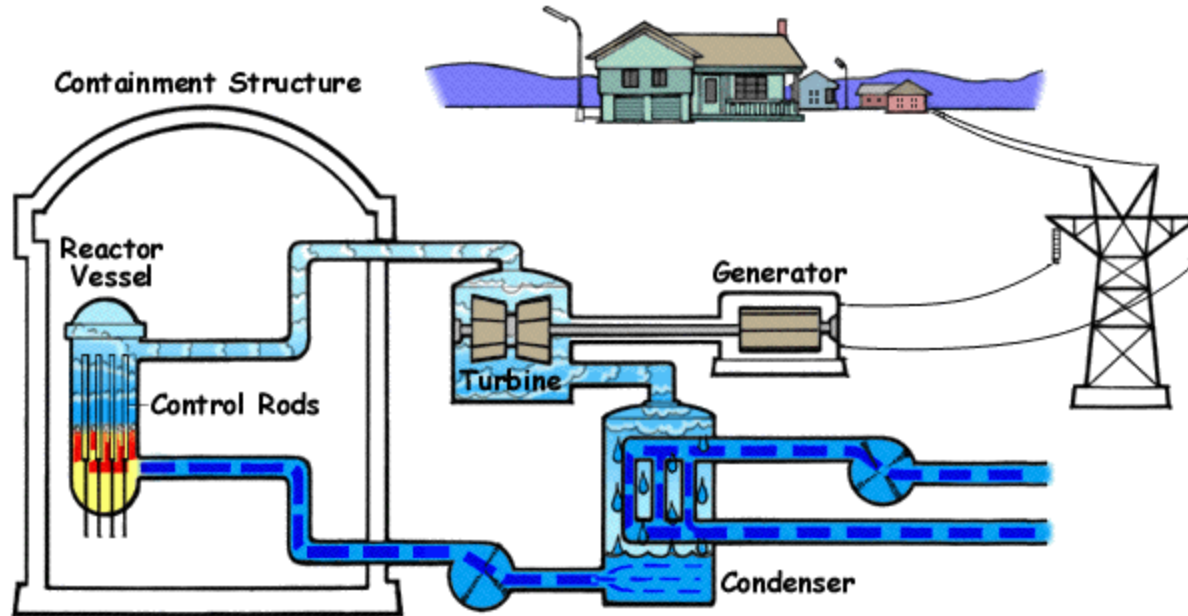


Doorsnede pressurizer

PWR containment



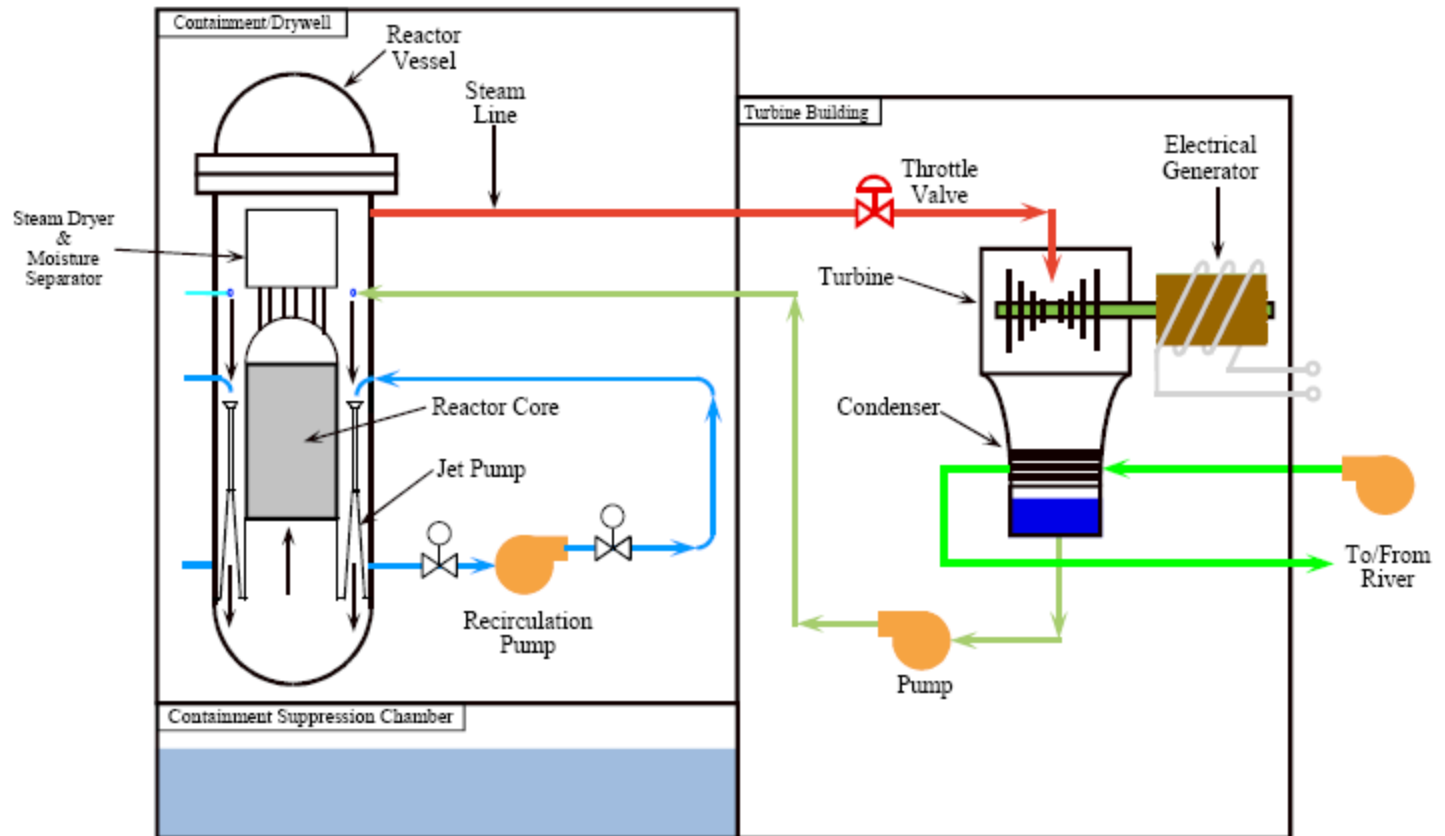
BWR – Boiling water reactor

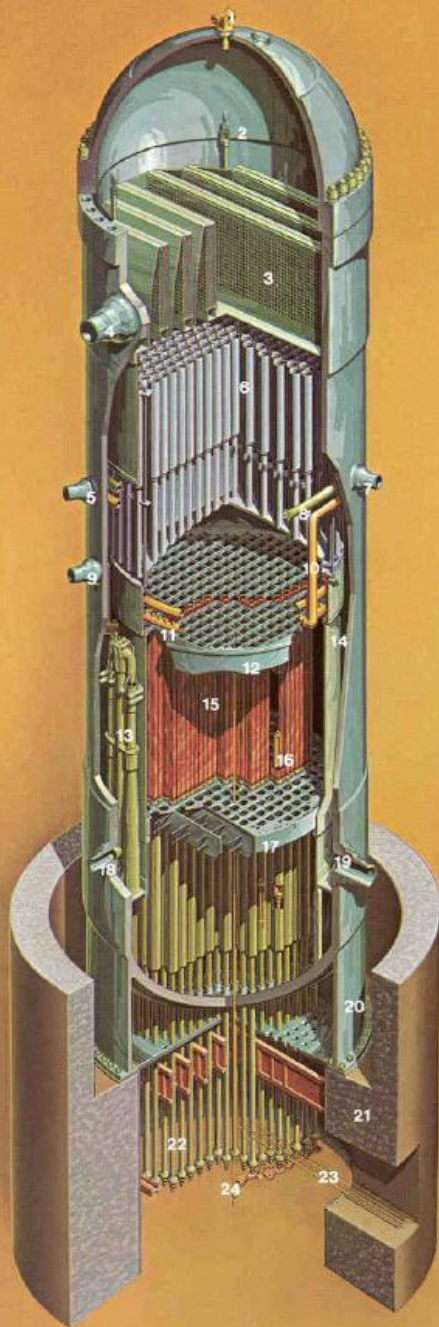


- In BWRs wordt water door splijting aan het koken gebracht en de stoom drijft een generator aan
- Eenvoudiger ontwerp en lagere bedrijfsdruk (7.5 MPa en 285 °C in core), dus commercieel aantrekkelijker
- Natuurlijke water circulatie wordt gebruikt
- Lagere stralingsbelasting op het reactorvat
- Veel groter drukvat dan voor PWR bij hetzelfde vermogen



BWR containment





BWR/6 REACTOR ASSEMBLY

1. VENT AND HEAD SPRAY
2. STEAM DRYER LIFTING LUG
3. STEAM DRYER ASSEMBLY
4. STEAM OUTLET
5. CORE SPRAY INLET
6. STEAM SEPARATOR ASSEMBLY
7. FEEDWATER INLET
8. FEEDWATER SPARGER
9. LOW PRESSURE COOLANT INJECTION INLET
10. CORE SPRAY LINE
11. CORE SPRAY SPARGER
12. TOP GUIDE
13. JET PUMP ASSEMBLY
14. CORE SHROUD
15. FUEL ASSEMBLIES
16. CONTROL BLADE
17. CORE PLATE
18. JET PUMP / RECIRCULATION WATER INLET
19. RECIRCULATION WATER OUTLET
20. VESSEL SUPPORT SKIRT
21. SHIELD WALL
22. CONTROL ROD DRIVES
23. CONTROL ROD DRIVE HYDRAULIC LINES
24. IN-CORE FLUX MONITOR

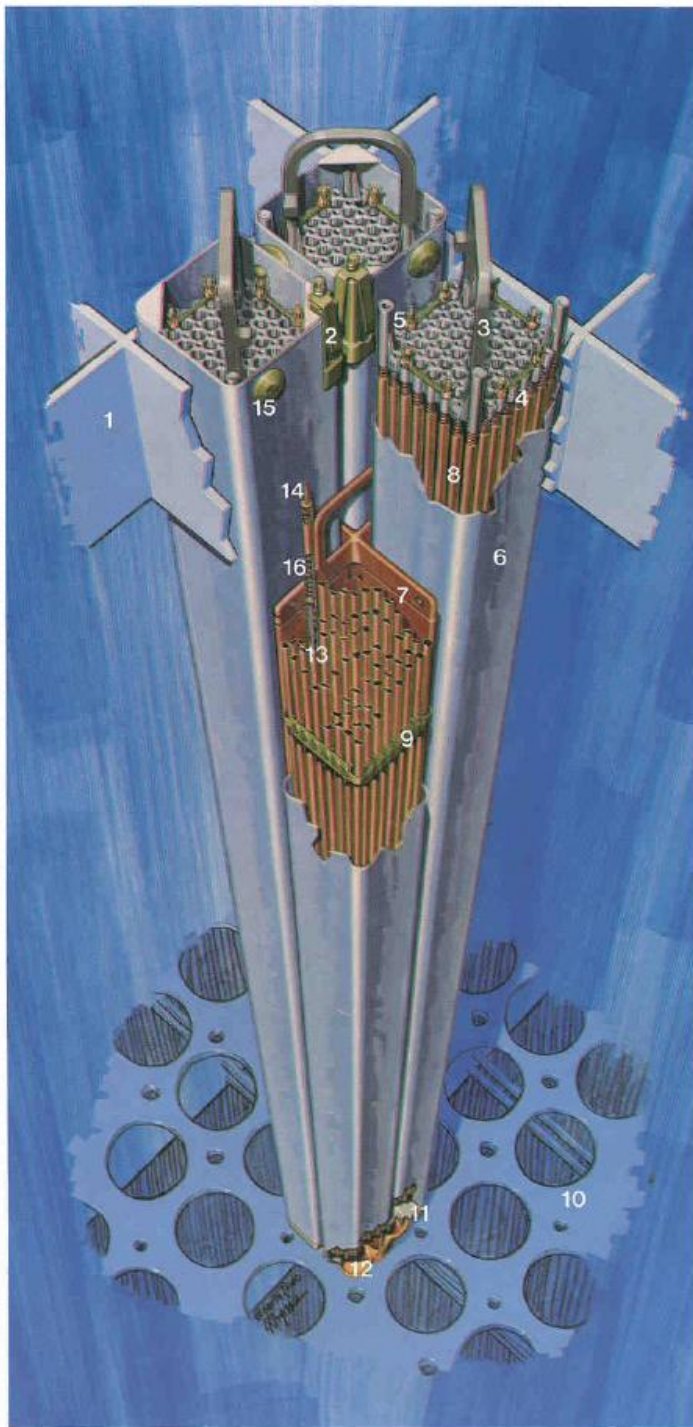
GENERAL  ELECTRIC

BWR

BWR fuel

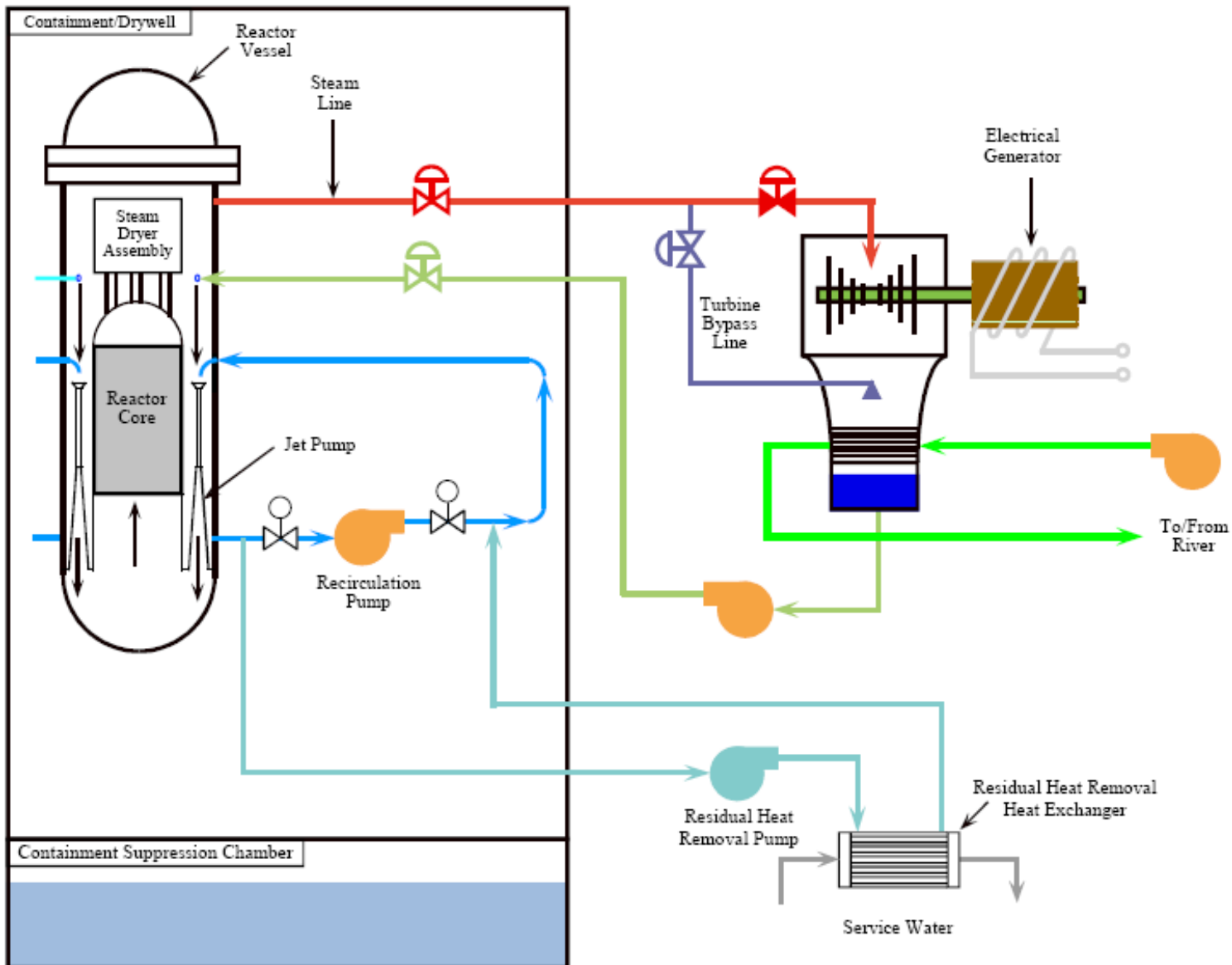
BWR/6 FUEL ASSEMBLIES & CONTROL ROD MODULE

- 1.TOP FUEL GUIDE
- 2.CHANNEL
FASTENER
- 3.UPPER TIE
PLATE
- 4.EXPANSION
SPRING
- 5.LOCKING TAB
- 6.CHANNEL
- 7.CONTROL ROD
- 8.FUEL ROD
- 9.SPACER
- 10.CORE PLATE
ASSEMBLY
- 11.LOWER
TIE PLATE
- 12.FUEL SUPPORT
PIECE
- 13.FUEL PELLETS
- 14.END PLUG
- 15.CHANNEL
SPACER
- 16.PLENUM
SPRING

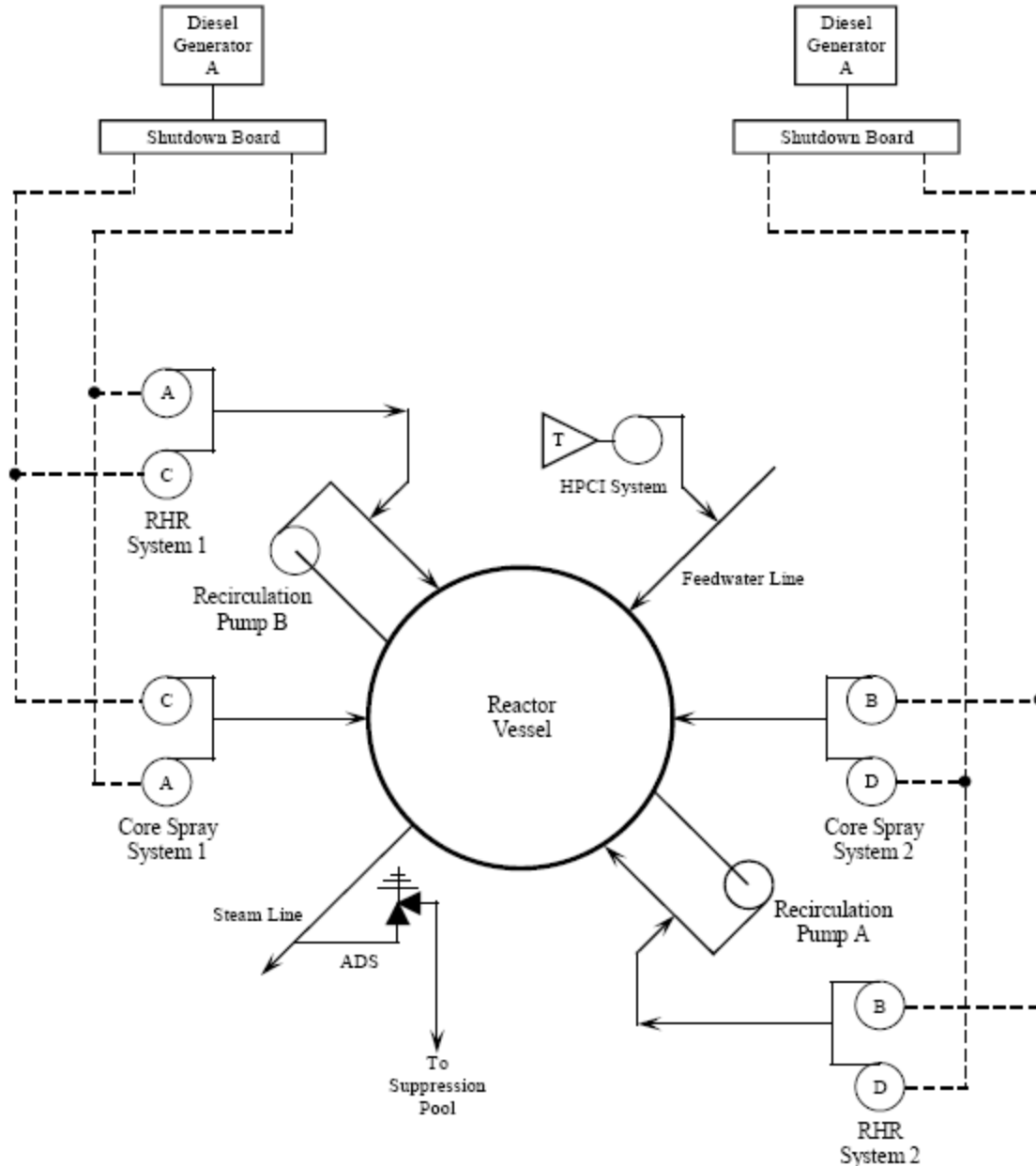


GENERAL  ELECTRIC

BWR heat removal



BWR emergency core cooling



BWR buildings

Mark I containment

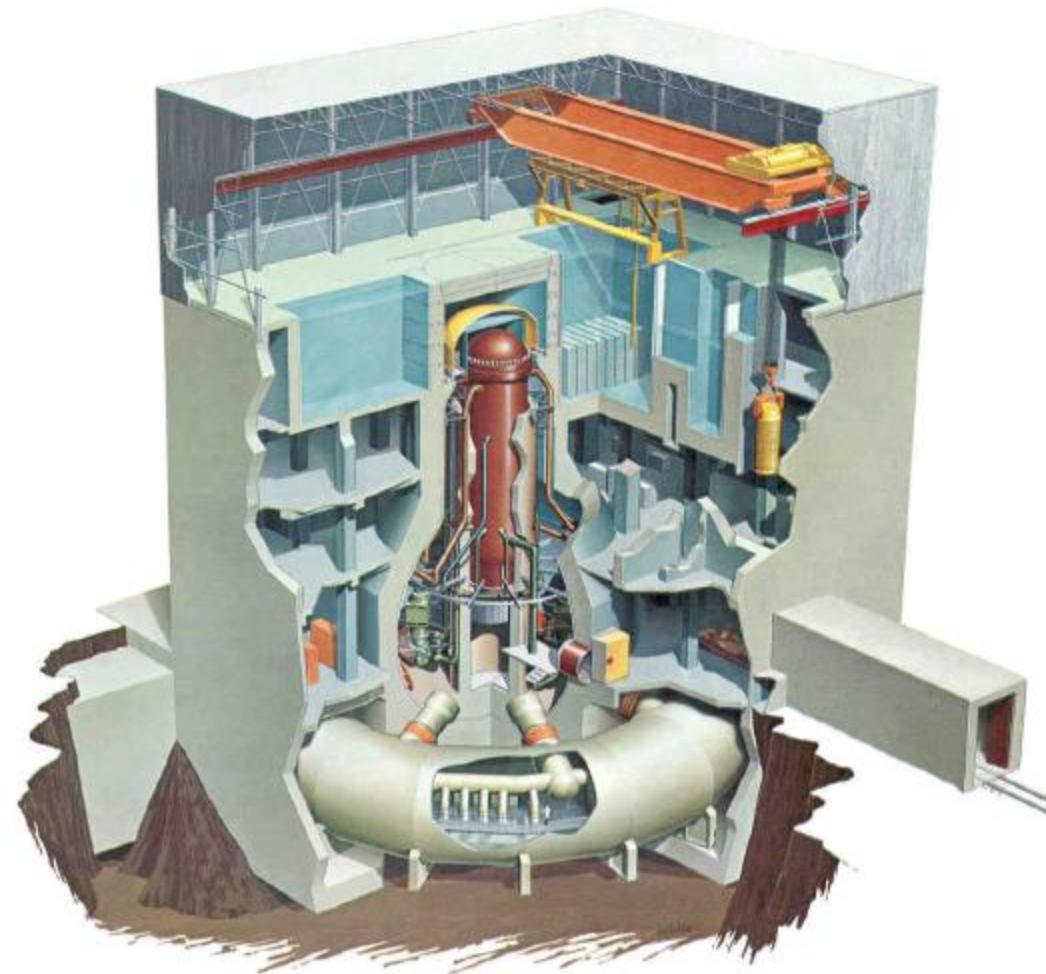
DW drywell

WW wetwell torus

RPV reactor pressure vessel

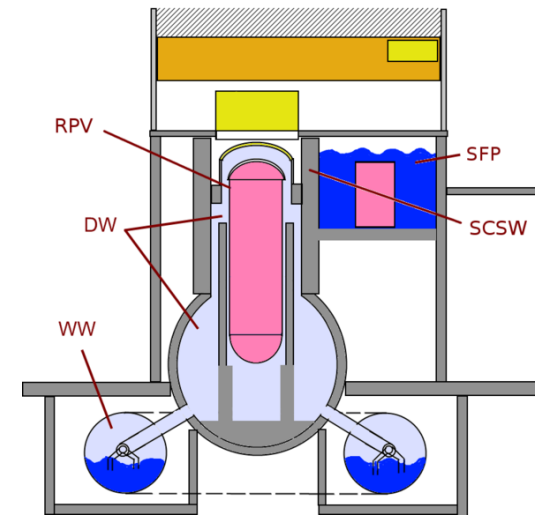
SFP spent fuel pool

SCSW secondary concrete shielding wall

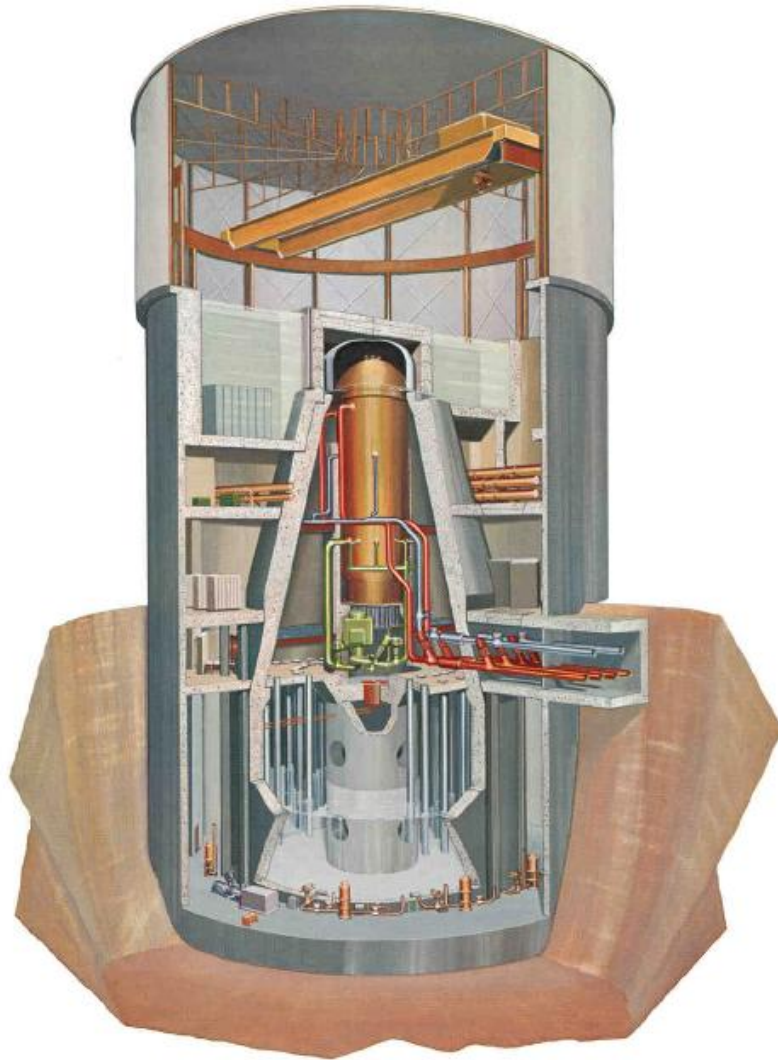


DRYWELL TORUS

GENERAL ELECTRIC

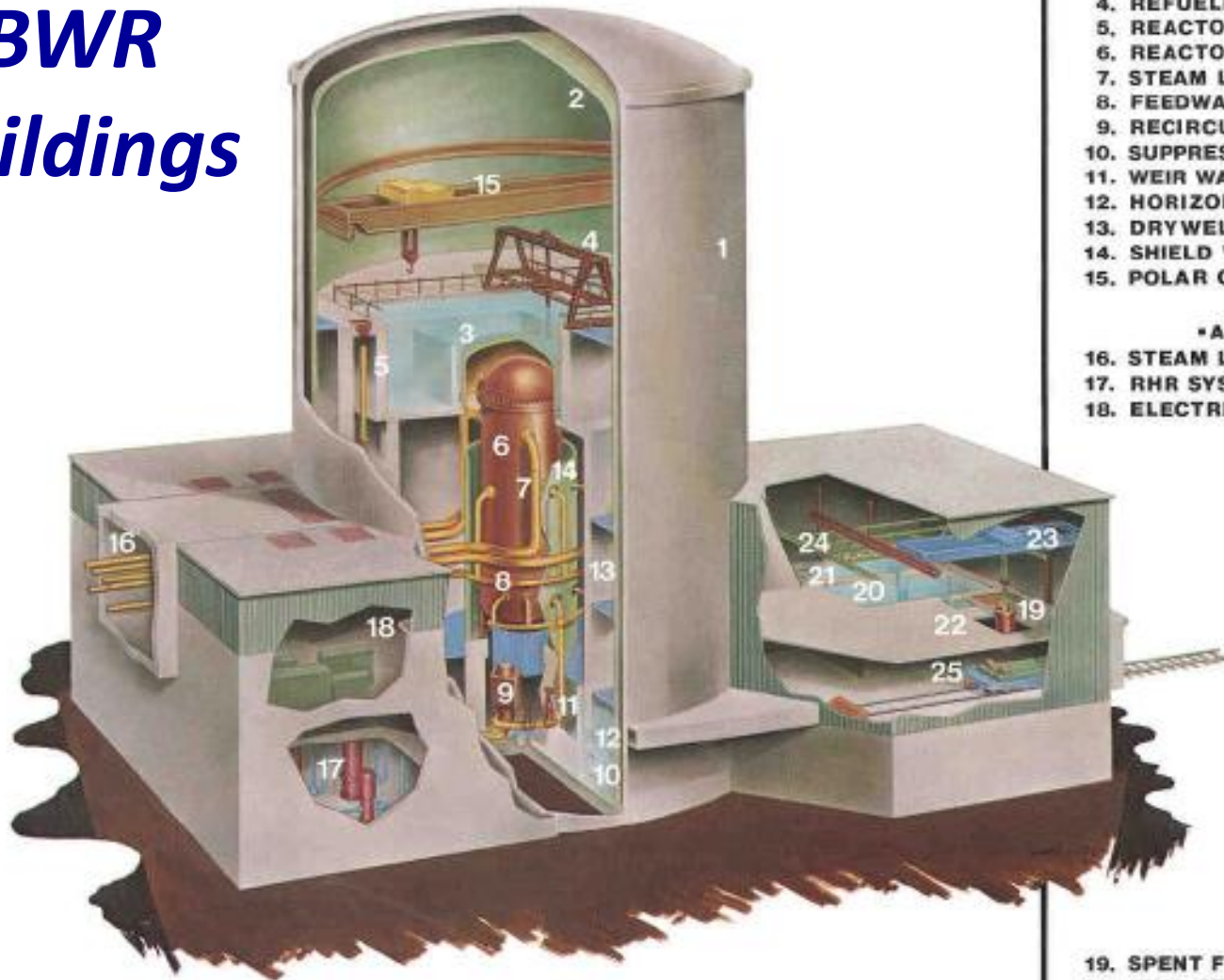


BWR buildings



MARK III CONTAINMENT

BWR buildings



• REACTOR BUILDING •

1. SHIELD BUILDING
2. FREESTANDING STEEL CONTAINMENT
3. UPPER POOL
4. REFUELING PLATFORM
5. REACTOR WATER CLEANUP
6. REACTOR VESSEL
7. STEAM LINE
8. FEEDWATER LINE
9. RECIRCULATION LOOP
10. SUPPRESSION POOL
11. WEIR WALL
12. HORIZONTAL VENT
13. DRY WELL
14. SHIELD WALL
15. POLAR CRANE

• AUXILIARY BUILDING •

16. STEAM LINE TUNNEL
17. RHR SYSTEM
18. ELECTRICAL EQUIPMENT ROOM

• FUEL BUILDING •

19. SPENT FUEL SHIPPING CASK
20. FUEL STORAGE POOL
21. FUEL TRANSFER POOL
22. CASK LOADING POOL
23. CASK HANDLING CRANE
24. FUEL TRANSFER BRIDGE
25. FUEL CASK SKID ON RAILROAD CAR

Reactor core eigenschappen

Pressurized heavy water reactor

High temperature gas cooled reactor

Sodium cooled fast reactor

Gas cooled fast reactor

Representative Reactor Lattice Properties

	<i>PWR</i> <i>Pressurized-</i> <i>H₂O Reactor</i>	<i>BWR Boiling-</i> <i>H₂O Reactor</i>	<i>PHWR</i> <i>CANDU-D₂O</i> <i>Reactor</i>	<i>HTGR</i> <i>C-Moderated</i> <i>Reactor</i>	<i>SFR</i> <i>Na-Cooled</i> <i>Fast Reactor</i>	<i>GCFR</i> <i>He-Cooled</i> <i>Fast Reactor</i>
$\bar{q}'$ (kW/m) average linear heat rate	17.5	20.7	24.7	3.7	22.9	17.0
V_x/V_f volume ratio ^a	1.95	2.78	17	135	1.25	1.93
$\bar{P}'''$ (MW/m ³) average power density	102	56	7.7	6.6	217	115
V (m ³) volume 3000 MW(t) reactor	29.4	53.7	390	455	13.8	26.1
$\tilde{e}$ (weight %) enrichment	4.2	4.2	0.7	15	19	19

^a x = moderator for a thermal reactor and coolant for a fast reactor, f = fuel.

Source: Data courtesy of W. S. Yang, Argonne National Laboratory.

PHWR – Pressurized heavy water reactor

CANDU reactor met D₂O moderator en koelmiddel

Calandria (horizontale cylinder) met hoge-druk buizen

Buizen bevatten fuel bundels met UO₂ pellets

50 cm x 10 cm

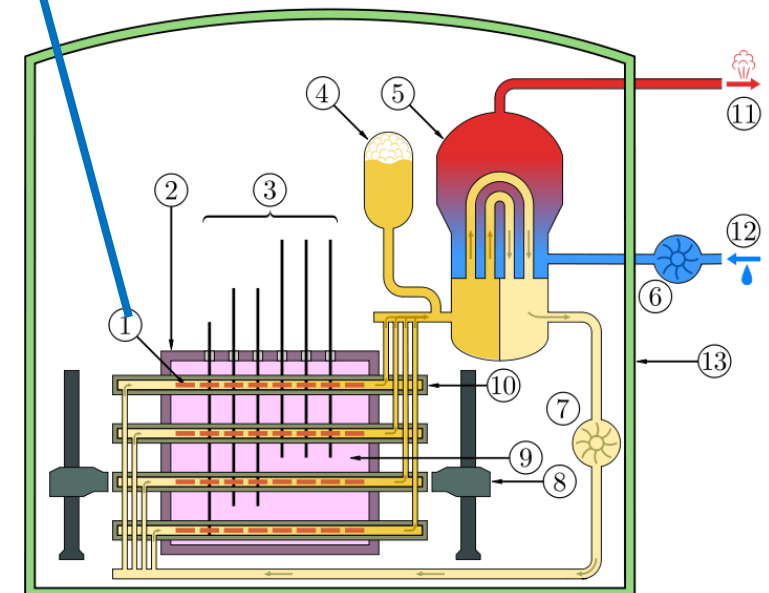
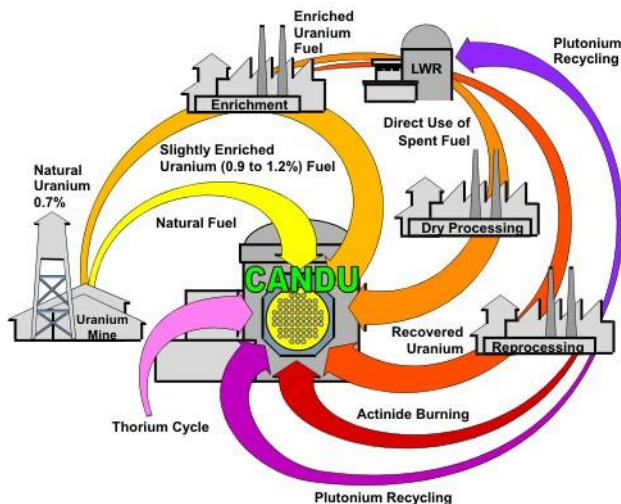


Qinshan - China

Grote moderator – fuel volume ratio

Natuurlijk uranium als brandstof mogelijk

Continue refueling (fuel burn up)



HTGR– Graphite moderated reactor

Grafiet: lage slowing down power, maar lage absorptie

Grote moderator – fuel volume ratio

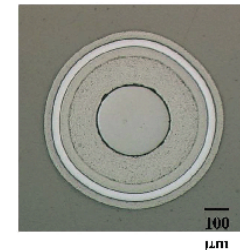
Reactortype met grootste volume

CO₂ koeling en natuurlijk uranium mogelijk

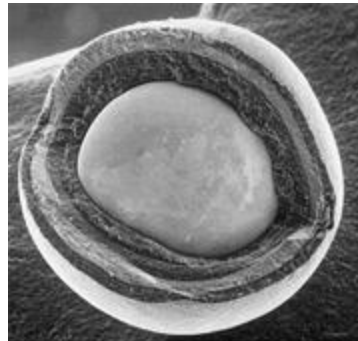
Helium koeling: HTGR

Uranium-carbide deeltjes in grafiet

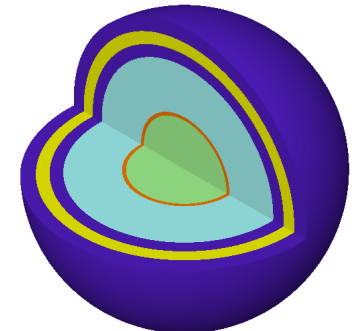
Pebble-bed reactor (Type IV)



Triso pebble
Tri-layer isotropic



Quadriso pebble



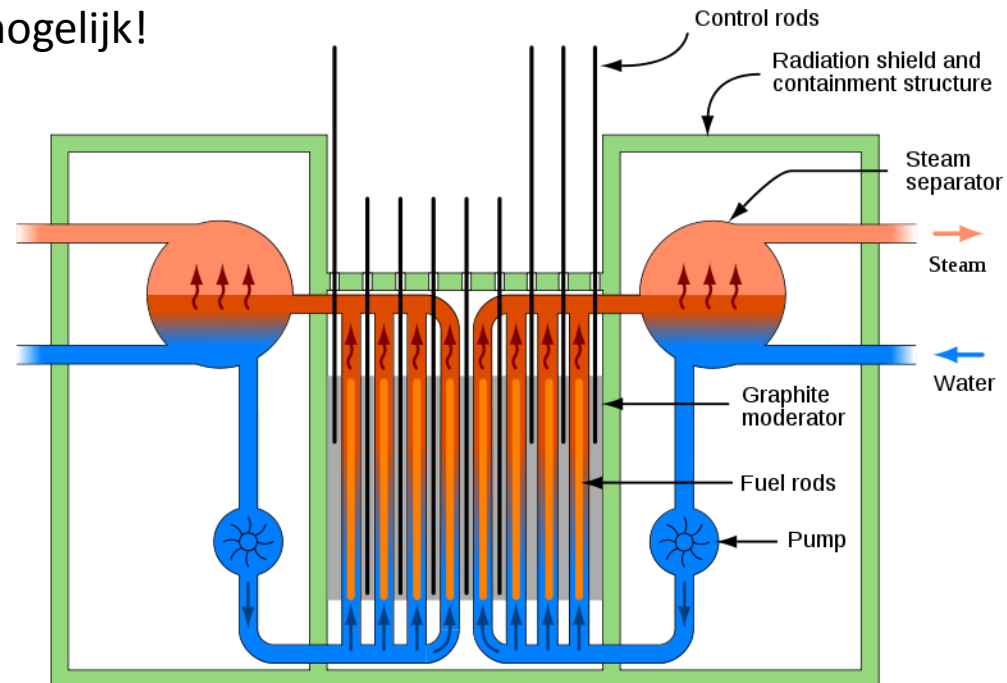
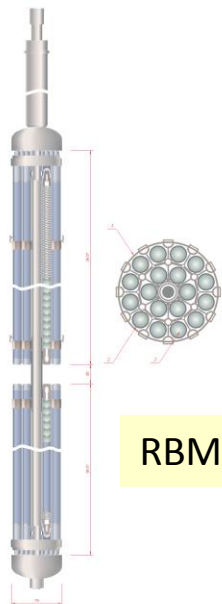
RBMK– H2O cooled graphite moderated

RBMK is veel gebruikte Russische reactor
Nog 11 in gebruik in Rusland (type Chernobyl)

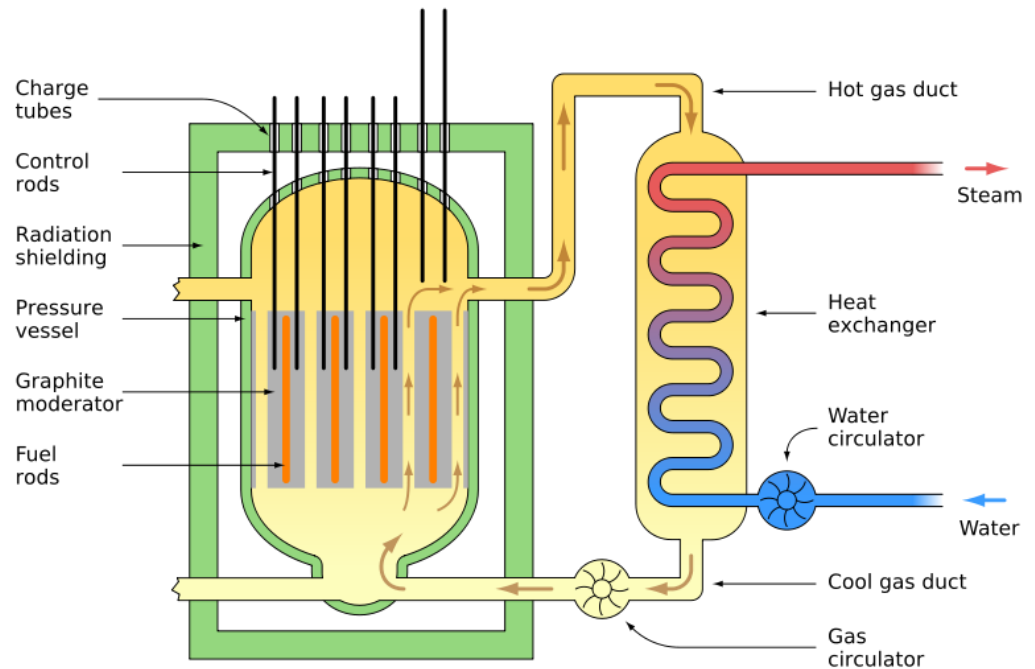
Grote moderator – fuel volume ratio
Volume reactors tot 1000 m³

Dit maakt het duur om meerdere containment gebouwen te construeren

Normaal water en natuurlijk uranium mogelijk!



Magnox and UNGG reactors



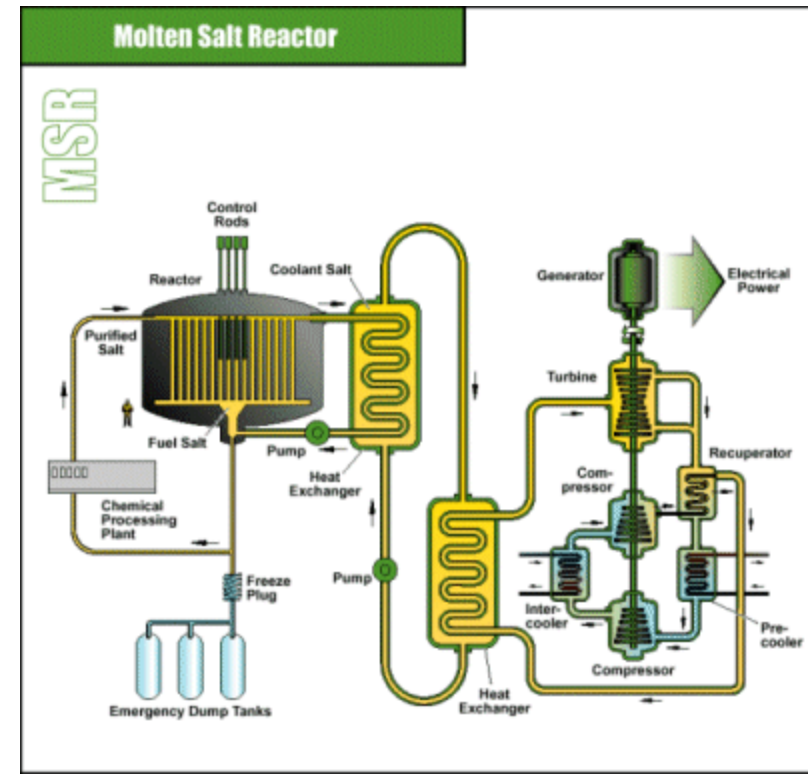
- Used in UK (26 units). Now obsolete type, but 2 in operation. Used for power and plutonium production. Magnox is now realized in N. Korea.
- Pressurized, CO₂ gas cooled, graphite moderated, natural uranium as fuel. Similar to France UNGG reactor: Uranium Naturel Graphite Gaz
- Coolant is a gas, so explosive pressure buildup from boiling (Chernobyl) is not possible.
- Magnesium non-oxidizing.



MSR – Molten salt fast reactor

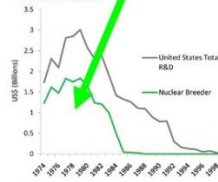
Superphenix

- Generation IV reactor: primary coolant is a molten salt.
- Nuclear fuel dissolved in the molten fluoride salt coolant (LiF and BeF_2) as uranium tetrafluoride UF_4 . Graphite core serves as the moderator.
- Low pressure: makes design simpler and safer, high temperature cooling: makes turbines more efficient.
- Compact: MSRE study to power aircraft.
- Inherently safe, but immature technology. Pressure explosion impossible, meltdown proof.
- Molten salt thorium breeders possible (thorium is abundant and cheap). Can operate decades without refueling.
- Co-locate with reprocessing facility.



But US advanced nuclear fission R&D has dropped – near zero for breeders.

\$16 billion (\$2011)
Cumulative LMFBR investment.



2011 DOE Nuclear Energy budget items

- \$103 million NGNP high temperature gas reactor with TRISO fuel.
- \$22 million Advanced reactor concepts, principally fast reactors.
- \$40 million Advanced fuel cycles, but no liquid fuel, no closed fuel cycle.

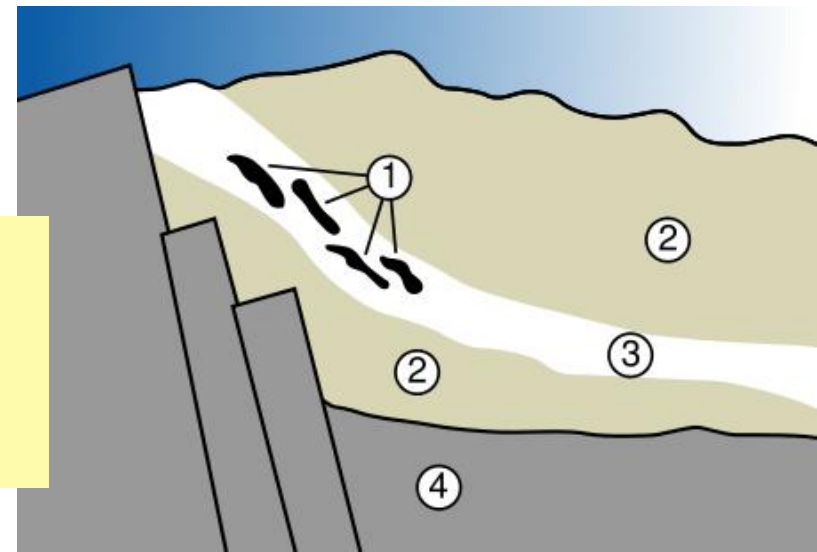
Gabon natural fission reactors

- Predicted by Paul Kuroda (Univ. of Arkansas) (1956).
- Fifteen natural reactors found (in 1972) at the Oklo mine in Gabon.
- Nuclear fission reactions took place 1.5 billion years ago, and ran for a few hundred thousand years (100 kW).
- Uranium-rich mineral deposit became inundated with groundwater that acted as a neutron moderator.
- Extensively studied by scientists interested in geologic radioactive waste disposal.



Geological situation in Gabon leading to natural nuclear fission reactors

1. Nuclear reactor zones
2. Sandstone
3. Uranium ore layer
4. Granite



Rooster van kernreactor

Vermenigvuldiging in oneindig medium

Vermenigvuldigingsfactor k_∞

neutronen door splijting geproduceerd / # neutronen geabsorbeerd

Er geldt $k_\infty = \int_0^\infty \nu \Sigma_f(E) \phi(E) dE / \int_0^\infty \Sigma_a(E) \phi(E) dE$

We schrijven dit bij benadering als

$$k_\infty = \nu \bar{\Sigma}_f / \bar{\Sigma}_a$$

Brandstof, koelmiddel, moderator, etc.

Enkel splijtbaar
materiaal

We nemen impliciet aan dat alle materialen blootgesteld zijn aan *dezelfde* flux $\phi(E)$
Dat zou enkel zo zijn als alles fijn gemengd is, en als de core oneindig groot

We moeten de verschillen in flux in rekening brengen

Rooster van snelle reactor

Vermenigvuldigingsfactor $k_{\infty} = \int_0^{\infty} \nu \Sigma_f(E) \phi(E) dE / \int_0^{\infty} \Sigma_a(E) \phi(E) dE$

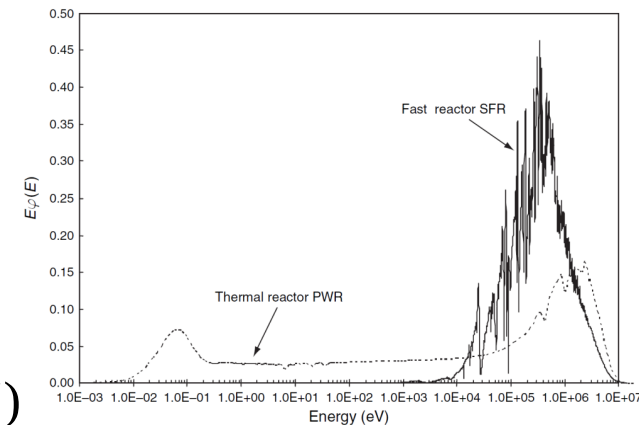
Snelle reactor: hoge verrijking en weinig lage A

Neutronen spectrum

Werkzame doorsneden nemen af met toenemende energie en zijn dus kleiner in snelle reactoren

Vrije weglengte groter dan staafdiameter, etc.

Brandstof f , moderator c en structuur st zien dezelfde $\phi(E)$



Voor elke reactie x geldt $\Sigma_x(E) = (V_f / V) \Sigma_x^f(E) + (V_c / V) \Sigma_x^c(E) + (V_{st} / V) \Sigma_x^{st}(E)$

Invullen levert

$$k_{\infty} = \frac{V_f \int_0^{\infty} \nu \Sigma_f^f(E) \phi(E) dE}{V_f \int_0^{\infty} \Sigma_a^f(E) \phi(E) dE + V_c \int_0^{\infty} \Sigma_a^c(E) \phi(E) dE + V_{st} \int_0^{\infty} \Sigma_a^{st}(E) \phi(E) dE} \quad V = V_f + V_c + V_{st}$$

Integreer flux over de energie $\phi = \int_0^{\infty} \phi(E) dE$

Definieer flux-gemiddelde werkzame doorsneden $\bar{\Sigma}_x^y = \int_0^{\infty} \Sigma_x^y(E) \phi(E) dE / \int_0^{\infty} \phi(E) dE$

Reactiesnelheid voor reactie x in materiaal y $\int_0^{\infty} \Sigma_x^y(E) \phi(E) dE = \bar{\Sigma}_x^y \phi$

Rooster van snelle reactor

Reactiesnelheid gemiddeld over een cel $\int_0^\infty \Sigma_x(E) \varphi(E) dE = \left(\frac{V_f}{V} \bar{\Sigma}_x^f + \frac{V_c}{V} \bar{\Sigma}_x^c + \frac{V_{st}}{V} \bar{\Sigma}_x^{st} \right)$

Verrijking $N_f = N_{fi} + N_{fe}$

Verrijkingsfactor $\tilde{e} = N_{fi} / N_f$

In termen van microscopische werkzame doorsneden $\bar{\Sigma}_x^y = N_y \bar{\sigma}_x^y$

Met definitie $\bar{\sigma}_x^y = \int_0^\infty \sigma_x^y(E) \varphi(E) dE / \int_0^\infty \varphi(E) dE$

In bijdragen van fissile en fertile $\bar{\Sigma}_x^f = N_{fi} \bar{\sigma}_x^{fi} + N_{fe} \bar{\sigma}_x^{fe}$

Dit geeft $\bar{\sigma}_x^f = \tilde{e} \bar{\sigma}_x^{fi} + (1 - \tilde{e}) \bar{\sigma}_x^{fe}$

Invullen levert
$$k_\infty = \frac{V_f N_f \left[\tilde{e} \nu^{fi} \bar{\sigma}_f^{fi} + (1 - \tilde{e}) \nu^{fe} \bar{\sigma}_f^{fe} \right]}{V_f N_f \left[\tilde{e} \bar{\sigma}_a^{fi} + (1 - \tilde{e}) \bar{\sigma}_a^{fe} \right] + V_c N_c \bar{\sigma}_a^c + V_{st} N_{st} \bar{\sigma}_a^{st}}$$

Of ook
$$k_\infty = \frac{\tilde{e} \nu^{fi} \bar{\sigma}_f^{fi} + (1 - \tilde{e}) \nu^{fe} \bar{\sigma}_f^{fe}}{\tilde{e} \bar{\sigma}_a^{fi} + (1 - \tilde{e}) \bar{\sigma}_a^{fe} + \left(V_c N_c / V_f N_f \right) \bar{\sigma}_a^c + \left(V_{st} N_{st} / V_f N_f \right) \bar{\sigma}_a^{st}}$$

Reactiesnelheid neemt toe met verrijking, en met relatief meer fuel (zie σ_f en σ_a)

Rooster van thermische reactor

Fission vindt plaats in thermisch gebied T en gebied F voor fertile materiaal

We schrijven $\int_0^\infty \nu \Sigma_f^f(E) \phi_f(E) dE \approx \int_T \nu \Sigma_f^f(E) \phi_f(E) dE + \int_F \nu \Sigma_f^f(E) \phi_f(E) dE$

Absorptie van neutronen in moderator belangrijk in thermisch gebied T

Derhalve $\int_0^\infty \Sigma_a^m(E) \phi_m(E) dE \approx \int_T \Sigma_a^m(E) \phi_m(E) dE$

Absorptie van neutronen in fuel: resonant in I , maar ook thermisch T

Dus $\int_0^\infty \Sigma_a^f(E) \phi_f(E) dE \approx \int_T \Sigma_a^f(E) \phi_f(E) dE + \int_I \Sigma_a^f(E) \phi_f(E) dE$

Invullen in $k_\infty = \frac{V_f \int_0^\infty \nu \Sigma_f^f(E) \phi_f(E) dE}{V_f \int_0^\infty \Sigma_a^f(E) \phi_f(E) dE + V_m \int_0^\infty \Sigma_a^m(E) \phi_m(E) dE}$

Levert $k_\infty = \frac{V_f \left[\int_T \nu \Sigma_f^f(E) \phi_f(E) dE + \int_F \nu \Sigma_f^f(E) \phi_f(E) dE \right]}{V_f \left[\int_T \Sigma_a^f(E) \phi_f(E) dE + \int_I \Sigma_a^f(E) \phi_f(E) dE \right] + V_m \int_T \Sigma_a^m(E) \phi_m(E) dE}$

Thermische neutronen zijn belangrijk (drie van de vijf integraties!)