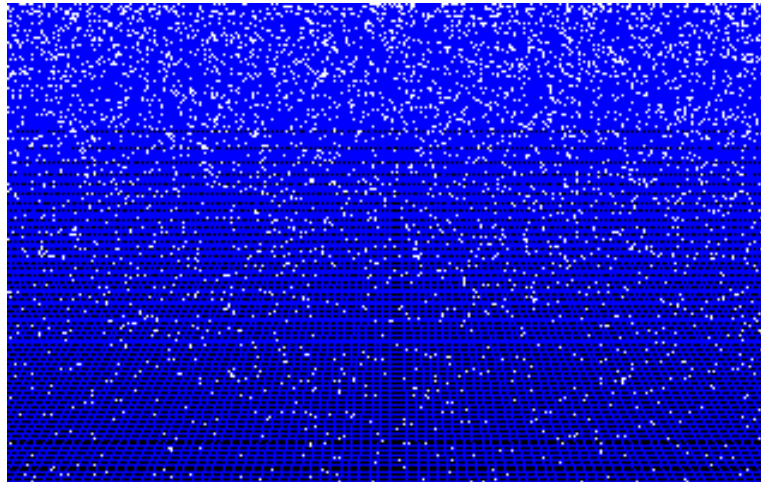


Elementaire Deeltjesfysica

FEW Cursus



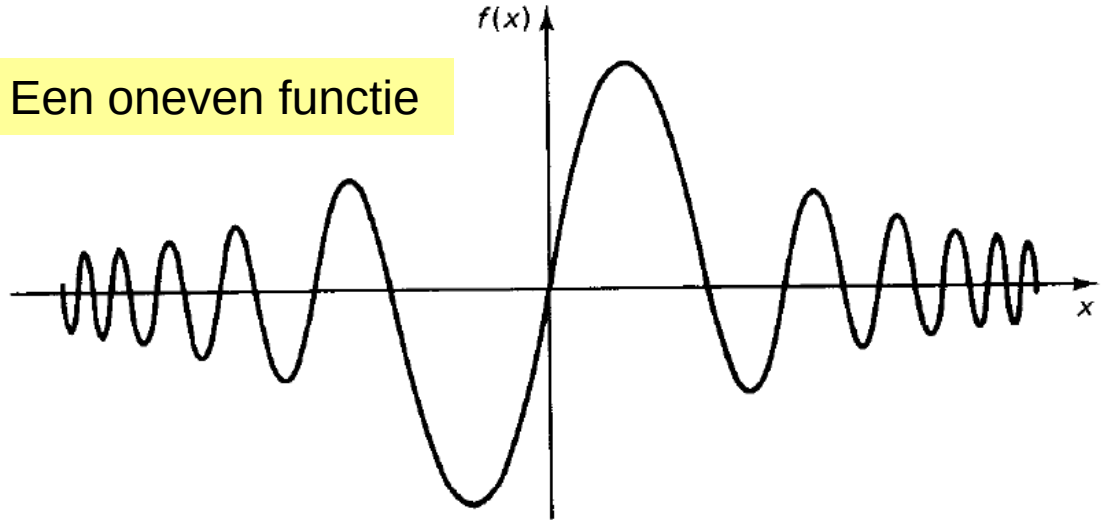
Jo van den Brand
17 November, 2008
Structuur der Materie

Inhoud

- **Inleiding**
 - Deeltjes
 - Interacties
- **Relativistische kinematica**
 - Lorentz transformaties
 - Viervectoren
 - Energie en impuls
- **Symmetrieën**
 - Behoudwetten
 - Discrete symmetrieën
- **Feynman berekeningen**
 - Gouden regel
 - Feynman regels
 - Diagrammen
- **Elektrodynamica**
 - Dirac vergelijking
 - Werkzame doorsneden
- **Quarks en hadronen**
 - Elektron-quark interacties
 - Hadron productie in e^+e^-
- **Zwakke wisselwerking**
 - Muon verval
 - Unificatie

Symmetrieën

Een oneven functie



Oneven functie heeft een bepaalde symmetrie $f(-x) = -f(x)$.
Daaruit kan ik direct de volgende conclusies trekken,
zoals

$$[f(-x)]^6 = [f(x)]^6, \quad \int_{-3}^{+3} f(x) dx = 0,$$
$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{+2} = \left. \frac{df}{dx} \right|_{-2}, \quad \int_{-7}^{+7} [f(x)]^2 dx = 2 \int_0^{+7} [f(x)]^2 dx$$

Fourier expansie bevat geen cosinus termen

Taylor expansie bevat enkel oneven machten

Dit alles zonder
zelfs de exacte
vorm van de
functie te weten!

Symmetrieën en behoudswetten

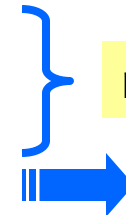
Statische symmetrieën: vormen van een kristal
Dynamische symmetrieën: bewegingsvergelijkingen

Emmy Noether (1917):

'Every symmetry of Nature yields a conservation law'



Symmetry		Conservation law
Translation in time	$\leftrightarrow$	Energy
Translation in space	$\leftrightarrow$	Momentum
Rotation	$\leftrightarrow$	Angular momentum
Gauge transformation	$\leftrightarrow$	Charge



ruimtetijd symmetrieën

interne symmetrie

Symmetrie: een operatie die men kan uitvoeren op een systeem (eventueel conceptueel) en die het systeem *invariant* laat.

Symmetrieën

Resume quantummechanica

- Systeem wordt beschreven door een golf functie, Ψ
- Fysische observabele correspondeert met hermitische operator, $\mathbf{O}$
- Verwachtingswaarden worden gegeven door eigenwaarden
- Tijdsafhankelijkheid wordt gegeven door de Schrödingervergelijking

$$\langle O \rangle = \int \psi_a^* \mathbf{O} \psi_a dV.$$

$$\int (\mathbf{O}\psi)^* \phi dV = \int \psi^* \mathbf{O}^\dagger \phi dV,$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \mathbf{H}\psi$$

$$-i\hbar \frac{\partial \psi^*}{\partial t} = (\mathbf{H}\psi)^* = \psi^* \mathbf{H}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle O \rangle = \frac{\partial}{\partial t} \int \psi^* \mathbf{O} \psi dV$$

$$= \int \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial t} \mathbf{O} \psi + \psi^* \mathbf{O} \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) dV$$

$$= \frac{i}{\hbar} \int \psi^* (\mathbf{H}\mathbf{O} - \mathbf{O}\mathbf{H}) \psi dV.$$

$\langle O \rangle$ bewegingsconstante, als $[\mathbf{H}, \mathbf{O}] = 0$

$$\mathbf{H}\psi = E\psi \quad \text{en} \quad \mathbf{O}\psi = o\psi$$

Symmetrieën

Symmetrie transformatie $\mathbf{U}$

- Tijdsafhankelijk
- Unitair
- Commuteert met $\mathbf{H}$

$$\psi'(\vec{r}, t) = \mathbf{U}\psi(\vec{r}, t)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{U} = \mathbf{U}^\dagger\mathbf{H}\mathbf{U} \quad \text{invullen}$$

$$[\mathbf{H}, \mathbf{U}] = 0$$

Continue transformatie met generator $\mathbf{G}$

$$\mathbf{U} = e^{i\epsilon\mathbf{G}} = 1 + i\epsilon\mathbf{G} + \frac{1}{2!}(i\epsilon\mathbf{G})^2 + \dots$$

Er geldt $\mathbf{U}^\dagger\mathbf{U} = e^{-i\epsilon\mathbf{G}^\dagger}e^{i\epsilon\mathbf{G}} = 1 \rightarrow \boxed{\mathbf{G}^\dagger = \mathbf{G}}$

$\mathbf{G}$ hermitisch $\Leftrightarrow$ observabele

$$[\mathbf{H}, \mathbf{U}] = 0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{H}(1 + i\epsilon\mathbf{G}) - (1 + i\epsilon\mathbf{G})\mathbf{H} = 0$$

$$[\mathbf{H}, \mathbf{G}] = 0$$

Symmetrie $\Leftrightarrow$ behoudswet

Voorbeeld: behoud van impuls

Translatie van golffunctie van een deeltje



$$\begin{aligned}\psi'(x') &= \psi(x - \epsilon) = \psi(x) - \epsilon \frac{d\psi(x)}{dx} + \dots \\ &= (1 + i\epsilon \mathbf{G} + \dots)\psi(x)\end{aligned}$$

$$\mathbf{G} = i \frac{d}{dx} = -\frac{1}{\hbar} \mathbf{p}_x$$

impulsoperator

p_x is behouden

Algemeen translatieoperator

$$\mathbf{U}(\vec{a}) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \vec{a} \cdot \vec{\mathbf{P}}\right)$$

$$\vec{r}' = \mathbf{U} \vec{r} \mathbf{U}^{-1} = \vec{r} - \vec{a} \quad : \text{ruimtecoördinaten}$$

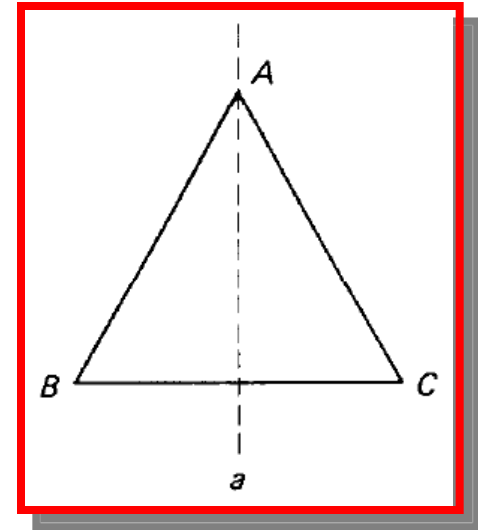
$$\vec{p}' = \mathbf{U} \vec{p} \mathbf{U}^{-1} = \vec{p} \quad : \text{impulsen}$$

$$\vec{s}' = \mathbf{U} \vec{s} \mathbf{U}^{-1} = \vec{s} \quad : \text{spins}$$

Groepen

Symmetrieën van een gelijkzijdige driehoek

- rotatie over 120° (R_+) met de klok mee
- rotatie over 120° (R_-) tegen de klok in
- spiegelen over de as Aa (R_a)
- en ook de as door B (R_b) en C (R_c)
- niets doen (I)
- gecombineerde operaties, zoals rotatie over 240°
- merk op $R_+^2 = R_-$



Eigenschappen van een groep

1. *Closure.* If R_i and R_j are in the set, then the *product*, $R_i R_j$ —meaning: first perform R_j , then perform R_i —is also in the set; that is, there exists some R_k such that $R_i R_j = R_k$.
2. *Identity.* There is an element I such that $IR_i = R_i I = R_i$ for all elements R_i .
3. *Inverse.* For every element R_i there is an *inverse*, R_i^{-1} , such that $R_i R_i^{-1} = R_i^{-1} R_i = I$.
4. *Associativity.* $R_i(R_j R_k) = (R_i R_j)R_k$.

Groeptheorie geeft de wiskundige beschrijving van symmetrieën

Enkele eigenschappen van groepen

Elementen van de groep hoeven niet te commuteren

$$R_i R_j \neq R_j R_i$$

Abelse groep: elementen commuteren

- ruimte en tijd translaties vormen een Abelse groep
- rotaties vormen een niet-Abelse groep

Eindige groepen: zoals de driehoeken (6 elementen)

Oneindige groepen: zoals de integers (met + als product)

Continue groepen: zoals rotaties

- elementen hangen van 1 of meer continue parameters af
- zoals de rotatiehoeken

Discrete groepen: zoals alle eindige groepen

- elementen kun je nummeren

Belangrijkste groepen: groepen van matrices

- Lorentzgroep: set van alle 4×4 Λ matrices
- $U(n)$: set van alle $n \times n$ unitaire matrices
- $SU(n)$: idem, maar nu determinant 1
- Verder nog $O(n)$ en $SO(n)$

$$U^{-1} = \tilde{U}^*$$

$$O^{-1} = \tilde{O}$$

Elke groep kan worden voorgesteld door een groep van matrices:

$$\text{element } a \rightarrow M_a$$

$$ab = c \rightarrow M_a M_b = M_c$$

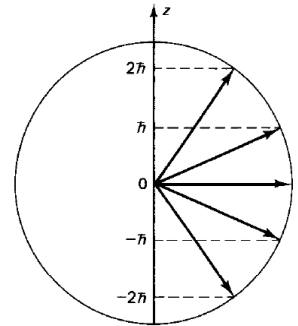
Spin en baanimpulsmoment

Klassiek baanimpulsmoment: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$

- we kunnen alle drie de componenten meten en dus tegelijkertijd weten
- de componenten mogen elke waarde hebben

QM baanimpulsmoment: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$

- een meting van bijvoorbeeld L_x verandert de waarde van L_y en L_z
- we mogen L^2 en L_z tegelijkertijd kennen
- metingen geven als resultaat slechts bepaalde toegestane waarden



$$L^2 \quad l(l+1)\hbar^2 \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$L_z \quad m_l \hbar \quad m_l = -l, -l+1, \dots, -1, 0, +1, \dots, l-1, l$$

Idem voor spinimpulsmoment

- s kan zowel integer als half-integer waarden aannemen!

$$S^2 = \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} \quad s(s+1)\hbar^2 \quad s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$$

$$S_z \quad m_s \hbar \quad m_s = -s, -s+1, \dots, s-1, s$$

Spin: eigenschap
van deeltje
fermionen
bosonen

Spin van deeltjes

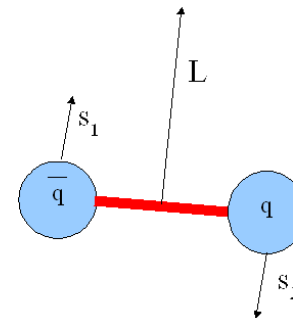
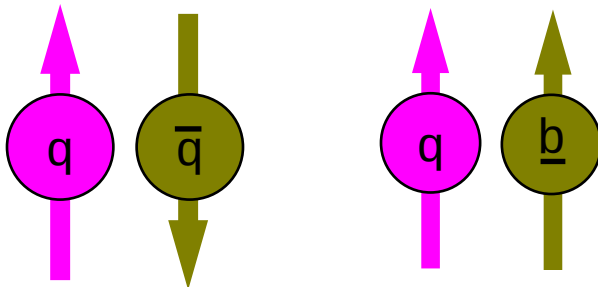
Spin is een eigenschap van een deeltje

- dit in tegenstelling tot baanimpulsmoment
- we onderscheiden fermionen en bosonen

Bosons (integer spin)		Fermions ($\frac{1}{2}$ -integer spin)	
Spin 0	Spin 1	Spin $\frac{1}{2}$	Spin $\frac{3}{2}$
— Pseudo-scalar mesons	Mediators Vector mesons	Quarks, leptons Baryon octet	— Baryon decuplet

Elementaire deeltjes

Samengestelde deeltjes



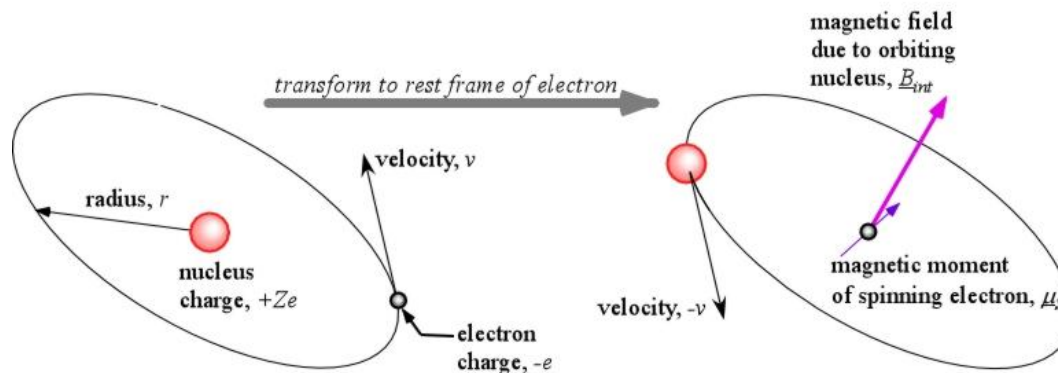
Optellen van impulsmomenten

Toestand met impulsmoment: $|l m_l\rangle$ of $|s m_s\rangle$

Voorbeeld: elektron in waterstofatoom bezet baantoestand $|3 -1\rangle$ en spin toestand $|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$

Dit betekent $l = 3$, $m_l = -1$, $s = \frac{1}{2}$ (maar ja, het is een elektron!), $m_s = \frac{1}{2}$

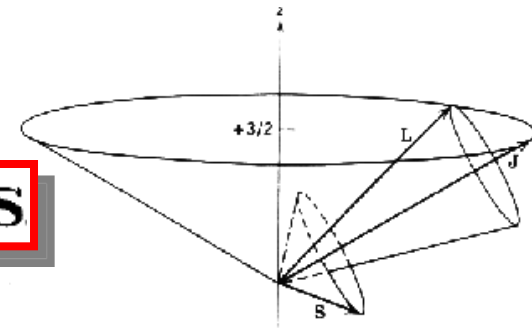
SPIN - ORBIT COUPLING



Stel voor dat er spin-baan koppeling is

We zijn dan niet geïnteresseerd in L en S individueel (die zijn niet behouden), maar in het totale impulsmoment J

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$$



Optellen van impulsmomenten

Het ψ meson

Baanimpulsmoment is gelijk aan nul

Spin van quark en antiquark leveren spin van het meson: $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$

Hoe tellen we twee impulsmomenten op?

Klassiek zouden we de componenten optellen

QM kennen we enkel 1 component en de grootte



Hoe combineren we $|j_1 m_1\rangle$ en $|j_2 m_2\rangle$ tot $|j m\rangle$?

De z-componenten tellen gewoon op $m = m_1 + m_2$

De lengten tellen vectorieel op!

We hebben de volgende mogelijkheden:

$$j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, (j_1 + j_2) - 1, (j_1 + j_2)$$

Voorbeeld: een deeltje met spin 1 heeft baanimpulsmoment 3.

Totaal impulsmoment is dan $j = 2, 3$ of 4 .

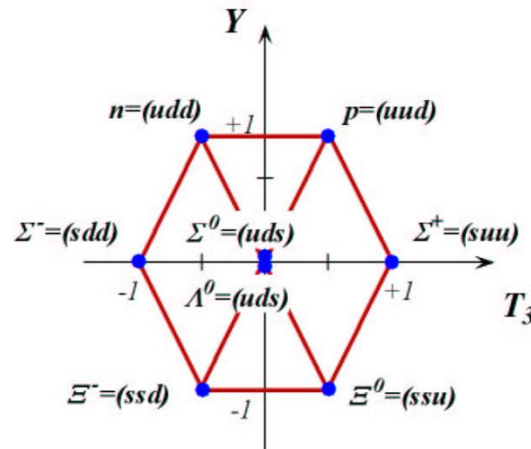
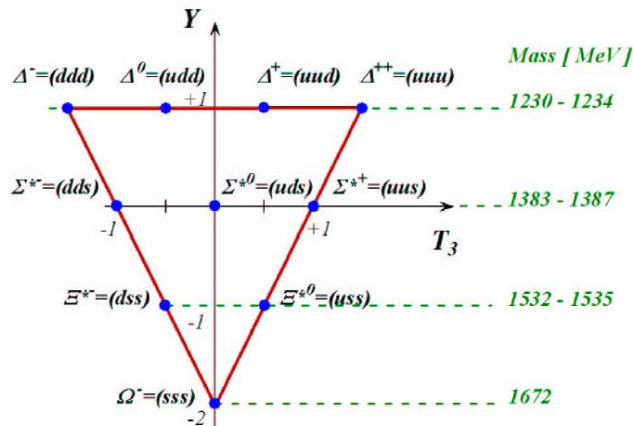
Optellen van impulsmomenten

De baryonen

*Je hebt drie quarks in een toestand met baanimpulsmoment nul
Wat zijn de mogelijk spins van de resulterende baryonen?*

*Stel eerst de spin van twee quarks samen: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ of $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$.
Voeg nu het derde quark toe: $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ of $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, en $0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.
Het baryon kan dus spin $\frac{3}{2}$ of $\frac{1}{2}$ hebben: het decouplet ($j = \frac{3}{2}$) en octet ($j = \frac{1}{2}$).*

Als we verder nog baanimpulsmoment toelaten, dan nemen de combinaties toe.



Clebsch – Gordan coëfficiënten

We weten nu welk totaal impulsmoment j mogelijk is, als we j_1 en j_2 combineren

$$j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, (j_1 + j_2) - 1, (j_1 + j_2)$$

De expliciete decompositie van $|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle$ in toestanden $|jm\rangle$ is

$$|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{(j_1+j_2)} \underbrace{C_{m m_1 m_2}^{j j_1 j_2}}_{\text{Clebsch – Gordan coëfficiënten}} |jm\rangle$$

met $m = m_1 + m_2$

Clebsch – Gordan coëfficiënten

Bereken CGs m.b.v. groeptheorie of quantummechanica 2

[illegible]

Voorbeeld 1: Clebsch – Gordan coefs

Elektron in waterstofatoom bezet toestand $|2 -1\rangle$ voor baanimpulsmoment en $|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle$ voor spin. We meten J^2 .

Welke waarden kunnen we vinden?

Wat is de waarschijnlijkheid voor elk van de waarden?

Waarden: $j = l + s = 2 + \frac{1}{2} = 5/2$ of $j = l - s = 2 - \frac{1}{2} = 3/2$

De z componenten tellen op: $m = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

Koppel spin 2 aan spin 1/2

Beschouw rij -1 en $+1/2$

Lees af

$$|2-1\rangle|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{2/5}|5/2-\frac{1}{2}\rangle - \sqrt{3/5}|3/2-\frac{1}{2}\rangle$$

Waarschijnlijkheid: kwadrateren!

[illegible]

Voorbeeld 2: Clebsch – Gordan coefs

Twee spin $\frac{1}{2}$ toestanden kunnen combineren tot spin 1 en 0.

Wat is de CG decompositie voor deze toestanden?

We zien dat

$$\begin{aligned} |\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle &= |11\rangle \\ |\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle &= (1/\sqrt{2})|10\rangle + (1/\sqrt{2})|00\rangle \\ |\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle &= (1/\sqrt{2})|10\rangle - (1/\sqrt{2})|00\rangle \\ |\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle &= |1-1\rangle \end{aligned}$$

PDG

$1/2 \times 1/2$		1		
	+1	1	0	
+1/2 +1/2	1	0	0	
+1/2 -1/2	1/2	1/2	1	
-1/2 +1/2	1/2	-1/2	-1	
	-1/2 -1/2		1	

Er zijn drie spin 1 toestanden

$$\begin{aligned} |11\rangle &= |\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle \\ |10\rangle &= (1/\sqrt{2})[|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle + |\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle] \\ |1-1\rangle &= |\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle \end{aligned}$$

triplet

en één spin 0 toestand

$$|00\rangle = (1/\sqrt{2})[|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle - |\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\rangle]$$

singlet

Spin $\frac{1}{2}$ systemen

Spin $\frac{1}{2}$ systemen

Leptonen, quarks, proton, neutron, *etc.*

Deeltjes kunnen spin up ($\uparrow$) of spin down ($\downarrow$) hebben

We gebruiken 2-component kolomvectoren: spinoren

$$|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Algemene toestand van een spin $\frac{1}{2}$ deeltje

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Complex getal

We meten S_z

$|\alpha|^2$ is waarschijnlijkheid op waarde $+\frac{1}{2}\hbar$

$|\beta|^2$ is waarschijnlijkheid op waarde $-\frac{1}{2}\hbar$

Spin $\frac{1}{2}$ systemen

We willen S_x of S_y meten voor toestand $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$

Mogelijke meetwaarden weer $+\frac{1}{2}\hbar$ en $-\frac{1}{2}\hbar$

Maar wat zijn de waarschijnlijkheden?

Introduceer operatoren

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Bepaal eigenwaarden $+\frac{1}{2}\hbar$ $-\frac{1}{2}\hbar$

Bepaal eigenvectoren. Voor S_x $\chi_{\pm} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \pm 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$

Schrijf toestand als lineaire combinatie van eigenvectoren

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$
$$a = (1/\sqrt{2})(\alpha + \beta); \quad b = (1/\sqrt{2})(\alpha - \beta)$$

Spin 1/2 systemen: Pauli spin matrices

Pauli spin matrices

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Hiermee $\hat{\mathbf{S}} = (\hbar/2)\boldsymbol{\sigma}$

Vector componenten (in R^3)
veranderen onder coördinaten
transformaties als $\begin{pmatrix} a'_x \\ a'_y \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$

Spinor componenten (in C^2)
veranderen onder coördinaten
transformaties als $\begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = U(\theta) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$

Er geldt $U(\theta) = e^{-i\theta \cdot \boldsymbol{\sigma}/2}$ met θ langs rotatieas

Merk op dat exponent een matrix is! $e^A \equiv 1 + A + \frac{1}{2}A^2 + \frac{1}{3!}A^3 + \dots$

Isospin (u en d flavor) symmetrie

Idee: sterke wisselwerking
gelijk voor proton en neutron
elektrische lading speelt geen rol ...

proton

$$m_p = 938.28 \text{ MeV}/c^2$$

neutron

$$m_n = 939.57 \text{ MeV}/c^2$$

Isospin **I**

$$N = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

nucleon

Componenten in *isospinruimte*

Nucleon heeft isospin $\frac{1}{2}$ en de derde component, I_3 ,
heeft eigenwaarden $+\frac{1}{2}$ (proton) of $-\frac{1}{2}$ (neutron)

$$p = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle, \quad n = \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle$$

Sterke wisselwerking invariant onder rotaties in isospinruimte en
volgens Noether: isospin behouden in alle sterke interacties.
(Analoog aan rotatie-invariantie in gewone 3D: leidt tot behoud van impulsmoment)

Isospin symmetrie

We kennen isospin toe aan de diverse multipletten

Pion: $I = 1$ $\pi^+ = |11\rangle$, $\pi^0 = |10\rangle$, $\pi^- = |1 -1\rangle$

Λ , $I = 0$ $\Lambda = |00\rangle$

Δ , $I = 3/2$ $\Delta^{++} = |\frac{3}{2}\frac{3}{2}\rangle$, $\Delta^+ = |\frac{3}{2}\frac{1}{2}\rangle$, $\Delta^0 = |\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\rangle$, $\Delta^- = |\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\rangle$

multiplicity = $2I + 1$

Alles volgt uit isospin toekenning op quark niveau

$u = |\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle$, $d = |\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle$

Alle andere deeltjes hebben isospin $I = 0$

Isospin symmetrie: deutron

Twee nucleon systeem geeft $I = 0$ of $I = 1$

Triplet

$$\begin{aligned} |11\rangle &= pp \\ |10\rangle &= (1/\sqrt{2})(pn + np) \\ |1-1\rangle &= nn \end{aligned}$$

Singlet

$$|00\rangle = (1/\sqrt{2})(pn - np)$$

In de natuur observeren we enkel het deutron als gebonden toestand van proton en neutron



deutron heeft $I = 0$

NN interactie bevat een $I^{(1)} \bullet I^{(2)}$ term!

Leidt tot attractie in singlet toestand

Isospin symmetrie: NN verstrooiing

Beschouw NN verstrooiing

- (a) $p + p \rightarrow d + \pi^+$
- (b) $p + n \rightarrow d + \pi^0$
- (c) $n + n \rightarrow d + \pi^-$

Isospin toestanden

- (a) $|11\rangle \rightarrow |11\rangle$
- (b) $(1/\sqrt{2})(|10\rangle + |00\rangle) \rightarrow |10\rangle$
- (c) $|1-1\rangle \rightarrow |1-1\rangle$

Enkel isospin $I = 1$ combinatie draagt bij, want de sterke wisselwerking kan isospin niet veranderen!



Amplitudes hebben verhouding

$$\mathcal{M}_a : \mathcal{M}_b : \mathcal{M}_c = 1 : (1/\sqrt{2}) : 1$$

Werkzame doorsneden $\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c = 2 : 1 : 2$

In overeenstemming met meetgegevens

Isospin symmetrie: πN verstrooiing

Beschouw πN verstrooiing

elastisch

$$(a) \quad \pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$$

$$(c) \quad \pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$$

$$(e) \quad \pi^0 + n \rightarrow \pi^0 + n$$

$$(b) \quad \pi^0 + p \rightarrow \pi^0 + p$$

$$(d) \quad \pi^+ + n \rightarrow \pi^+ + n$$

$$(f) \quad \pi^- + n \rightarrow \pi^- + n$$

ladingsuitwisseling

$$(g) \quad \pi^+ + n \rightarrow \pi^0 + p$$

$$(i) \quad \pi^0 + n \rightarrow \pi^- + p$$

$$(h) \quad \pi^0 + p \rightarrow \pi^+ + n$$

$$(j) \quad \pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$$

Pion $I = 1$, nucleon $I = 1/2$  amplituden $I = 3/2$ en $1/2$

$\mathcal{M}_3$

$\mathcal{M}_1$

Decompositie

$$\pi^+ + p: |11\rangle|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle = |\frac{3}{2}\frac{3}{2}\rangle$$

$$\pi^0 + p: |10\rangle|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{2/3}|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\rangle - (1/\sqrt{3})|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle$$

$$\pi^- + p: |1-1\rangle|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle = (1/\sqrt{3})|\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\rangle - \sqrt{2/3}|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle$$

$$\pi^+ + n: |11\rangle|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle = (1/\sqrt{3})|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\rangle + \sqrt{2/3}|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\rangle$$

$$\pi^0 + n: |10\rangle|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle = \sqrt{2/3}|\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\rangle + (1/\sqrt{3})|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle$$

$$\pi^- + n: |1-1\rangle|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\rangle = |\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\rangle$$

We vinden

$$\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 9|\mathcal{M}_3|^2 : |\mathcal{M}_3 + 2\mathcal{M}_1|^2 : 2|\mathcal{M}_3 - \mathcal{M}_1|^2$$

πN verstrooiing – Delta resonantie

πN verstrooiing: aangeslagen toestanden van het nucleon

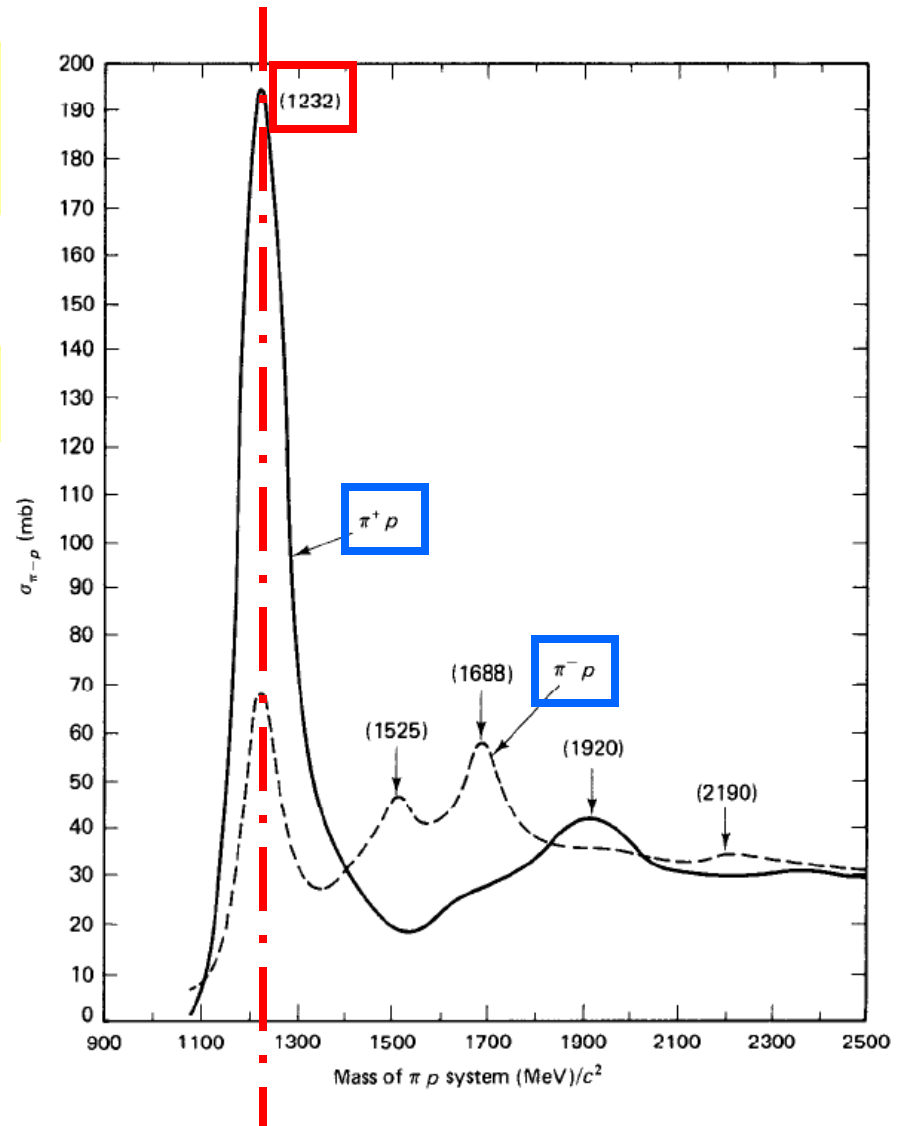
Δ resonantie bij 1232 MeV

Δ heeft spin 3/2

$$\mathcal{M}_3 \gg \mathcal{M}_1$$

dus $\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 9 : 1 : 2$

$$\frac{\sigma_{\text{tot}}(\pi^+ + p)}{\sigma_{\text{tot}}(\pi^- + p)} = 3$$



Spiegeling in de ruimte: pariteit

Unitaire pariteitsoperatie

$$\begin{aligned}\vec{r}' &= \mathcal{P} \vec{r} \mathcal{P}^{-1} = -\vec{r} & \vec{L}' &= (-\vec{r} \times (-\vec{p})) = \vec{L} \\ \vec{p}' &= \mathcal{P} \vec{p} \mathcal{P}^{-1} = -\vec{p} & \vec{s}' &= \vec{s}.\end{aligned}$$

Andere quantumgetallen, Q , B , ... blijven gelijk

Indien spiegelinvariant

$$[\mathbf{H}, \mathcal{P}] = 0 \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned}\mathbf{H}\psi &= E\psi \\ \mathcal{P}\psi &= \pi\psi. \\ \pi &= \pm 1\end{aligned}$$

Gezamenlijke
eigentoestanden

Vb. waterstofatoom
potentiaal sferisch
symmetrisch

$$\mathbf{H}(\vec{r}) = \mathbf{H}(-\vec{r}) = \mathbf{H}(r) \quad \longrightarrow \quad [\mathbf{H}, \mathcal{P}] = 0$$

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = \chi(r)Y_l^m(\vartheta, \varphi)$$

Pariteit golffuncties

$$(-1)^l$$

Gedrag van scalar
en vector onder P

Scalar	:	$P(s) = s$
Pseudoscalar	:	$P(p) = -p$
Vector (or polar vector)	:	$P(\mathbf{v}) = -\mathbf{v}$
Pseudovector (or axial vector)	:	$P(\mathbf{a}) = \mathbf{a}$

Pariteitschending in β -verval

C.S. Wu *et al.*
(1957)



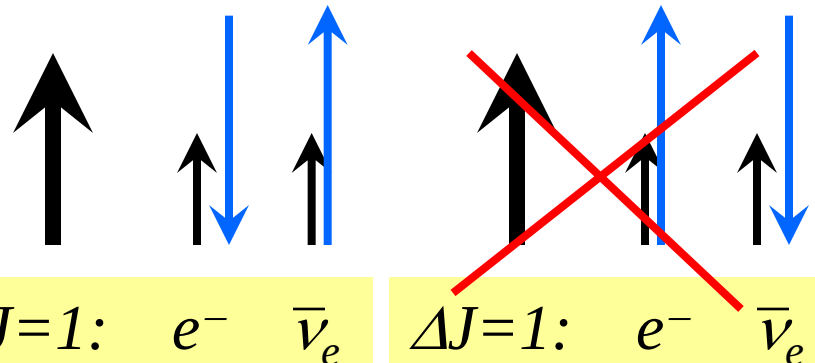
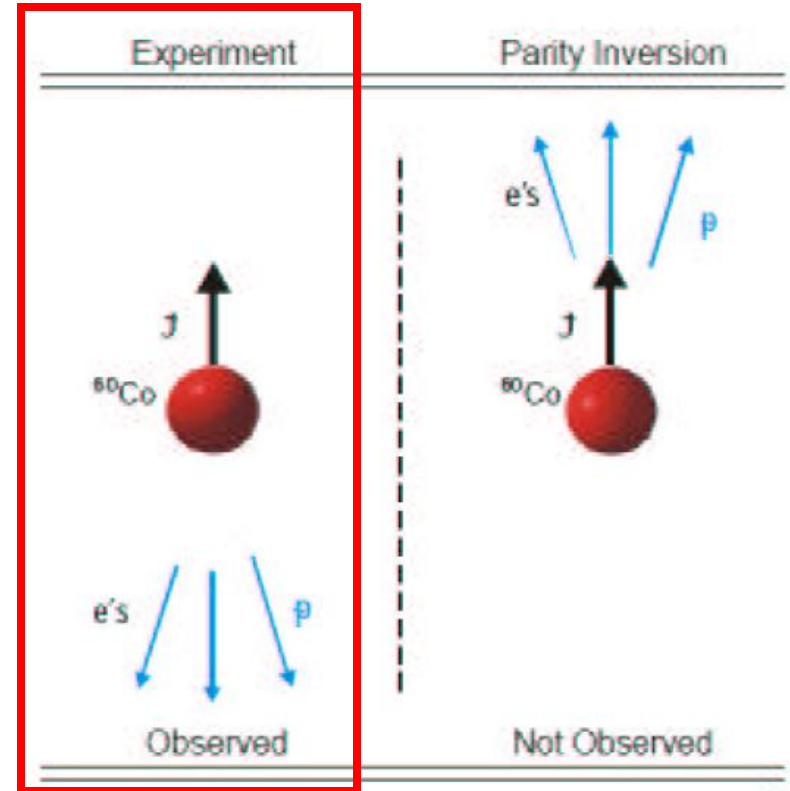
Gepolariseerde
kern – ^{60}Co

$$J^\pi = 5^+ \longrightarrow J^\pi = 4^+$$

$$E(M) = E_0 - g\mu_N B M$$

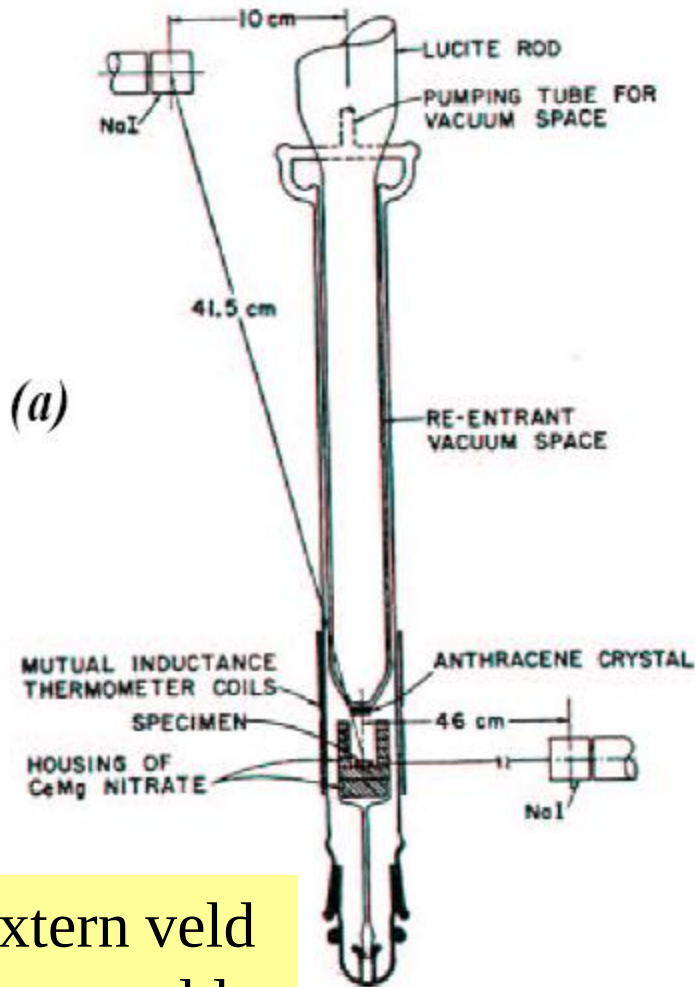
$$\frac{n(M')}{n(M)} = \frac{e^{-E(M')/kT}}{e^{-E(M)/kT}} = e^{\frac{(M'-M)g\mu_N B}{kT}}$$

Detecteer p_e

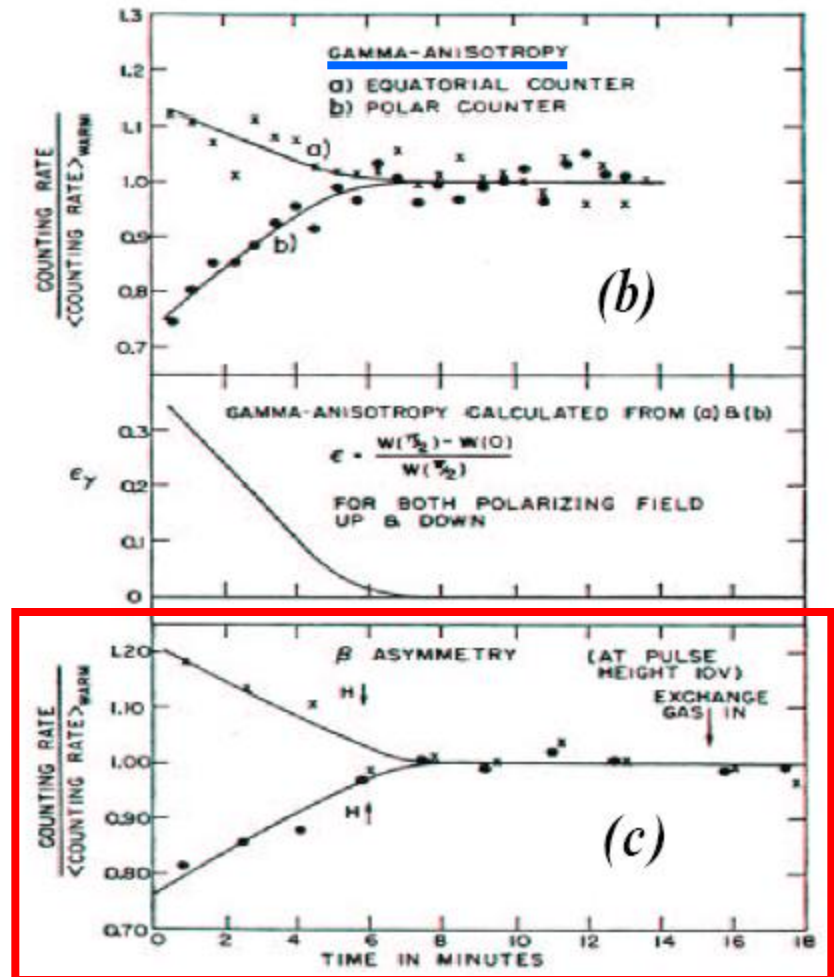


Pariteitschending in β -verval

C.S. Wu *et al.*



0.05 T extern veld
100 T intern veld



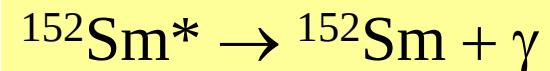
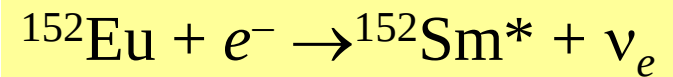
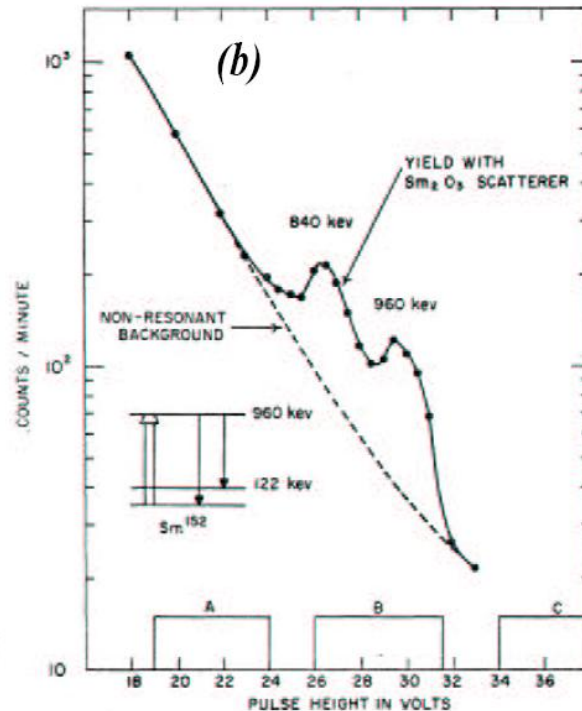
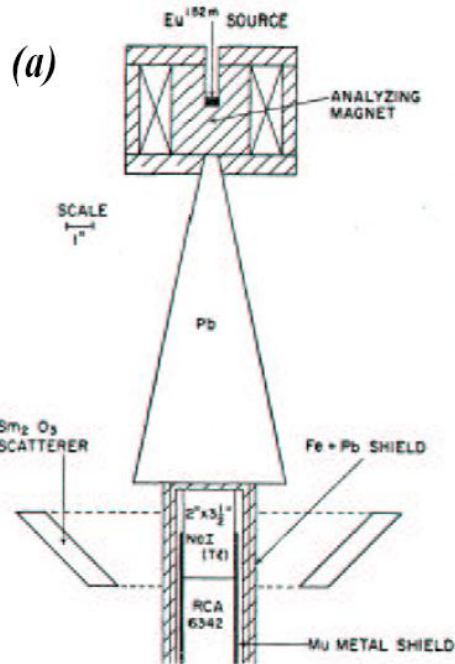
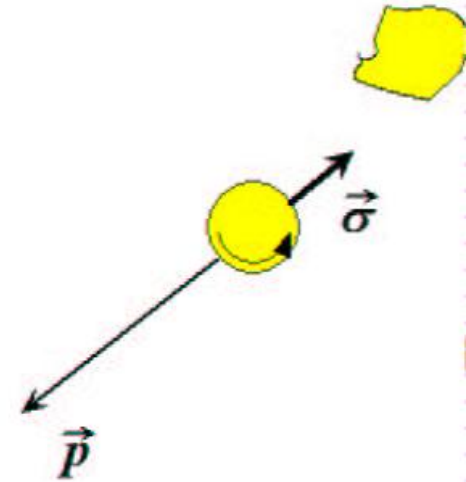
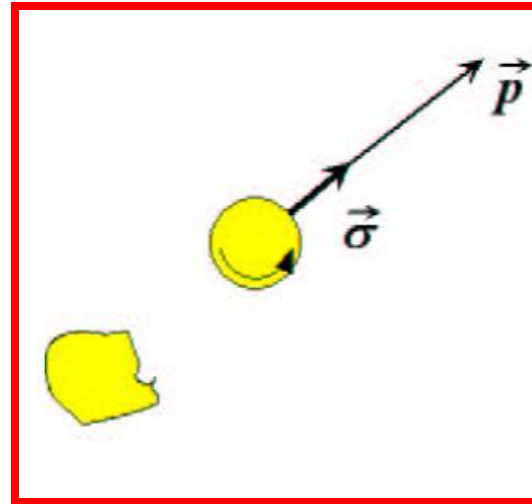
Adiabatische demagnetisatie: 10 mK

Heliciteit van leptonen

C.S. Wu $A = \langle \vec{p}_e \cdot \vec{J} \rangle$

Goldhaber, Grodzins en Sunyar $h = \langle \vec{p}_e \cdot \vec{\sigma} \rangle$

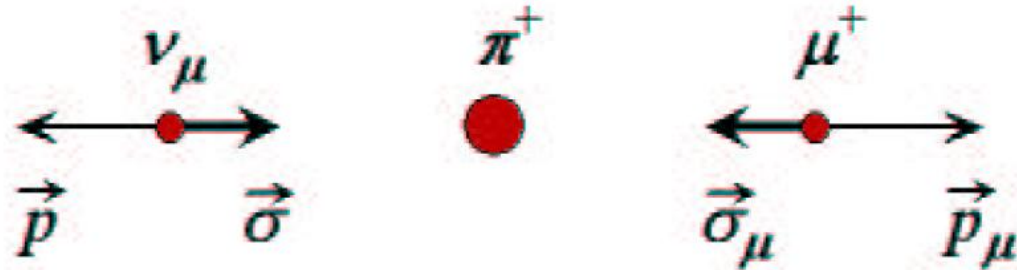
1958: heliciteit neutrino



Resultaat:

$$\langle h_{\nu_e} = -1.0 \pm 0.3 \rangle$$

Pionverval



Waarneming:

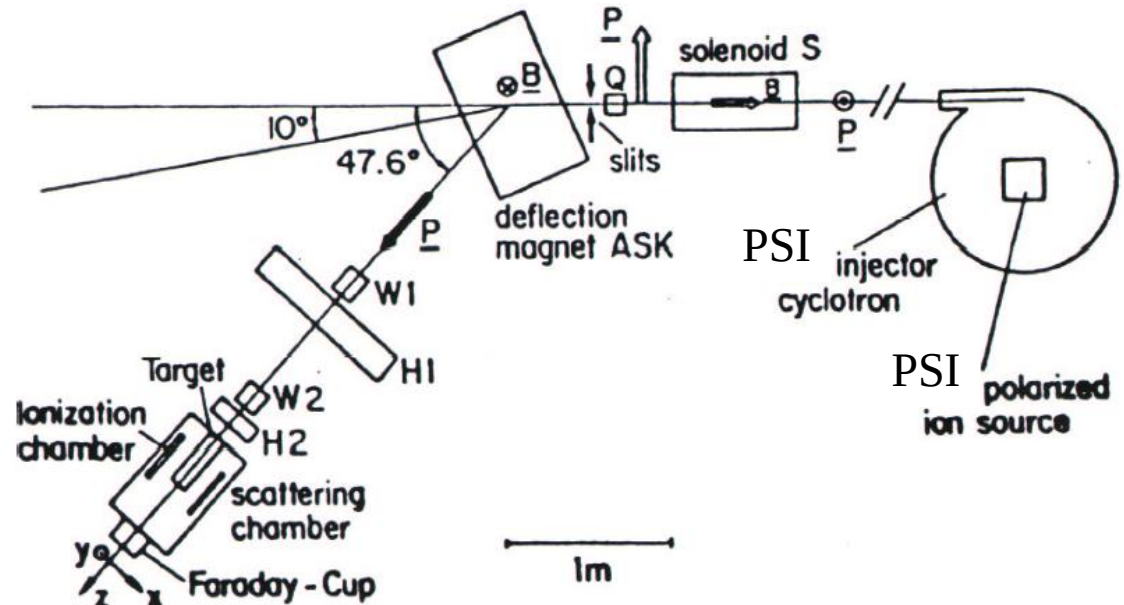
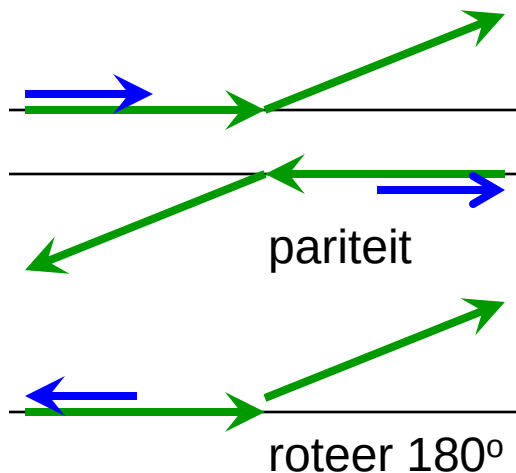
$$\begin{aligned} \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, & \text{B.R.} &= 0.999878 \\ \pi^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e, & \text{B.R.} &= 1.2 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

Conclusie:

- alle neutrino's (ν_e , maar ook ν_μ en ν_τ) hebben een heliceit -1, en alle antineutrino's ($\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\mu$, $\bar{\nu}_\tau$) hebben een heliceit +1.
- De in β -verval uitgezonden geladen leptonen (e^-) hebben een heliceit $-v/c$, terwijl de antideeltjes (e^+) een heliceit $+v/c$ hebben.

Sterke wisselwerking: behoud van pariteit

pp verstrooiing
 $T_p = 50 \text{ MeV}$
 Longitudinale p
 polarisatie



Resultaat:

$$\frac{\sigma^+ - \sigma^-}{\sigma^+ + \sigma^-} = (-1.5 \pm 0.2) \times 10^{-7}$$

Intrinsieke pariteit (eigenpariteit)

Impulsmoment: spin (intrinsiek) en baan

Pariteit van deeltjes: eigenpariteit (intrinsiek) en baan $(-1)^L$

We kennen intrinsieke pariteit toe aan deeltjes, $P_{quark} = +1$

QFT: fermion en antifermion hebben tegenovergestelde intrinsieke pariteit, $P_{antiquark} = -1$

Baryonoctet en decouplet hebben $[(+1)^3] = +1$

Pseudoscalaire en vectormeson nonet hebben $[(-1)(+)1] = -1$

Foton is een vector deeltje met spin 1 en pariteit -1

Pariteit is een multiplicatief quantumgetal

behouden in sterke en EM wisselwerking

maximaal geschonden in zwakke wisselwerking

C - pariteit

Belangrijkste eigenschappen

Grootheid	Deeltje	Antideeltje
Massa	m	m
Levensduur	τ	τ
Spin	J	J
Isospin	T	T
Isospin (z -component)	T_z	$-T_z$
Lading	Q	$-Q$
Vreemdheid	S	$-S$
Charm, enzovoort	$\tilde{C}$	$-\tilde{C}$
Eigenpariteit (fermion)	π	$-\pi$
Eigenpariteit (boson)	π	π
Baryongetal	B	$-B$
Leptongetal	L_e, L_μ, L_τ	$-L_e, -L_\mu, -L_\tau$

C-pariteit

$$\mathcal{C}|\pi^+ \rangle \rightarrow |\pi^- \rangle \neq \eta|\pi^+ \rangle$$

$$\mathcal{C}|\pi^0 \rangle = \eta|\pi^0 \rangle \quad \eta^2 = 1 \quad \eta = \pm 1$$

$$\mathcal{C}|\gamma \rangle = -|\gamma \rangle$$

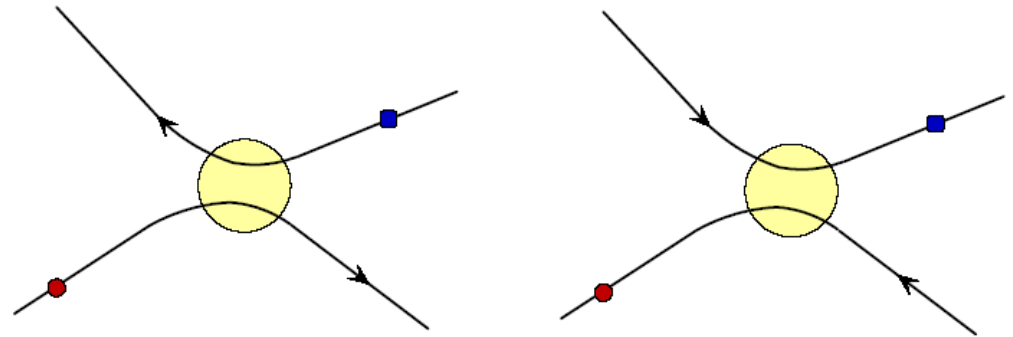
Eigenschap EM-velden

$$\pi^0 \rightarrow 3\gamma \quad (\text{B.R.} < 3.1 \times 10^{-8}) \quad \longrightarrow \quad \mathcal{C}|\pi^0 \rangle = +|\pi^0 \rangle$$

Invariantie van tijdsomkeer

Newton is invariant

$$\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \quad t \rightarrow -t$$



$$M_{fi} = M_{if}?$$

T -operator $\underline{T = U_T \cdot K}$

$$\begin{aligned} \vec{r}' &= T \vec{r} T^{-1} = \vec{r} \\ \vec{p}' &= T \vec{p} T^{-1} = -\vec{p} \\ \vec{J}' &= T \vec{J} T^{-1} = -\vec{J} \end{aligned}$$

antilineair
antiunitair

Geen observabele
eigenwaarden

$$T H |\psi\rangle = H T |\psi\rangle = -i\hbar T \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} T |\psi\rangle$$

$$T(C_1 |\psi\rangle + C_2 |\phi\rangle) = C_1^* T |\psi\rangle + C_2^* T |\phi\rangle$$

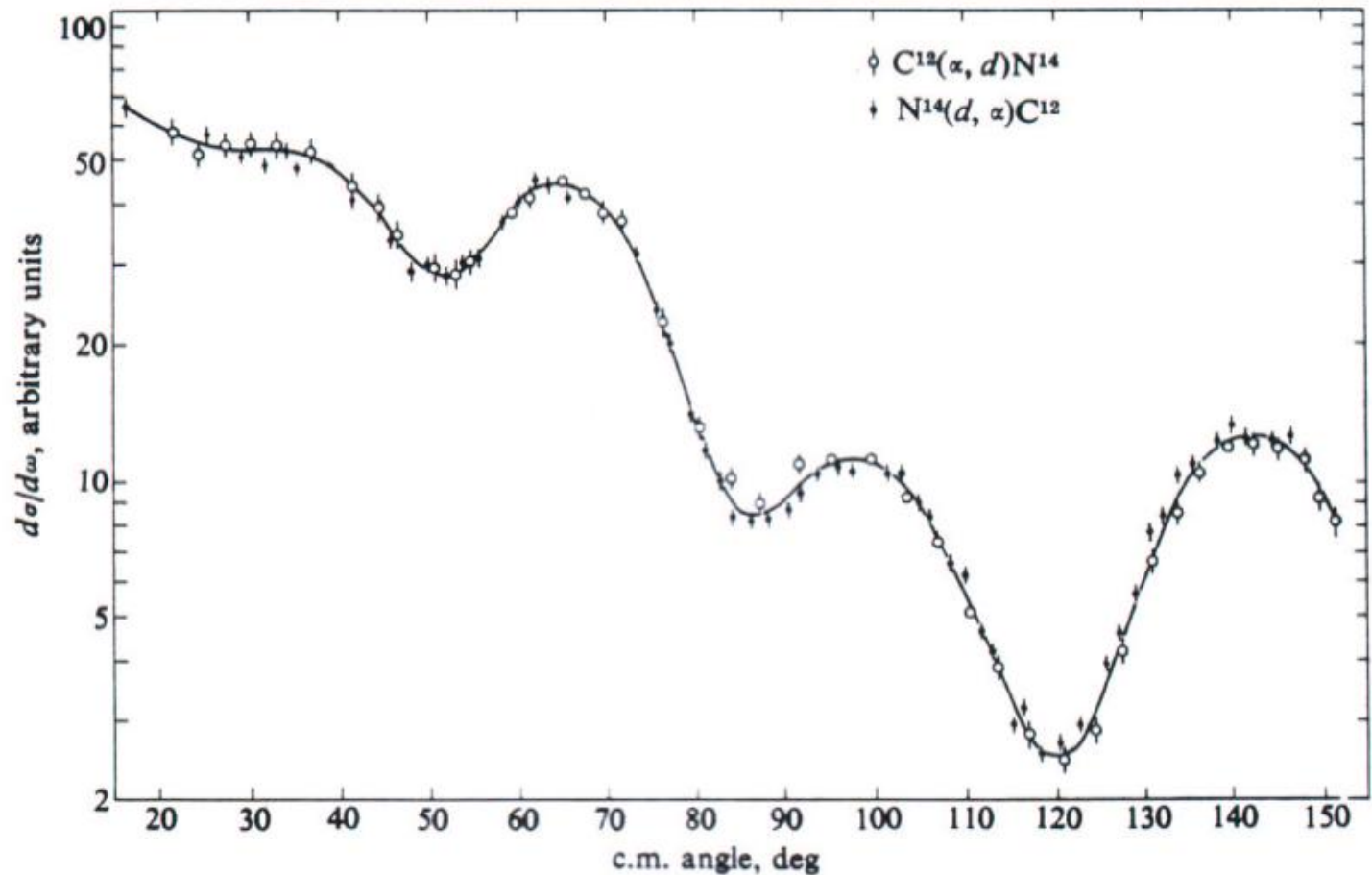
$$\langle \psi' | \phi' \rangle = \langle \psi T^\dagger | T \phi \rangle = \langle \psi | \phi \rangle^* = \langle \phi | \psi \rangle$$

$$T \psi(t) = \psi^*(-t) \neq \eta \psi(t)$$

Principe van gedetailleerd evenwicht

Reactie en omkeerreactie

$$\frac{d\sigma/d\Omega(a + b \rightarrow A + B)}{d\sigma/d\Omega(A + B \rightarrow a + b)} = \underbrace{\frac{p_{AB}^2}{p_{ab}^2} \frac{(2J_A + 1)(2J_B + 1)}{(2J_a + 1)(2J_b + 1)}}_{\text{Faseruimtefactor}} \underbrace{\frac{|T_{ab \rightarrow AB}|^2}{|T_{AB \rightarrow ab}|^2}}_{=1 !}$$





Hoe zit het met CP?

Observations of the Failure of Conservation of Parity and Charge Conjugation in Meson Decays: the Magnetic Moment of the Free Muon*

RICHARD L. GARWIN,† LEON M. LEDERMAN,
AND MARCEL WEINRICH

*Physics Department, Nevis Cyclotron Laboratories,
Columbia University, Irvington-on-Hudson,
New York, New York*

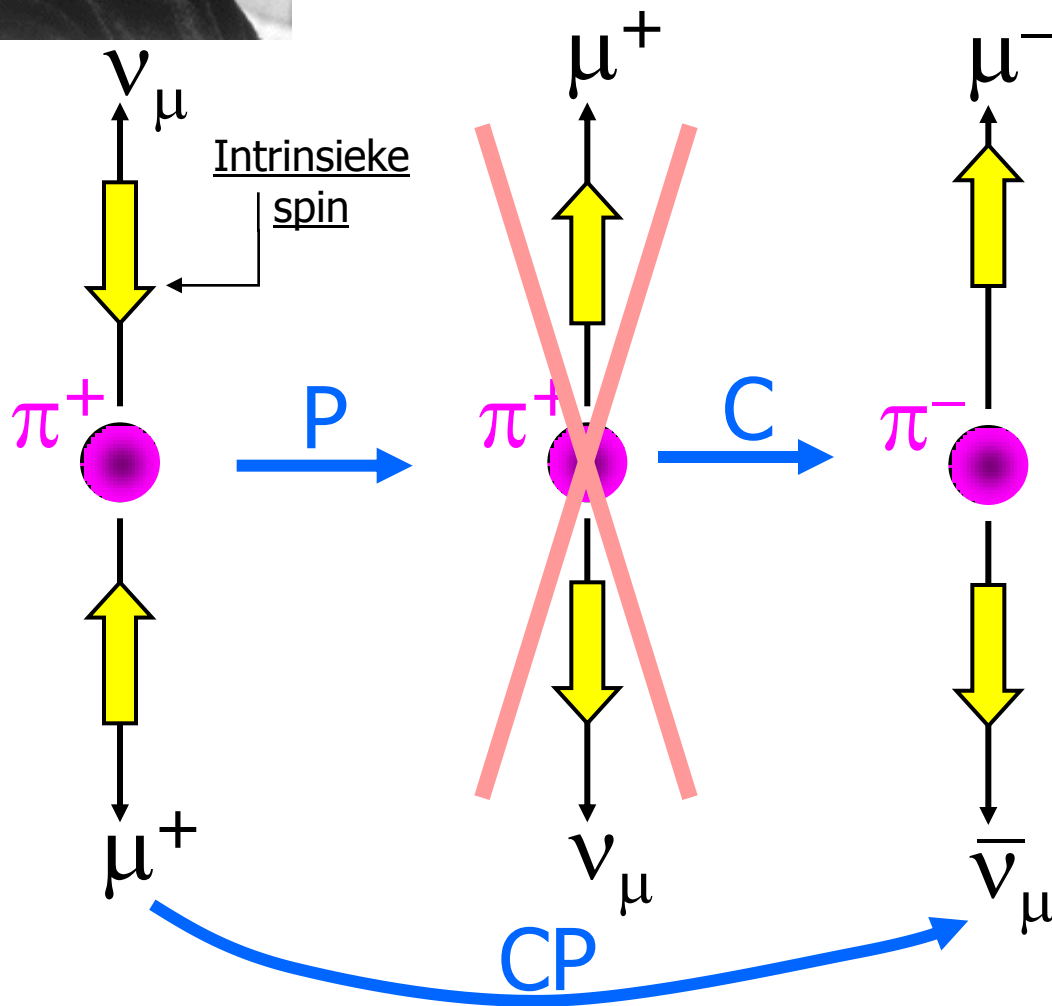
(Received January 15, 1957)

Experiment:

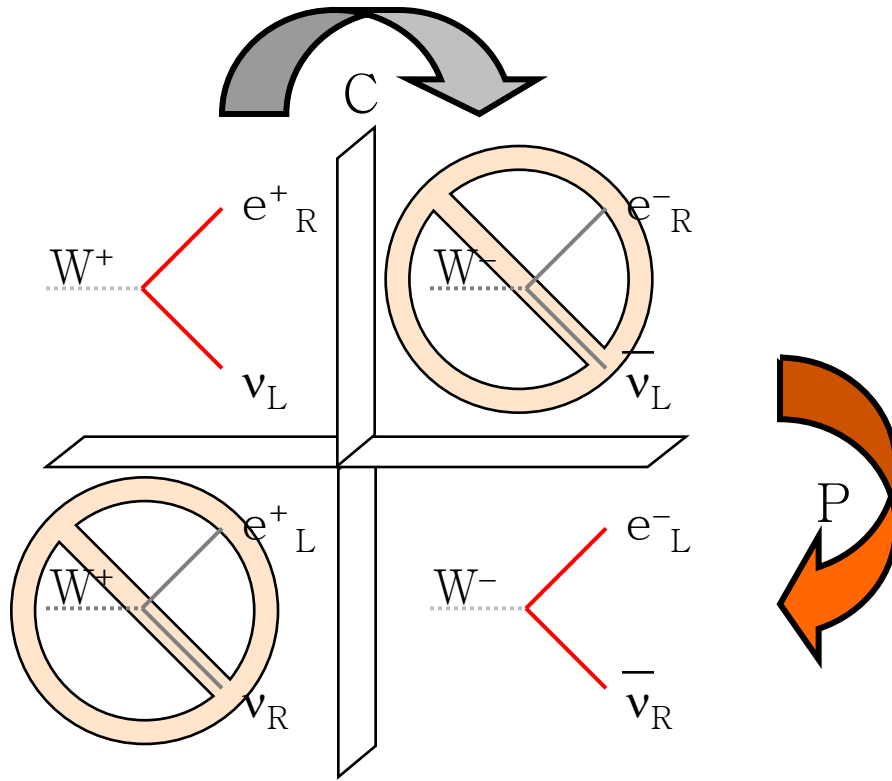
- π^+ bundel stopt in target
- $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ verval
- Bestudeer $\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$
- bepaal μ^+ polarisation
- extract ν_μ polarisation omdat $S_\pi=0$

Experiment toont dat de **pariteit**
getransformeerde configuratie
niet bestaat!

Herstel de symmetrie d.m.v.
deeltje $\leftrightarrow$ **anti-deeltje**
operatie: **ladingsconjugatie**



Zwakke kracht schendt C, schendt P, is CP werkelijk OK ?



- Zwakke interactie schendt zowel C als P symmetrie maximaal!
- Ondanks de *maximale* schending van de C en P symmetrie, de gecombineerde operatie, CP, lijkt precies behouden...
- Echter, in 1964, vonden Christensen, Cronin, Fitch en Turlay CP schending in het verval van neutrale kaonen