

## Tentamen: Structuur der materie: subatomaire fysica

Docent: J. F. J. van den Brand

Datum: 19 Februari 2008

Zaal: T2.69

Tijd: 10.00 - 12.00 uur

- Vermeld je naam op elke pagina.
- Vermeld je collegenummer.
- Alle benodigde fysische constanten en het quarkmodel zijn te vinden in de bijlage.
- Gebruik van een rekenmachine is toegestaan.
- Alle opgaven hebben hetzelfde gewicht.
- Motiveer je resultaat teneinde een maximale score te bereiken.

*Opgave 1a.* Geef met argumenten aan welke van de volgende reacties toegestaan zijn, en welke verboden zijn, door behoudswetten die van toepassing zijn voor de zwakke wisselwerking. Ga ervan uit dat voor elke reactie voldoende energie beschikbaar is om de deeltjes te kunnen produceren.

Reactie	Wel/niet mogelijk (+ = wel; - = niet)	Commentaar
$\nu_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$		
$\nu_e + p \rightarrow e^- + \pi^+ + p$		
$\Lambda \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$		
$K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu$		

*Opgave 1b.* Klassificeer de volgende experimenteel waargenomen processen in sterke, elektromagnetische en zwakke reacties door de betrokken deeltjes te beschouwen en door het hanteren van de selectieregels die van toepassing zijn.

Verval	Wel/niet mogelijk (+ = wel; - = niet)	Commentaar
$\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + n$		
$\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$		
$\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$		
$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$		
$p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$		
$\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$		
$D^- \rightarrow K^+ + \pi^- + \pi^-$		
$\pi^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$		
$\Lambda + p \rightarrow K^- + p + p$		

Opgave 2a: In een collider botsen twee hoog-energetische deeltjes A en B met energieën  $E_A$  en  $E_B$  onder een hoek  $\theta$  op elkaar. Toon aan dat de totale zwaartepuntsenergie  $E_{CM}$  gegeven wordt door

$$E_{CM}^2 = 2E_A E_B (1 + \cos \theta),$$

indien de massas van de deeltjes verwaarloosd worden.

Opgave 2b: Bij DESY in Hamburg wordt een 6 km lange opslagring gebruikt om de substructuur van het proton te onderzoeken in collider experimenten. In deze ring versnelt men protonen tot 820 GeV, die frontaal botsen (dus  $\theta = 0$ ) met elektronen die tot 30 GeV versneld worden (merk op dat rustmassa's van elektron en proton verwaarloosbaar zijn ten opzichte van deze energieën). Bereken de totale zwaartepuntsenergie.

Opgave 2c: Stel, dat we hetzelfde experiment beschouwen, maar nu Lorentzgetransformeert naar het systeem waarin de protonen in rust zijn. Toon aan dat de elektronen in dat systeem een energie van  $5 \times 10^4$  GeV hebben.

Hint:

De massa van een elektron is  $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$ .

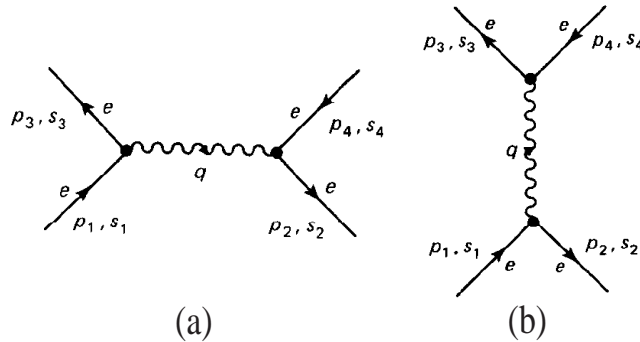
De massa van een proton is  $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$ .

Een Lorentztransformatie (in de  $x$ -richting) wordt gegeven door

$$x^{\mu'} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu} \quad \text{met} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Opgave 3. Een onbekend deeltje  $X^0(1510)$  vervalt via de sterke wisselwerking naar eindtoestanden  $n\pi^0$  en  $p\pi^-$  met branching ratios (dus waarschijnlijkheden) van ongeveer 18% en 36%, respectievelijk. Wat is de isospin van dit deeltje?

Opgave 4. In deze opgave beschouwen we de Feynman regels voor QED.



**Figuur 1:** Diagram (a): elektron-positron verstrooiing.

Opgave 4a) Figuur 1a toont een Feynmandiagram voor elektron-positron verstrooiing. De verticale richting komt overeen met een toename van de tijd. Gebruik de Feynman regels om de amplitude van diagram (a) te bepalen.

Opgave 4b) Figuur 1b geeft een tweede Feynmandiagram dat bijdraagt tot elektron-positron verstrooiing. Gebruik de Feynman regels om ook de amplitude van diagram (b) te bepalen.

Opgave 4c) Bepaal de totale amplitude voor het (eerste-orde) verstrooiingsproces. Dient er wel of niet een relatief minteken te worden gebruikt?

Opgave 4d) Vervolgens beschouwen we in plaats van elektron-positron verstrooiing (dus  $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$ ) de reactie  $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ . Legt uit welk(e) Feynmandiagram(men) we dan dienen mee te nemen voor een eerste-orde QED berekening van het verstrooiingsproces.

Hint: Feynman regels

1. Label inkomende en uitgaande vierimpulsen  $p_1, p_2, \dots$  en interne vierimpulsen  $q_1, q_2, \dots$ . Gebruik pijlen voor de externe fermionen om deeltjes en antideeltjes aan te geven.
2. Externe lijnen dragen de volgende factoren bij:
  - (a) Inkomend elektron, positron en foton:  $u, \bar{v}, \epsilon^\mu$ , respectievelijk.
  - (b) Uitgaand elektron, positron en foton:  $\bar{u}, v, \epsilon^{\mu*}$ , respectievelijk.
3. Elke vertex geeft een factor  $ig_e\gamma^\mu$ .
4. Interne lijnen geven een propagator. Voor elektron en positron  $\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + mc)}{q^2 - m^2 c^2}$ , voor foton  $\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}$ .
5. Schrijf voor elke vertex  $(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3)$ .
6. Integreer over interne impulsen. Elke  $q$  geeft een factor  $\frac{d^4q}{(2\pi)^4}$ .
7. Verwijder de factor  $(2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 + \dots - p_n)$  en wat overblijft is gelijk aan  $-iM$ .
8. Pas antisymmetrisatie toe: voeg een relatief minteken toe als diagrammen enkel verschillen in de permutatie van inkomende (of uitgaande) elektronen (of positronen), of een inkomend elektron met een uitgaand positron (of vice versa).

## BIJLAGE: FUNDAMENTELE CONSTANTEN

$$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = 1.672 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

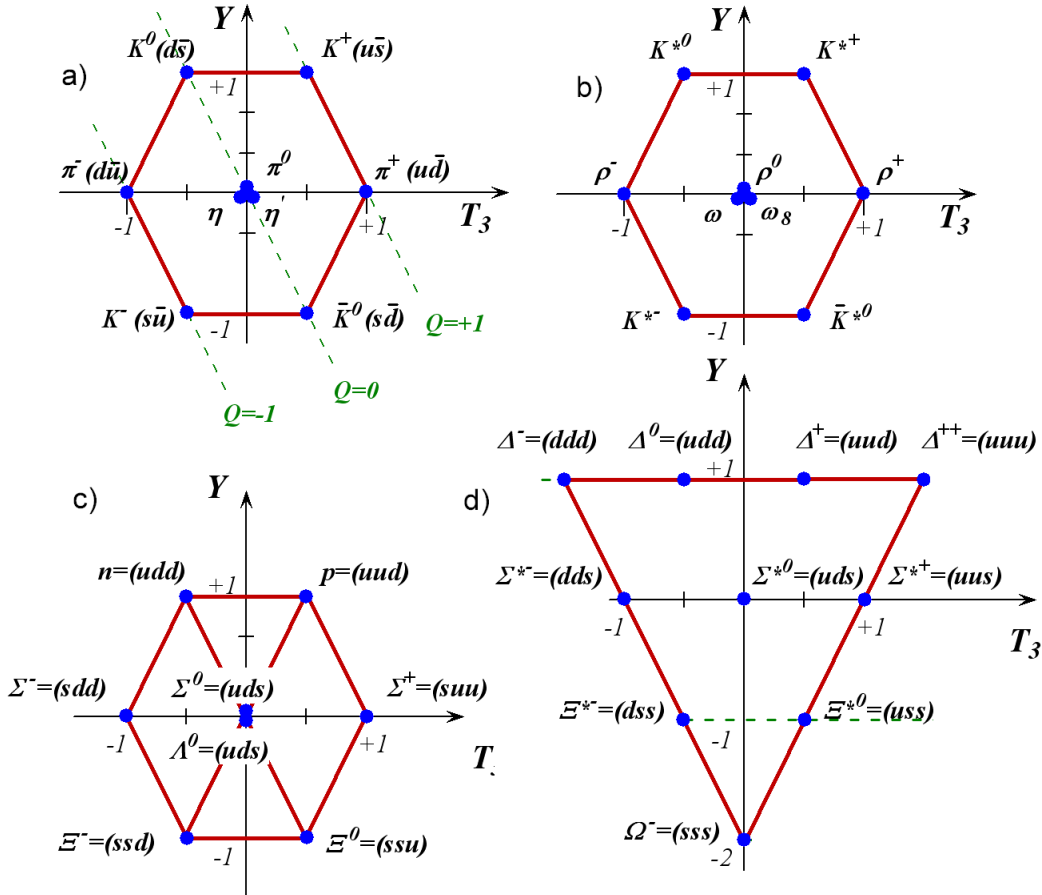
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ 1/mol}$$

$$k = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

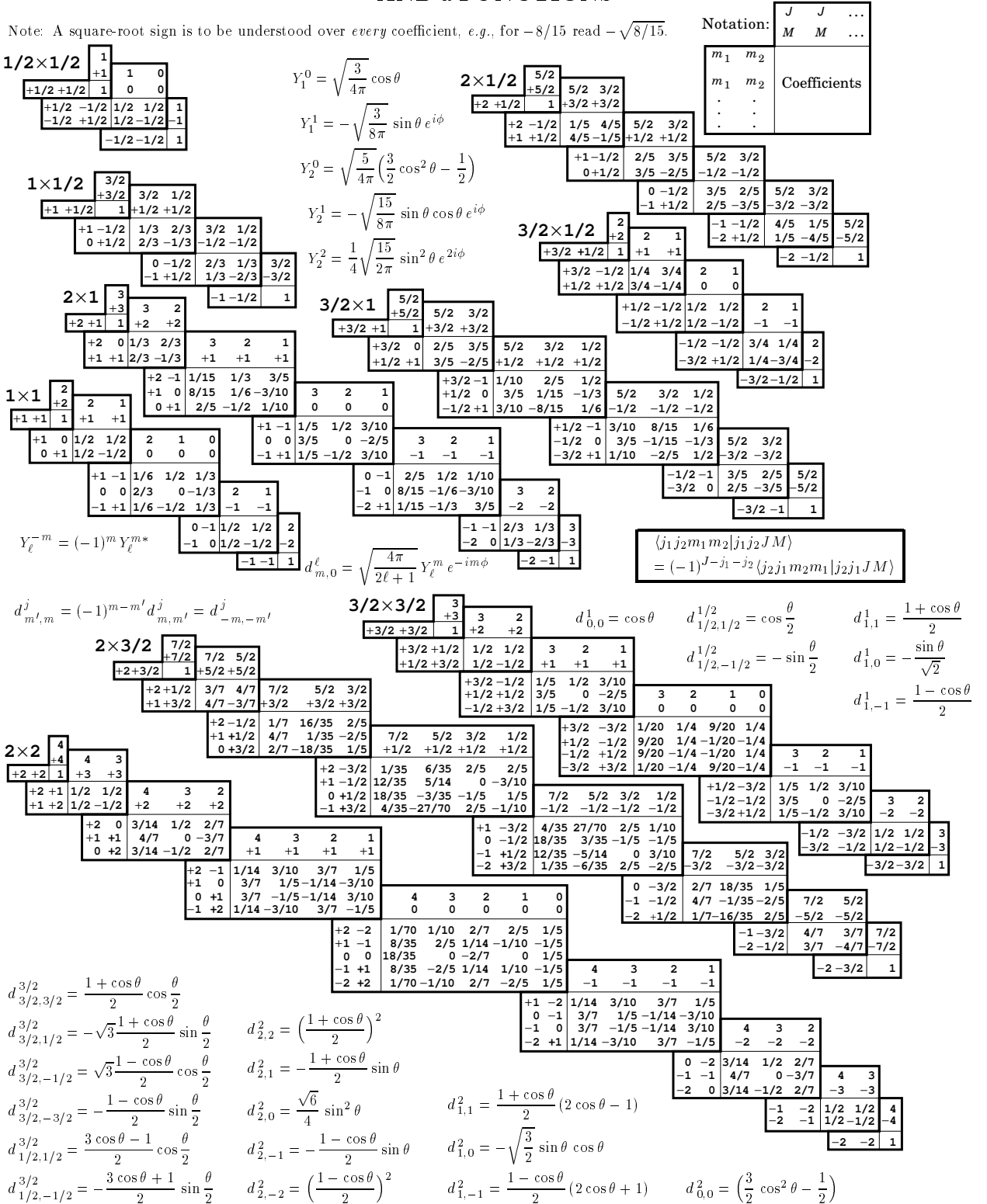
lichtsnelheid  
constante van Planck  
lading van het elektron  
massa van het elektron  
massa van het proton  
permittiviteit van het vacuüm  
permeabiliteit van het vacuüm  
constante van Avogadro  
constante van Boltzmann

## BIJLAGE: QUARKMODEL



**Figuur 2:** Samenstelling van mesonen en baryonen uit quarks met flavors up, down, en strange in multipletten. Figuur a) toont het  $J^\pi = 0^-$  pseudoscalaire meson-octet en meson-singlet; b) de vectormesonen met  $J^\pi = 1^-$ ; c) het baryon-octet met  $J^\pi = \frac{1}{2}^+$ ; d) het baryon-decouplet met  $J^\pi = \frac{3}{2}^+$ .  $T_3$  is de z-projectie van de isospin en  $Y = S$  voor mesonen en  $Y = S + 1$  voor baryonen, met  $S$  de vreemdheid.

### 35. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND $d$ FUNCTIONS



**Figure 35.1:** The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1935), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974). The coefficients here have been calculated using computer programs written independently by Cohen and at LBNL.