

Tentamen: Structuur der materie: subatomaire fysica

Docent: J. F. J. van den Brand

Datum: 19 December 2007

Zaal: P0.04

Tijd: 15.15 - 17.15 uur

- Vermeld je naam op elke pagina.
- Vermeld je collegenummer.
- Alle benodigde fysische constanten en het quarkmodel zijn te vinden in de bijlage.
- Gebruik van een rekenmachine is toegestaan.
- Alle opgaven hebben hetzelfde gewicht.
- Motiveer je resultaat teneinde een maximale score te bereiken.

Opgave 1a. Geef met argumenten aan welke van de volgende reacties niet mogelijk zijn. Geef voor de reacties die wel mogelijk zijn, en waarin neutrino's en/of antineutrino's voorkomen, aan, welke dit zijn. Maak dus een keuze uit $\nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau$ en $\bar{\nu}_\tau$. Ga ervan uit dat voor elke reactie voldoende energie beschikbaar is om de deeltjes te kunnen produceren.

Reactie	Wel/niet mogelijk (+ = wel; - = niet)	Commentaar
$p + \pi^- \rightarrow p + K^-$		
$p + \pi^- \rightarrow \Lambda^0 + \bar{\Sigma}^0$		
$\nu + p \rightarrow \mu^+ + n$		
$\nu + p \rightarrow e^+ + \Lambda^0 + K^0$		

Opgave 1b. We bekijken nu het verval van deeltjes. Geef ook hier met argumenten aan welk van de volgende vervalprocessen niet mogelijk is. Geef verder voor die voorbeelden die wel mogelijk zijn aan welke neutrino's en/of antineutrino's erin voorkomen.

Verval	Wel/niet mogelijk (+ = wel; - = niet)	Commentaar
$\Lambda^0 \rightarrow p + e^-$		
$\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu$		
$D^- (= \bar{c}d) \rightarrow K^+ + \pi^- + \pi^-$		
$\pi^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \nu$		
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ + \pi^-$		
$p \rightarrow e^+ + \pi^0$		
$\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \nu$		
$\rho \rightarrow \pi^+ + \pi^-$		
$K^0 \rightarrow \pi^+ + \mu^- + \nu$		

Opgave 2: Bij DESY in Hamburg wordt een 6 km lange opslagring gebruikt om de substructuur van het proton te onderzoeken in collider experimenten. In deze ring versnelt men protonen tot 820 GeV, die frontaal botsen met elektronen die tot 35 GeV versneld worden (merk op dat rustmassa's van elektron en proton verwaarloosbaar zijn ten opzichte van deze energieën).

Opgave 2a: Stel, dat we hetzelfde experiment beschouwen, maar nu Lorentzgetransformeert naar het systeem waarin de elektronen in rust zijn. Welke energie zou de protonenbundel dan hebben?

Opgave 2b: Reken uit wat de relatieve drie-impulsen van de protonen en elektronen zijn in het zwaartepuntssysteem (in dit systeem is de totale drie-impuls gelijk is aan 0).

Opgave 2c: Na de botsing in het laboratoriumsysteem heeft het elektron een energie van 20 GeV en verstrooit het onder een hoek van 30° . Wat is voor deze botsing het kwadraat $q_\mu q^\mu = q^2$ van de door het elektron aan het proton overdraagbare vierimpuls q ?

Hint:

De massa van een elektron is $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$.

De massa van een proton is $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$.

Een Lorentztransformatie (in de x -richting) wordt gegeven door

$$x^{\mu'} = \Lambda^\mu_{\nu'} x^\nu \quad \text{met} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Opgave 3. Beschouw de volgende reacties:

$$(a) \quad \pi^- + p \rightarrow K^0 + \Sigma^0,$$

$$(b) \quad \pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^-,$$

$$(c) \quad \pi^+ + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+.$$

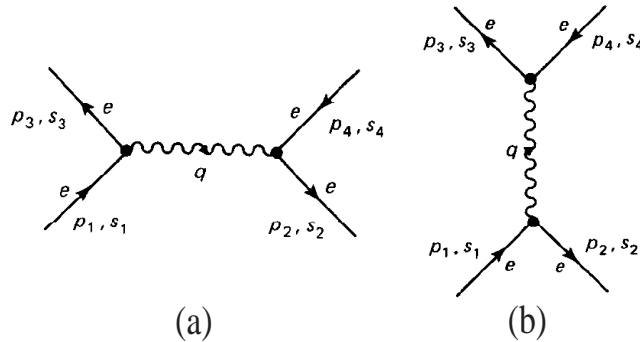
Deze reacties verlopen via de sterke wisselwerking. Isospin is derhalve behouden.

Opgave 3a) Wat is de waarde van I en I_3 (de z -component van I) voor de verschillende deeltjes?

Opgave 3b) De totale isospin kan $\frac{3}{2}$ of $\frac{1}{2}$ zijn. Er zijn dus twee verschillende verstrooiingsamplituden M_3 voor $I = \frac{3}{2}$ en M_1 voor $I = \frac{1}{2}$. Gebruik de Clebsch-Gordan tabel om de isospin decomposities van de verstrooiingsamplituden M_a , M_b en M_c voor reacties (a), (b) en (c) te vinden.

Opgave 3c) Wat is de verhouding van de werkzame doorsneden voor reacties (a), (b) en (c) als de totale zwaartepuntsenergie 1232 MeV is (en de reactie dus voornamelijk via de Δ -resonantie met isospin $I = 3/2$ verloopt).

Opgave 4. In deze opgave beschouwen we de Feynman regels voor QED.



Figuur 1: Diagram (a): elektron-positron verstrooiing.

Opgave 4a) Figuur 1a toont een Feynmandiagram voor elektron-positron verstrooiing. De verticale richting komt overeen met een toename van de tijd. Gebruik de Feynman regels om de amplitude van diagram (a) te bepalen.

Opgave 4b) Figuur 1b geeft een tweede Feynmandiagram dat bijdraagt tot elektron-positron verstrooiing. Gebruik de Feynman regels om ook de amplitude van diagram (b) te bepalen.

Opgave 4c) Bepaal de totale amplitude voor het (eerste-orde) verstrooiingsproces. Dient er wel of niet een relatief minteken te worden gebruikt?

Opgave 4d) Vervolgens beschouwen we in plaats van elektron-positron verstrooiing (dus $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$) de reactie $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$. Legt uit welk(e) Feynmandiagram(men) we dan dienen mee te nemen voor een eerste-orde QED berekening van het verstrooiingsproces.

Hint: Feynman regels

1. Label inkomende en uitgaande vierimpulsen p_1, p_2, \dots en interne vierimpulsen q_1, q_2, \dots . Gebruik pijlen voor de externe fermionen om deeltjes en antideeltjes aan te geven.
2. Externe lijnen dragen de volgende factoren bij:
 - (a) Inkomend elektron, positron en foton: u, \bar{v}, ϵ^μ , respectievelijk.
 - (b) Uitgaand elektron, positron en foton: $\bar{u}, v, \epsilon^{\mu*}$, respectievelijk.
3. Elke vertex geeft een factor $ig_e\gamma^\mu$.
4. Interne lijnen geven een propagator. Voor elektron en positron $\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + mc)}{q^2 - m^2 c^2}$, voor foton $\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}$.
5. Schrijf voor elke vertex $(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3)$.
6. Integreer over interne impulsen. Elke q geeft een factor $\frac{d^4q}{(2\pi)^4}$.
7. Verwijder de factor $(2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 + \dots - p_n)$ en wat overblijft is gelijk aan $-iM$.
8. Pas antisymmetrisatie toe: voeg een relatief minteken toe als diagrammen enkel verschillen in de permutatie van inkomende (of uitgaande) elektronen (of positronen), of een inkomend elektron met een uitgaand positron (of vice versa).

BIJLAGE: FUNDAMENTELE CONSTANTEN

$$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = 1.672 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

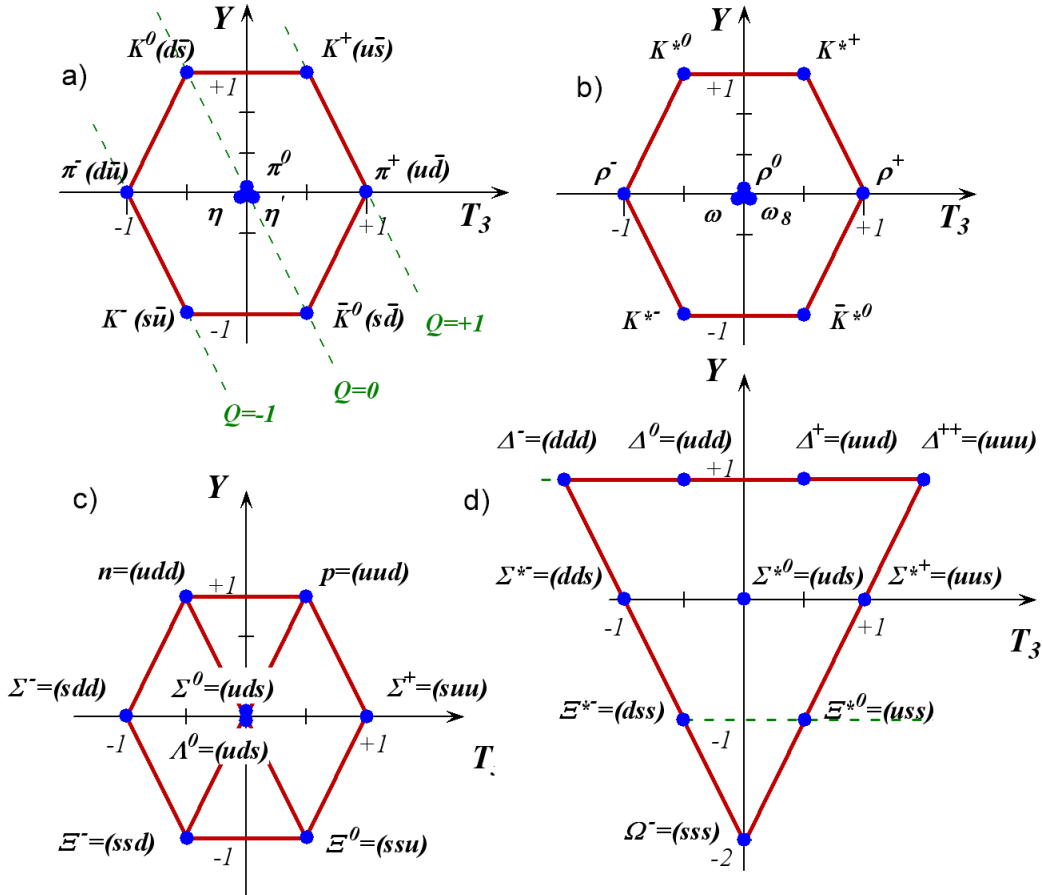
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ 1/mol}$$

$$k = 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

lichtsnelheid
constante van Planck
lading van het elektron
massa van het elektron
massa van het proton
permittiviteit van het vacuüm
permeabiliteit van het vacuüm
constante van Avogadro
constante van Boltzmann

BIJLAGE: QUARKMODEL



Figuur 2: Samenstelling van mesonen en baryonen uit quarks met flavors up, down, en strange in multipletten. Figuur a) toont het $J^\pi = 0^-$ pseudoscalaire meson-octet en meson-singlet; b) de vectormesonen met $J^\pi = 1^-$; c) het baryon-octet met $J^\pi = \frac{1}{2}^+$; d) het baryon-decouplet met $J^\pi = \frac{3}{2}^+$. T_3 is de z-projectie van de isospin en $Y = S$ voor mesonen en $Y = S + 1$ voor baryonen, met S de vreemdheid.

