

3 Praktikum Elektrodynamica

3.1 Praktikum Hysterese

Denk bij de metingen aan je veiligheid: gebruik altijd een scheidingstrafo tussen een variac en de netspanning!

Excuses voor de layout van de volgende bladzijden, die komen namelijk uit een wat oudere handleiding, maar zijn nog steeds heel relevant. Hier volgen enkele zeer bruikbare tips bij dit praktikum om op gang te komen:

- lees de text eerst eens vluchtig door. Kijk goed naar formule 9.20a en 9.20b.
- Begin experiment 9.4.
- Let op: meet bij dit praktikum niet met een voltmeter. Meet alleen met de scoop, want het gaat vooral om de faseverschillen!
- Stroom door een draad meet je door een kleine vermogensweerstand in serie op te nemen en de spanning ($V = IR$) op de scoop te bekijken.
- Bedenk dat maar 1 punt in de schakeling mag aarden. Ofwel, vanaf de scoop loopt maar 1 aard-kabeltje naar je schakeling.
- Maak I_1 en V_1 zichtbaar op de scoop.
- Bedenk dat $I_2 = 0$ en stel $V_1 = A_1 \cos(\omega t)$ en je weet (netspanning) U . Schrijf formules 9.20a,b nu eens uit en kom tot de conclusie dat I_1 een 'sinus' moet zijn (want we gingen er van uit dat V_1 een 'cosinus' is). Klopt dat met je waarneming?
- Het is toch fantastisch dat je formules 9.20a,b nu begrijpt! Faseverschillen in schakelingen spelen altijd een rol als we condensatoren en spoelen toevoegen. Dit praktikum is een illustratie hiervan. Vaak wordt in deze context met complexe impedantie Z gerekend. Een weerstand heeft een reële impedantie $Z = R$ en een condensator $Z = \frac{1}{i\omega C}$ en een spoel $Z = i L$ en er geldt $V = IZ$ met V en I complex.

9.3. Zelfinductie en wederzijdse inductie

Tot dusverre hebben we het steeds over gelijkstromen en statische magneetvelden gehad. Maar het verhaal gaat ook op voor veranderlijke stromen en velden, als tenminste de veranderingen niet à l te snel zijn (en wat we snel noemen, hangt af van de omstandigheden). Laten we eens het voorbeeld van de toroïde vacuüm nemen. De formule wordt dan:

$$H(t) = \frac{N}{s} i(t),$$

en vervolgens
$$B(t) = \mu_0 \frac{N}{s} i(t).$$

De flux per winding van de toroïde Φ_w is dan

$$\Phi_w(t) = BA = \frac{\mu_0 NA}{s} i(t)$$

en de totale flux
$$\Phi(t) = N \cdot BA = \frac{\mu_0 N^2 A}{s} i(t).$$

Dan wordt
$$v_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{\mu_0 N^2 A}{s} \frac{di}{dt} = - L \frac{di}{dt}.$$

We hebben hier de coëfficiënt van zelfinductie L ingevoerd. Er geldt

$$L = \frac{\Phi(t)}{i(t)}. \quad (9.19)$$

De veranderlijke stroom $i(t)$ door de toroïde wekt dus een inductiespanning op, waarvan de grootte evenredig is met $\frac{di}{dt}$.

Als we nu eens op deze spoel een tweede wikkelen, die er zo nauw oppast, dat we A en s gelijk mogen veronderstellen (De aantallen windingen noemen we: N_1 respectievelijk N_2). We laten door de eerste spoel een stroom $i_1(t)$ lopen, dan is voor beide spoelen (per winding):

$$\Phi_w(t) = \mu_0 \frac{N_1 A}{s} \cdot i_1(t).$$

De totale fluxen zijn

$$\Phi_1(t) = N_1 \Phi_w = \mu_0 \frac{N_1^2 A}{s} i_1(t)$$

en
$$\Phi_2(t) = N_2 \Phi_w = \mu_0 \frac{N_1 N_2 A}{s} i_1(t)$$

De inductiespanningen zijn dan

$$v_1(t) = - \frac{d\Phi_1}{dt} = - \mu_0 \frac{N_1^2 A}{s} \frac{di_1}{dt} = - L_1 \frac{di_1}{dt}$$

en
$$v_2(t) = - \frac{d\Phi_2}{dt} = - \mu_0 \frac{N_1 N_2 A}{s} \frac{di_1}{dt} = - M_{21} \frac{di_1}{dt},$$

Hierin is de coëfficiënt van wederzijdse inductie $M_{21} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 A}{s}$ gedefinieerd

Zouden we andersom alleen een stroom $i_2(t)$ door de tweede spoel laten lopen dan zouden we op analoge wijzen spanningen krijgen:

$$v_1(t) = -M_{12} \frac{di_2}{dt} \text{ en } v_2(t) = -L_2 \frac{di_2}{dt}.$$

Voor dit geval kan men vrij eenvoudig aantonen dat $M_{12} = M_{21}$, en dat $L_1 L_2 = M^2$.

Wat algemener kan men schrijven, voor het geval dat in beide spoelen een stroom loopt (i_1 , respectievelijk i_2):

$$\Phi_1(t) = L_1 i_1 + M_{12} i_2$$

$$\Phi_2(t) = M_{21} i_1 + L_2 i_2$$

waaruit

$$v_1(t) = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (9.20 \text{ a})$$

$$v_2(t) = -M_{21} \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (9.20 \text{ b})$$

De verhouding L_1/M_{21} volgt uit v_1/v_2 , wanneer $i_2 = 0$. Als L_1 bekend is, kan M_{21} dus berekend worden. Op analoge wijze kan M_{12} berekend worden uit L_2 en v_1/v_2 (met $i_1 = 0$).

Experi-
9.4

Sluit de ferriet-transformator aan op een variac die via een scheidingstransformator op het 220 Volt-net is aangesloten. Denk om de veiligheid.

Meet de stroom in de primaire spoel en bereken (onder verwaarlozing van de ohmse weerstand) ωL_1 en L_1 .

Meet nu met de digitale meter L_1/M_{21} met $i_2 = 0$.

Sluit nu de variac aan op de secundaire spoel en geef een spanning die even groot is als zojuist v_2 was. Meet L_2/M_{12} met $i_1 = 0$ en meet de stroom weer.

Bereken nu ωL_2 en L_2 .

Bereken vervolgens M_{21} uit L_1/M_{21} en M_{12} uit L_2/M_{12} . Zijn de uitkomsten gelijk?

Algemeen kan bewezen worden (zie bijv. Duffin, E-Duf-1, par. 8.1) dat altijd geldt:

$$M_{12} = M_{21} = M. \quad (9.21)$$

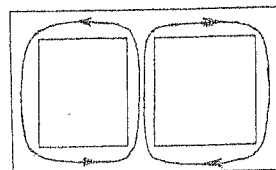
We hebben aangenomen dat voor elke winding van de spoelen de flux Φ_w dezelfde waarde heeft. In de praktijk is dat niet zo. Zelfs voor één spoel is Φ_w meestal niet gelijk voor alle windingen.

Algemeen geldt: $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$.

Anders geschreven: $M = k\sqrt{L_1 L_2}$; $k \leq 1$, (9.22),

waarin k de koppelingskonstante is; k geeft aan in welke mate de flux van de ene spoel ook door de andere gaat.

Door de primaire en de secundaire spoel samen te wikkelen over de middenpoot van een kern, die de vorm heeft van een 8 op zijn kant, kan men een koppeling van bijna 100% krijgen, zie fig. 9.15.



vraag

Hoe groot was k in exp. 9.4?

fig. 9.15 transformator-
kern voor goede
flux-koppeling

9.4

DE TRANSFORMATOR

De transformator bestaat uit een gesloten kern van ferromagnetisch materiaal met daarop 2 spoelen: de primaire en de secundaire spoel. Op de primaire spoel sluit men een wisselspanningsbron aan. De secundaire spoel levert, al naar gelang de toepassing, een hogere, lagere of gelijke spanning. In het laatste geval kan men de transformator gebruiken om een opstelling 'galvanisch' te isoleren van het 220 V-net. Dan spreekt men van een scheidingstransformator.

Bij de volgende beschouwing zullen we 4 idealiseringingen aannemen:

- 1) het veld buiten de kern (het strooiveld) mogen we verwaarlozen,
- 2) de kern heeft overal dezelfde doorsnede A,
- 3) H is overal in het materiaal even groot en kan berekend worden uit een gemiddelde lengte van de integratieweg,
- 4) de ohmse weerstand van de spoelen is nul.

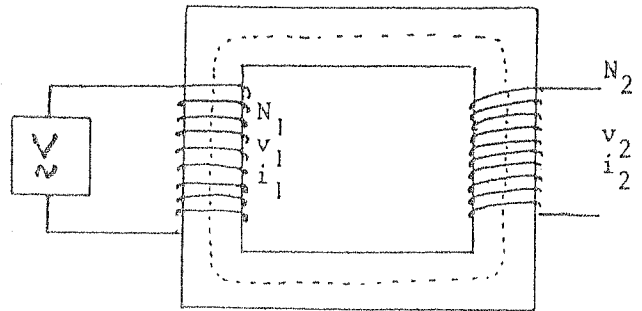


fig. 9.16 transformator

De grootheden van de primaire en de secundaire spoel geven we aan met de indices 1 en 2. Veronderstel, dat in beide spoelen wisselstromen lopen: i_1 respectievelijk i_2 , terwijl in de kern van de transformator een wisselend magnetisch veld heerst. Als de magnetische inductie in de kern B is, zijn de fluxen in de spoelen:

$$\Phi_1 = N_1 \cdot BA \quad \text{en} \quad \Phi_2 = N_2 \cdot BA. \quad (9.23)$$

Omdat $v_1 = -d\Phi_1/dt$ en $v_2 = -d\Phi_2/dt$

is $v_1 = -N_1 \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}$ en $v_2 = -N_2 \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}$

Hieruit volgt: $v_1 : v_2 = N_1 : N_2$ (9.24)

We zullen nu nagaan, hoe groot de stroom i_1 in de primaire spoel is, als de secundaire spoel een stroom i_2 levert aan een of andere belasting (bijv. een weerstand). We nemen daarvoor de integraal langs de gestippelde integratieweg (fig. 9.16):

$$\oint_{\text{gesloten weg}} H \cdot dr = N_1 i_1 - N_2 i_2$$

Als we de lengte van de integratieweg s noemen, krijgen we

$$H = \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{s},$$

waaruit $B = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{s}$.

Voor de fluxen Φ_1 en Φ_2 geldt (volgens 9.22):

$$\frac{\Phi_1}{N_1} = \frac{\Phi_2}{N_2} = BA = \mu_0 \mu_r A \cdot \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{s} \quad (9.25)$$

Verder is, als $i_2 = 0$, $\Phi_1 = L_1 i_b$, waarin i_b de blindstroom is. Dit is dus de stroom die altijd in de primaire spoel loopt, ook als $i_2 = 0$. Hij is 90° in fase achter op de primaire wisselspanning. Als we dit invullen in (9.25), krijgen we:

$$\frac{L_1 i_b}{N_1} = \mu_0 \mu_r A \cdot \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{s}$$

Vermenigvuldigen met $\frac{N_1}{L_1}$ en invullen van $L_1 = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{N_1^2 A}{s}$ levert:

$$\begin{aligned} i_b &= i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2, \\ \text{waaruit} \quad i_1 &= i_b + \frac{N_2}{N_1} i_2. \end{aligned} \quad (9.26)$$

Meestal is i_b klein, zodat dan

$$N_1 i_1 \approx N_2 i_2. \quad (9.27)$$

Willen we i_b in de berekening meenemen dan moeten we erom denken dat tussen v_1 en i_b een faseverschil bestaat van 90° . Als bijvoorbeeld de belasting van de secundaire spoel ohms is, is i_2 in fase met v_2 , en dus ook met v_1 zodat dan tussen i_b en i_2 een faseverschil van 90° bestaat.

De energie, die een wisselspanningsbron levert aan de primaire spoel, is per periode

$$E_1 = \int_0^T v_1 i_1 dt = \int_0^T v_1 i_b dt + \int_0^T v_1 \frac{N_2}{N_1} i_2 dt.$$

De term met de blindstroom is nul, want v_1 en i_b verschillen 90° in fase.

opdracht Ga na, dat $\int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt = 0$.

De tweede term is precies gelijk aan de energie, die de secundaire spoel per periode levert:

$$E_2 = \int_0^T v_2 i_2 dt = \int_0^T \frac{N_2}{N_1} v_1 i_2 dt.$$

Het blijkt dus dat in het ideale geval alle energie die de spanningsbron levert, via de transformator naar de belasting wordt getransporteerd. In werkelijkheid gebeurt dat nooit, want er zijn velerlei verliesfactoren:

- 1) de ijzer- en koper verliezen, waardoor het faseverschil tussen v_1 en i_b kleiner dan 90° is (zie volgende paragraaf), en
- 2) het "verlies van flux" uit de kern (met als resultaat een strooi-veld), waardoor de koppeling $k < 1$ is.

experiment 9.5 Bouw nu met de beschikbare spoelen en de ijzern kern een transformator en sluit die aan op een variac, die via een scheidingstransformator op het 220 Volt-net is aangesloten. Denk weer om de veiligheid (MAX 60 Volt)

Herhaal nu exp. 9.4 met deze transformator. Kloppen de waarden voor M onderling? Hoe groot is k?

Meet vervolgens de blindstroom bij een aantal verschillende ingangsspanningen, bijv. $v_1 = 5$ Volt, 10 Volt en 20 Volt. Bereken daaruit L_1 . Wat valt je op?

Belast de secundaire spoel met een weerstand van minstens 1 k Ω en bekijk v_1 en v_2 op de oscilloscoop. Zijn v_1 en v_2 in fase? Is $v_1/v_2 = N_1/N_2$?

Neem nu aan de primaire kant een serieweerstand van 10 Ω op (neem de vermogensweerstand) en zet de spanning over deze weerstand op de ene ingang van de scoop en de spanning v_1 over de primaire spoel op de andere ingang. Bekijk zo i_1 en v_1 , terwijl je verschillende weerstanden aansluit op de secundaire spoel.

↳ 0-100- Ω

9.5

DE B-H KROMME

In exp. 9.5 blijkt dat μ_r voor de gebruikte ijzersoort afhangt van de gebruikte stroom. De achtergrond hiervan is, dat het verband tussen B en H in ferromagnetische materialen bepaald niet lineair is, zoals we tot dusverre veronderstelden.

In fig. 9.17 staan 3 voorbeelden van het verband tussen B en H, zoals dat voor een bepaald ferromagnetisch materiaal kan zijn. Hierbij wordt een wisselend H-veld aangelegd. Er staan 3 gevallen, voor verschillende amplitudes van het H-veld. De krommen worden doorlopen in de richting van de pijl. In principe heeft voor elke ferromagnetische stof het verband tussen B en H zo'n lusvormig verloop. Men noemt zo'n lus een hystereselus.

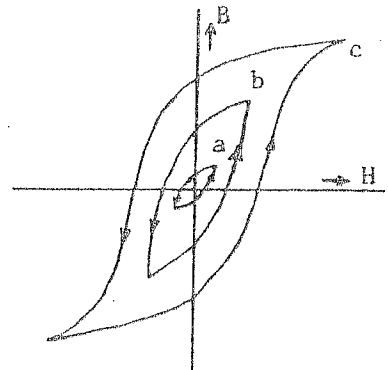


fig. 9.17 B-H-krommes

Hieruit volgt dat berekeningen aan ferromagnetische stoffen niet mogen worden uitgevoerd met "een bepaalde waarde van μ ". Alleen voor grove schattingen is dit toegestaan. Voor "nette" berekeningen moeten we uitgaan van de hystereselus. We zullen nu de hystereselus eens nader bezien, zie fig. 9.18. Stel we beginnen met het materiaal in een toestand dat er geen magnetisch veld heerst:

$B=0$, $H=0$ (punt 0). We noemen het dan gedemagnetiseerd. Nu gaan we (bijv. met een spoel) een H-veld opwekken. Naarmate H groter wordt, wordt de magnetische inductie B ook groter, volgens de gestippelde lijn OA. Maken we H steeds maar groter, dan komen we via de stippellijn in punt B.

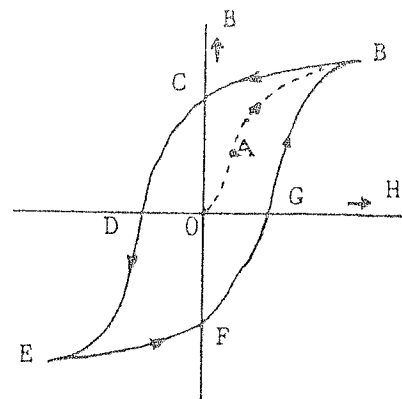


fig. 9.18 B-H-kromme

Daar is de toename van B heel klein geworden. De reden is, dat de magnetisatie M niet groter meer wordt. Tijdens het volgen van de stippellijn hebben de "elementaire magneetjes" zich steeds meer gericht naar het aangelegde veld, maar in B zijn ze allen gericht en kan de magnetisatie niet groter meer worden. We zeggen nu, dat het materiaal verzadigd is. De toename van B is dan nog slechts

$$\Delta B = \mu_0 \Delta H.$$

Laten we nu het H-veld langzaam in grootte afnemen, dan volgen we de getrokken lijn BC. In C is $H=0$, maar B niet! De magnetische inductie B, die dan nog heerst, wordt het remanente veld genoemd.

De "elementaire magneetjes" zijn dus gedeeltelijk gericht gebleven. Om $B=0$ te maken, moet blijkbaar een H-veld in tegengestelde richting worden aangelegd. Gaan we dus een H-veld in tegengestelde richting opbouwen, dan volgen we de getrokken lijn naar D, het punt waar $B=0$. De magnetische veldsterkte die hiervoor nodig is, wordt van oudsher de coercitiefkracht genoemd en aangeduid met H_C .

Maken we H in tegengestelde richting nog groter, dan komen we uiteindelijk weer in een punt, waar verzadiging optreedt: E. Nu is het materiaal in tegenovergestelde richting verzadigd. Hier geldt natuurlijk ook dat een toename van H slechts een toename

$$B = \mu_0 H \text{ oplevert.}$$

Laten we nu H in grootte afnemen tot nul en vervolgens weer in de eerste richting toenemen, dan volgen we de getrokken lijn EFG. In F hebben we weer het remanente veld en in G moeten we de coercitiefkracht H_C aanleggen om $B=0$ te maken.

We komen dus niet meer terug in O. Blijven we met dezelfde amplitude een wisselend H-veld aanleggen, dan blijven we langs de kromme GBCDEFG lopen.

Hoe kunnen we dan de gedemagnetiseerde toestand (punt O) bereiken? Door een van richting wisselend H-veld op te wekken, waarvan de amplitude langzaam in grootte afneemt. Dan maken we steeds kleinere lussen. Op deze wijze wordt bijvoorbeeld recorder-tape gedemagnetiseerd.

Voor verschillende toepassingen van de ferromagnetische eigenschappen zijn materialen ontwikkeld met zeer uiteenlopende B-H karakteristieken. Materialen met een grote coercitiefkracht (dus een brede lus) noemt men magnetisch hard en gebruikt men voor permanente magneten. In de electrotechniek gebruikt men veel materialen met een smalle lus; die noemt men magnetisch zacht. We zullen later zien, waarom men daar juist zachte materialen nodig heeft.

exp. 9.6 Bekijk op de oscilloscoop de B-H kromme van de ijzerkern. Gebruik als spanningsbron een variac, die via een scheidingstransformator aan het net is aangesloten. Zet als maat van H de stroom door de spoel op de X-aansluiting en als maat van B de spanning over een tweede spoel, die op de ijzerkern wordt geplaatst. Die tweede spoel levert ons

$$v_2 = - \frac{d\Phi_2}{dt},$$

waarin Φ_2 gelijk is aan een constante maal B. We moeten om B (of Φ_2) te krijgen v_2 dus integreren. Doe dit met de opampintegrator, zie fig. 9.19. Kies geschikte waarden voor R en C.

Maak de spanning op de primaire spoel zo groot, dat verzadiging optreedt.

Maak dan een schetsje van het oscilloscoopbeeld in je labjournaal.

aanwij- Houd de spanningen zo laag mogelijk; neem $N_1=125$ en $N_2=250$. Denk
zing weer aan de veiligheidsregels!

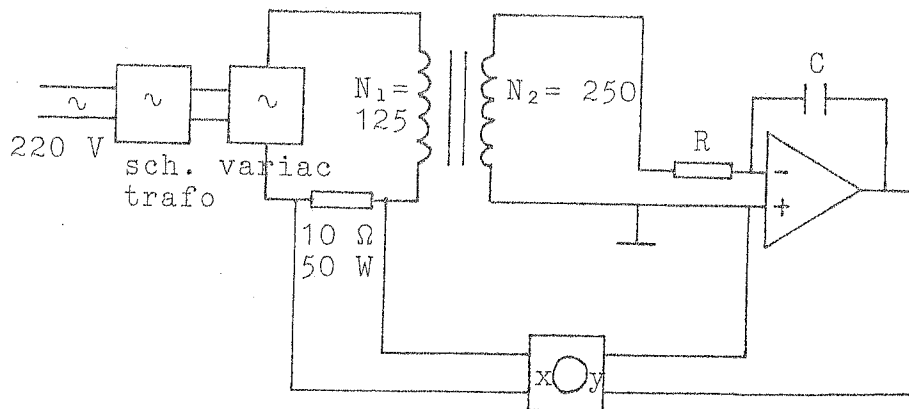


fig. 9.19 schakeling om B-H kromme op de oscilloscoop te bekijken

hystere- Stel dat het materiaal op een bepaald moment in een toestand
se ver- verkeert die wordt weergegeven door punt P in fig. 9.20. We
lies laten H in een tijd Δt toenemen met een bedrag ΔH , waardoor B
toeneemt met een bedrag ΔB . Het gevolg
is dat de flux ϕ door de spoel groter
wordt met een bedrag $\Delta\phi = NA\Delta B$. Dit
vindt plaats in een tijd Δt , zodat
de inductiespanning die optreedt
 $V_{ind} = -\Delta\phi/\Delta t$ is.

Om H op te wekken moet er een stroom
i lopen. De arbeid die deze stroom
moet verrichten om H te vergroten is

$$\Delta W = i \cdot V_{ind} \cdot \Delta t = i \cdot \Delta\phi.$$

Invullen van $H = Ni/s$ en $\Delta\phi = NA\Delta B$
levert

$$\Delta W = sA \cdot H \cdot \Delta B.$$

$H \cdot \Delta B$ is het gearceerde stukje in
fig. 9.20.

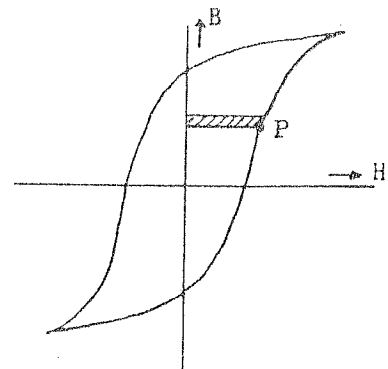


fig. 9.20 hystereseverlies

De arbeid die verricht moet worden om éénmaal rond te gaan langs de B-H kromme is

$$\int_{\text{lus}} dW = sA \cdot \int_{\text{lus}} H \cdot dB,$$

d.w.z. de oppervlakte van de B-H kromme, vermenigvuldigd met het volume van het materiaal. Deze arbeid, die door een uitwendige energiebron moet worden geleverd, heet het hystereseverlies. Dit hystereseverlies resulteert uiteindelijk in de productie van warmte in het materiaal. Meestal geeft men het hystereseverlies op per volumeneenheid:

$$\text{hystereseverlies/vol. eenh.} = \int_{\text{lus}} H \cdot dB \quad (9.28)$$

Elke keer, dat de B-H kromme doorlopen wordt, verliest men dus het bedrag $\int_{\text{lus}} H \cdot dB$.

Dit betekent, dat bij wisselstromen van hoge frekwentie, per tijds-eenheid een groot hystereseverlies optreedt. Hier zien we het belang van magnetisch zachte materialen: dan is de hystereselus smal en dus de ingesloten oppervlakte klein.

wervel-
stromen

Er is nog een oorzaak van energieverlies in materiaal, dat zich in een veranderend magnetisch veld bevindt. Magnetische velden, waarvan de grootte verandert, wekken namelijk in elk geleidend materiaal stromen op, in overeenstemming met de inductiewet van Faraday. Deze stromen noemt men wervelstromen. In metalen (met een lage specifieke weerstand) kunnen grote stromen optreden, met als gevolg een groot energieverlies (i^2R). Daarom worden ijzerkernen niet uit één stuk gemaakt, maar samengesteld uit onderling geïsoleerde lamellen, op zodanige wijze dat de weerstand voor de wervelstromen zo hoog mogelijk is. zie fig. 9.21.

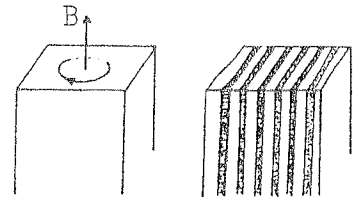


fig. 9.21 verkleinen van wervelstromen door lamellen

Ook het toevoegen van verontreinigingen aan het ijzer helpt, want daardoor wordt de specifieke weerstand groter. Daarom gebruikt men tegenwoordig in transformatoren voor de lichtnet-frekwentie altijd ijzer, dat met enige procenten silicium verontreinigd is. Deze toevoeging blijkt extra voordelig, omdat daardoor de hystereseverliezen ook kleiner worden.

Bij hoge frekwenties is dit echter nog onvoldoende.

Men heeft daarom voor spoelen en transformatoren, die bij hoge frekwenties gebruikt worden, speciale materialen ontwikkeld, waarvan 1) de B-H kromme zeer nauw is en 2) de specifieke weerstand zeer hoog is.

Dit zijn de zgn. ferrieten, die hoofdzakelijk bestaan uit ijzer-oxiden, waaraan soms nog oxiden van andere metalen zijn toegevoegd.

opmerking De verliezen door hysteresis en wervelstromen vat men samen onder de naam ijzerverliezen. Er wordt ook energie verloren door de ontwikkeling van warmte (i^2R) in de koperdraad, waarvan de spoelen gewikkeld zijn. Dit noemt men de koperverliezen.

9.6

- exp 9.7 Bepaal met de opstelling van exp. 9.6 de verzadigingswaarde van B en het daarvoor benodigde H-veld. (Uit meting van bijbehorende V_y en V_x).
Bepaal de coërcitiefkracht H_c .
- exp 9.8 Bekijk de B-H kromme van de ferrietkern op de oscilloscoop. Maak de stroom zo groot, dat verzadiging optreedt. Maak een schetsje van het oscilloscoopbeeld in je labjournaal. Meet de waarden van V_x en V_y in het verzadigingspunt en schat daaruit de waarden van B en H.
N.B. Pas op dat de spoeltjes niet verbranden: V_{max} staat op de transformator.
- opdracht Bewijs, uitgaande van $\phi_1 = -\int v_1 dt$ en (9.22), dat bij lage frekwentie het kernmateriaal eerder in verzadiging raakt dan bij hoge frekwentie. Waarom gebruikt men in vliegtuigen wisselspanningsgeneratoren, die werken bij een frekwentie, die veel hoger is dan 50 Hz?
- vraag Wordt het wervelstroomverlies niet juist groter, als R groter is?
- opdracht Ga na, dat de hystereseverliezen evenredig zijn met de frekwentie en de wervelstroomverliezen evenredig met het kwadraat van de frekwentie.

