A APPENDIX: Opgaven Magneto-Statica

Hieronder vind je de opdrachten die je tijdens de colleges en thuis gaat maken.

Het is gebleken dat oefenen met de leerstof zijn vruchten afwerpt. Een kleine wekelijkse investering in de vorm van tijd en energie als je de opgaves maakt zal je dubbel en dwars terugverdienen. Een prettige bijkomstigheid is dat het volgen vande colleges gemakkelijker en efficienter zal worden omdat je 'bij' bent en blijft door het maken van deze 'papieren' opgaves. Ook vind je in deze oefenopgave's twee verplichte huiswerkopgave's.

Als extra stimulans zijn er ook 'digitale' opgaves die je wekelijks moet inleveren. De digitale 'inlever opdrachten' kun je vinden via de webpage:

http://www.nikhef.nl/user/h73/knem.html

A.1 Dagdeel I: Lorentzkracht, Biot-Savart

- Interactief hoorcollege Lorentzkracht, Biot-Savart
- werkcollege
- bespreking van de opgaves

A.1.1 Even inkomen

a) Een staafmagneet heeft een noordpool links en een zuidpool rechts. Je zaagt de magneet middendoor. Omschrijf de nieuwe situatie (Dit mag ook met een tekening).

b) Twee magneten trekken elkaar aan. Nu houd je een vel papier tussen de twee magneten. Trekken de magneten elkaar nog steeds aan?

c) Twee magneten trekken elkaar aan. Nu houd je een vel aluminiumfolie tussen de twee magneten. Trekken de magneten elkaar nog steeds aan?

d) Een positieve lading wordt zonder beginsnelheid losgelaten op kleine afstand van de noordpool van een magneet. Is er een aantrekkende kracht, een afstotende kracht, of geen kracht tussen de magneet en de lading?

e) Een positieve lading q beweegt naar links met snelheid v. Er is een magneetveld van B Tesla, naar rechts gericht. Geef grootte en richting van de kracht die op het bewegende deeltje werkt.

f) Een positieve lading q beweegt naar links met snelheid v. Er is een magneetveld van B Tesla, omhoog gericht. Geef grootte en richting van de kracht die op het bewegende deeltje werkt.

g) Door een verticaal lopende stroomdraad loopt een stroom I omhoog. Geef de grootte en de richting van het magnetisch veld, op afstand r, rechts van de stroomdraad.

A.1.2 School en universiteit

Beschouw een naar rechts gericht magnetisch veld en een positief geladen deeltje dat daarin omhoog beweegt.

a) Wat zei het 'middelbare schoolregeltje' over de richting van de Lorentzkracht? Wat komt daar in dit geval als richting uit?

b) Schrijf de twee vectoren op die het magneetveld en de snelheid weergeven en bepaal met behulp van het uitproduct wat de richting van de Lorentzkracht is. Klopt dit met je antwoord bij a?

A.1.3 Een afzwaaier

We beschouwen een uniform magnetisch veld $\vec{B}$ in de z-richting. Een deeltje met massa m en lading q heeft op tijdstip $t = 0$ een snelheid v_0 in de x richting.

a Schets de situatie. Neem het vlak van je papier als het xy-vlak waar de z richting loodrecht op staat.

b Schrijf de krachten vergelijking op. Gebruik $F = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$.

c Voor de snelheid $\vec{v}$ kun je afzonderlijk voor de x en de y component een differentiaal vergelijking opgschrijven van de vorm $\frac{d^2f(t)}{dt^2} = -k_1^2 f(t)$. Een oplossing van de deze vergelijking is $f(t) = k_2 cos(k_1 t)$, waarbij k_1 en k_2 constantes zijn. Ga dit na.

d Geef deze differentiaalvergelijkingen voor de componenten van $\vec{v}$.

e Los deze differentiaalvergelijkingen op.

A.1.4 Magnetische fouten

We beschouwen een lange verticale stroomdraad. Daaromheen zit een metalen ring, in een horizontaal vlak.

Een student heeft de volgende redenering: " Het magnetisch veld vind ik met de rechterhandregel. Die richting is, van boven af gezien, tegen de klok in. In het ringetje zal in die richting een stroom gaan lopen.

a) a) Omschrijf wat er fout is in deze redenering.

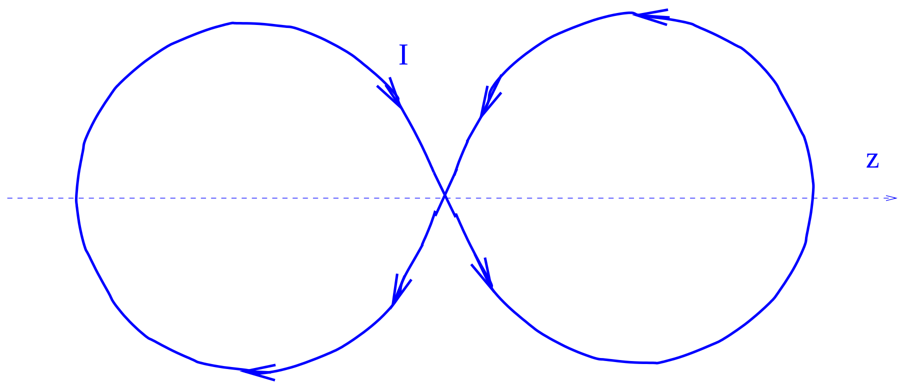
We beschouwen een wasmachine. Het vermogen dat deze verbruikt, is 2000 Watt. Een student heeft de volgende redenering: "De spanning is 230 V, dus de stroomsterkte in de draad van het stopcontact naar de wasmachine is ongeveer 10 A. Op een centimeter afstand van de draad kun je een magneetveld meten, dat ongeveer $\frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{1.26*10^{-6}*10}{2\pi*10^{-2}} = 2*10^{-4}$T groot is.

b) Wat is hier fout?

c) Vergelijk je antwoord met dat van degene die naast je zit. Omschrijf de verschillen in de antwoorden.

A.1.5 Nul en Acht

a) Op grote afstand van een elektrische dipool valt het elektrisch veld af als een bepaalde macht van de afstand. Wat is die macht? Wat is die macht voor een puntlading?



b) Met welke macht r^α valt het magnetisch veld van een stroomlus af als functie van de afstand tot die lus, voor grote r?

Beschouw nu een stroomdraad die in de vorm van een 8 is opgesteld in het y-z vlak. Er loopt een stroom I, die de in de figuur aangegeven richting heeft. In de oorsprong kruist de draad zichzelf.

c) Beredeneer dat het magnetisch veld op grote afstand *kleiner* zal zijn dan het veld van een enkele stroomlus met dezelfde stroomsterkte, en beredeneer wat de macht zal zijn waarmee het magnetisch veld afvalt als de afstand groter wordt.

A.2 Dagdeel II: De wet van Ampère in integraalvorm

- bespreking van de opgaves
- Interactief hoorcollege
- opgaves maken

A.2.1 Meer in het midden

Beschouw een stroomverdeling met een ronde doorsnede, waarin in het midden de maximale stroomdichtheid J_0 lineair aflopend tot 0 op de rand (de straal noemen we R).

a) Geef de functie $J(r)$ en schets de verdeling.

b) Bereken de grootte van het magnetisch veld als functie van de afstand tot het midden van de draad, dus de functie $B(r)$, voor $r < R$.

A.2.2 Twee platen

Twee oneindig doorlopende parallelle platen bevinden zich een afstand d van elkaar vandaan. In de platen lopen de uniforme, parallelle stroomdichtheden K_1 en K_2. Bepaal met behulp van de wet van Ampère het magnetisch veld op drie plaatsen: tussen de platen en aan beide kanten naast de platen.

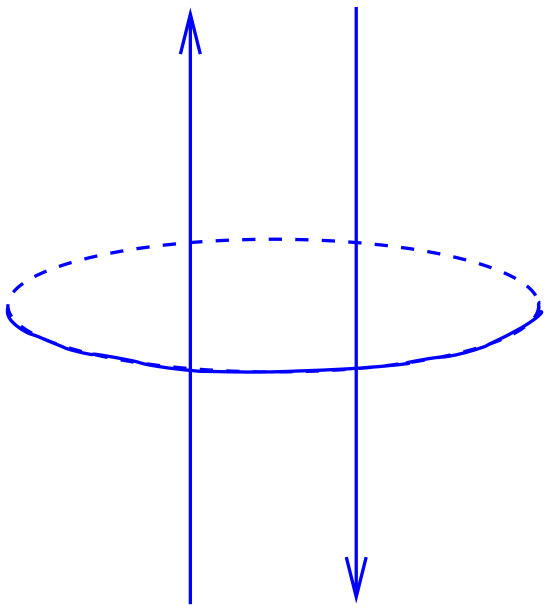
A.2.3 Heen en terug

Twee draden lopen in verticale richting, de afstand tussen de draden is 5 mm. In de ene draad loopt een stroom omhoog, in de andere een even grote stroom omlaag. Een student beschouwt een cirkel met het middelpunt precies tussen de twee draden in, die beide draden omvat. Hij redeneert: De totaal omvatte stroom is gelijk aan nul, dus uit $\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = 2\pi r B = 0$ volgt dat het magnetisch veld is gelijk aan nul, op elk punt van de cirkel. Omdat je de cirkel willekeurig kunt kiezen, als de straal maar groter is dan 2,5 mm, kun je concluderen dat het veld gelijk is aan nul, op afstanden groter dan 2,5 mm van de lijn midden tussen de draden.

a) Wat is je commentaar op de redenering? Klopt deze?

Gegeven is eerst een cilindrische geleidende draad met straal R en doorsnede $A = \pi R^2$, waardoor een homogeen verdeelde stroom I loopt.

b) Bepaal de grootte B van de magnetische veldsterkte als functie van de afstand r tot de as van de draad. Schets ook een grafiekje van $B(r)$.



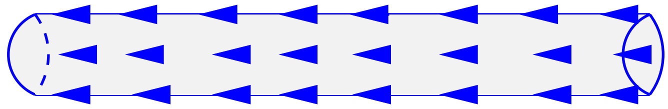
Gegeven is nu een coaxiale kabel (zie rechterfiguur) met cilindrische binnendraad ($0 \leq r \leq R_1$) en geleidende mantel ($R_2 \leq r \leq R_3$). Neem aan dat de permeabiliteit in de tussenruimte én buiten de kabel gelijk is aan μ_0.

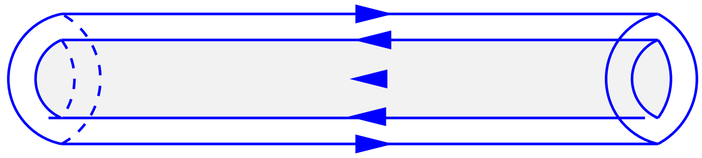
Door de binnendraad loopt een homogeen verdeelde stroom I (zoals opgave b), die terugkeert door de mantel. Neem aan dat de stroomdichtheid in beide gevallen dezelfde waarde J heeft.

c) Leg uit dat uit de eis voor J volgt: $R_3^2 = R_1^2 + R_2^2$.

d) Bereken en schets $B(r)$.

Neem als verhoudingsgetallenvoorbeeld $R_1 = 3, R_2 = 4$.





A.3 Dagdeel III: Veldvergelijkingen nader bekeken

- bespreking van de opgaves
- Interactief hoorcollege
- werkcollege

A.3.1 Rotaties oefenen

Bereken:

a) $\vec{\nabla} \times (2z, 3y, -x)$

b) $\vec{\nabla} \times (z^3, 0, 10)$

A.3.2 Een elektrisch veld

Controleer expliciet dat de rotatie van het elektrisch veld rond een puntlading gelijk is aan nul.

A.3.3 Komt het bekend voor?

Bereken de stroomverdeling die hoort bij het hieronder gegeven magnetisch veld:

$$\vec{B} = \mu_0 J_0(y, -x, 0)[\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{3R}\sqrt{x^2 + y^2}]$$

A.3.4 Raar magnetisch veld

Rond een verticale as is een stroomverdeling, zodanig dat de grootte van het magnetisch veld als functie van de afstand tot de as wordt gegeven door $B = \mu_0 r^2$. De richting is net als bij een stroomdraad met uniforme stroomdichtheid: het magnetisch veld raakt aan cirkels rond de draad.

a) Laat met behulp van de wet van Ampère in differentiële vorm zien dat de stroomdichtheid toeneemt als functie van de afstand tot de as, volgens $J(r) = 3r$.

b) Laat zien dat de wet van Ampère in integraalvorm met de gegeven $J(r)$ tot de conclusie leidt dat het magneetveld wordt gegeven door $B(r) = \mu_0 r^2$

A.3.5 Maakbare velden?

Drie oneindig grote niet-magnetiseerbare metalen platen staan parallel aan elkaar loodrecht op de x-as. In de ruimte links van de linker plaat is het magnetisch veld 1,0 T groot, gericht in positieve y-richting. Tussen de linker en de middelste plaat is het veld 0,7 T groot, in dezelfde richting. Tussen de middelste en de rechter plaat is het veld 0,1 T groot, gericht in negatieve y-richting.

a) Hoe groot zijn de oppervlaktestromen die je in de platen moet laten lopen om dit voor elkaar te krijgen?

b) Hoe groot is het veld rechts van de rechter plaat, en in welke richting staat het?

A.3.6 Wet van Ampere?

Beschouw een spoel met lengte l en radius R ($R << l$). De spoel heeft N windingen per meter en er loopt een stroom I.

a) Blijf weg bij de uiteinden en bepaal het magnetisch veld binnen de spoel. Laat zien welk Ampere 'loopje' je gebruikt; als je het B veld buiten de integraal haalt dien je duidelijk uit te leggen waarom dat mag.

b) Bereken het B veld binnen een torus (donut). Introduceer zelf de nodige grootheden.

A.4 Dagdeel IV: Magnetische velden in materialen

- bespreking van de opgaves
- Interactief hoorcollege
- opgaves maken

A.4.1 Grensvlakken op herhaling

Gegeven is een grensvlak tussen twee media waarin zich geen vrije stromen bevinden.

Laat met behulp van een geschikt gekozen kringintegraal en een geschikt gekozen gesloten oppervlakte-integraal zien dat in dit grensvlak de volgende veldvectorcomponenten continu zijn:

a) de tangentiële component van het magnetiserend veld $\vec{\mathcal{H}}$

b) de normale component van de magnetische veldsterkte $\vec{\mathcal{B}}$.

A.4.2 Het oppeppen van een spoel

Beschouw een spoel met lengte L en radius R ($R << L$). De spoel heeft N windingen per meter en er loopt een stroom I.

a) Blijf weg bij de uiteinden en bepaal het magnetisch veld binnen de spoel. De spoel heeft N windingen per meter en er loopt een stroom I. Laat zien welk Ampere 'loopje' je gebruikt; als je het B veld buiten de integraal haalt dien je duidelijk uit te leggen waarom dat mag.

Nu vullen we de spoel met lineair paramagnetisch materiaal met permeabiliteit μ.

b) Wat is het H veld in de spoel uitgedrukt in de gegeven grootheden?

c) Geef het M veld in de spoel?

d) Wat is het B veld in de spoel uitgedrukt in de gegeven grootheden?

e) Wat is de verhouding tussen het originele B veld van de lege spoel en de gevulde spoel? Leg uit waarom het B veld van de gevulde spoel groter is, terwijl we de stroomsterkte I niet veranderd hebben.

A.4.3 Gevulde spoel

We beginnen weer met een lege spoel en vullen deze voor de helft met paramagneitsch materiaal zoals in opave A.4.2.

a) Geef het B veld in de spoel, zowel in het lege als in het gevulde gedeelte. Blijf ver weg bij de uiteinden van de spoel en van de overgang van naar materiaal.

b) Schets de veldlijnen rondom het grensvlak in de spoel.

c) Wat kun je zeggen over het B veld net binnen en net buiten het materiaal?

A.5 Dagdeel V: Toepassingen

- bespreking van de opgaves
- Interactief hoorcollege
- opgaves maken en bespreken

A.5.1 Einde oefening

Voor de volgende oefeningen geldt dat je zelf de grootheden die je nodig hebt moet invoeren. Begin altijd met een degelijke schets van de situatie.

a Probeer zelf het Hall effect af te leiden.

b Probeer zelf het magnetisch veld in een dunne spleet van een toroïde die gevuld is met materiaal te berekenen.