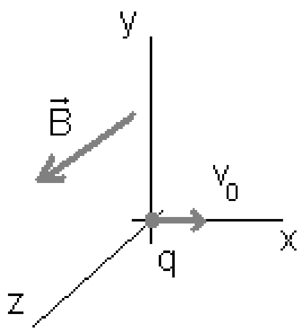
Een afzwaaier

a)



b) De kracht $\vec{F}$ is gelijk aan de Lorentzkracht, dus de krachtenvergelijking ziet er als volgt uit:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

c) Dat $f(t) = k_2 cos(k_1 t)$ een oplossing is van de differentiaalvergelijking $\frac{d^2 f(t)}{dt^2} = -k_1^2 f(t)$ is na te gaan door dit gewoonweg in te vullen:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} k_2 cos(k_1 t) &= -k_2 k_1^2 cos(k_1 t) \\ &= -k_1^2 f(t) \end{aligned}$$

d) De Lorentzkracht ziet er als volgt uit:

$$q\vec{v} \times \vec{B} = q \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} v_y B \\ -v_x B \\ 0 \end{pmatrix}$$

Van de vergelijking onder onderdeel *b*) kunnen we voor de x en y-componenten van v de volgende differentiaalvergelijkingen opstellen door de Lorentzkracht in te vullen:

$$\begin{aligned} m\frac{dv_x}{dt} &= qv_y B \\ m\frac{dv_y}{dt} &= -qv_x B \\ m\frac{dv_z}{dt} &= 0 \end{aligned}$$

Hieruit volgt dat $v_z = constant$. Omdat voor $t = 0$ geldt dat $v_z = 0$, geldt $v_z(t) = 0$. Als we de bovenste twee differentiaalvergelijkingen nogmaals naar t differentieren krijgen we

$$\begin{aligned}\frac{dv_y}{dt} &= \frac{m}{qB}\frac{d^2v_x}{dt^2} \\ \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{m}{qB}\frac{d^2v_y}{dt^2}\end{aligned}$$

Dit substitueren we in de oorspronkelijke vergelijkingen:

$$-\left(\frac{m}{qB}\right)^2\frac{d^2v_x}{dt^2} = v_x$$
$$-\left(\frac{m}{qB}\right)^2\frac{d^2v_y}{dt^2} = v_y$$

Dit lijkt sterk op de vergelijking onder onderdeel c) met $k_1 = \frac{m}{qB}$. We vinden dus voor de x en y-componenten van $\vec{v}$:

$$\begin{aligned}v_x &= k_2cos(\frac{m}{qB}t) + k_3sin(\frac{m}{qB}t) \\ v_y &= k_4cos(\frac{m}{qB}t) + k_5sin(\frac{m}{qB}t\end{aligned}$$

Uit de beginvoorwaarden $v_x(0) = v_0$ en $v_y(0) = 0$ volgt voor de constanten $k_2 = v_0$, $k_3 = 0$, $k_4 = 0$ en $k_5 = -v_0$.