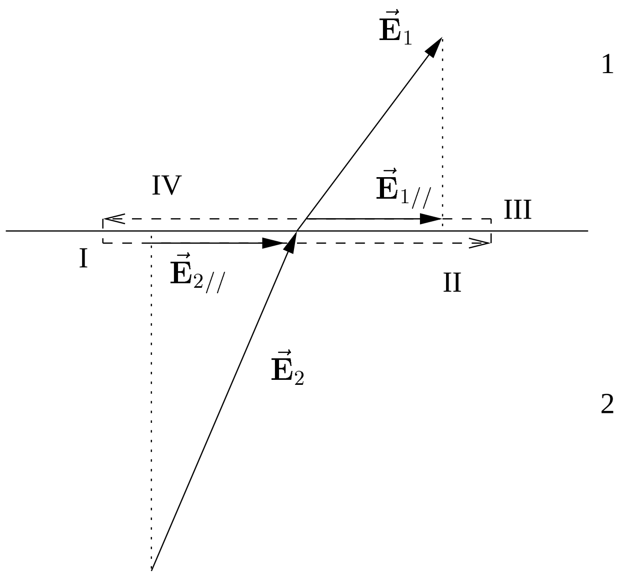
Antwoorden Electrostatica, dagdeel VI:

Van het ene naar het andere materiaal

a) De vraag luidt: laat zien dat op een grensvlak tussen twee media de tangentiele component van het E-veld (d.w.z. de component parallel aan het grensvlak) continu is (d.w.z. deze component heeft net boven het grensvlak dezelfde grootte en richting als net onder het grensvlak).

Dit kun je bijvoorbeeld doen m.b.v de volgende kring integraal:



We weten dat de integraal van het E-veld over een gesloten kring nul moet zijn:

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = 0$$

Onze kring uit de figuur bestaat uit 4 delen (I,II,III en IV), waarvan de delen I en III geen bijdrage leveren omdat ze infinitisimaal klein zijn. Er volgt dus dat

$$\begin{aligned}
\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} &= \int_{II} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} + \int_{IV} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} \\
&= E_{2//}\, L - E_{1//}\, L \qquad (L \text{ is de lengte van kringdeel II en IV}) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Hieruit volgt dus dat $E_{2//} = E_{1//}$.

b) Omdat V hetzelfde is voor beide delen, geldt tevens dat

1) beide delen hetzelfde E-veld hebben: $E_1 = E_2 = \frac{V}{d}$.

2) de polarisaties natuurlijk wel verschillend zijn. Voor deel 1 geldt $P_1 = 0$. Voor deel 2 geldt $P_2 = \epsilon_0 \chi_e E_2 = \frac{\epsilon_0 \chi_e V}{d}$.

3) beide delen verschillende ladingen hebben. Voor deel 1 geldt $Q_1 = \sigma_1 S_1 = E_1 \epsilon_0 S_1 = \frac{V \epsilon_0 S_1}{d}$. Voor deel 2 geldt $Q_2 = \sigma_2 S_2 = E_2 \epsilon S_2 = \frac{V \epsilon S_2}{d}$. (Want met de wet van Gauss volgt $E_1 = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0}$ en $E_2 = \frac{\sigma_2}{\epsilon}$).

4) Voor deel 1 geldt $C_1 = \frac{Q_1}{V} = \frac{\epsilon_0 S_1}{d}$. Voor deel 2 geldt $C_2 = \frac{Q_2}{V} = \frac{\epsilon S_2}{d}$.

c) Voor de totale condensator geldt

$$C_{\text{totaal}} = \frac{Q_1 + Q_2}{V} = \frac{\epsilon_0 S_1 + \epsilon S_2}{d}$$

(Dit is hetzelfde als twee parallel geschakelde condensatoren, waarvoor geldt $C_{\text{totaal}} = C_1 + C_2$).

d) Q is gegeven. Er geldt dus $\sigma = \frac{Q}{S}$.

1) Voor deel 1 geldt $P_1 = 0$. Voor deel 2 geldt $P_2 = \epsilon_0 \chi_e E_2$.

2) Het E-veld is nu wel verschillend voor beide delen: M.b.v. de wet van Gauss volgt dat voor deel 1 geldt dat $E_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$, en voor deel 2 geldt dat $E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon}$.

3) Het potentiaalverschil in beide delen is te berekenen door het E-veld te integreren over de dikte. Voor deel 1 levert dit $V_1 = \frac{\sigma d_1}{\epsilon_0}$, en voor deel 2 levert dit $V_2 = \frac{\sigma d_2}{\epsilon}$.

4) Voor de capaciteit van deel 1 geldt nu $C_1 = \frac{Q}{V_1} = \frac{\epsilon_0 S}{d_1}$. Voor deel 2 geldt $C_2 = \frac{Q}{V_2} = \frac{\epsilon S}{d_2}$.

e) Voor de totale condensator geldt

$$C_{\text{totaal}} = \frac{Q}{V_1 + V_2} = \frac{Q}{\frac{Q d_1}{\epsilon_0 S} + \frac{Q d_2}{\epsilon S}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{\epsilon d_1 + \epsilon_0 d_2}$$

(Dit is hetzelfde als twee in serie geschakelde condensatoren, waarvoor geldt $\frac{1}{C_{\text{totaal}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$).

f) De wet van Snellius beschrijft hoe licht wordt gebroken bij een overgang tussen media met verschillende brekingsindices. Iets soortgelijks geldt voor het E-veld omdat licht een electromagnetische golf is, en omdat de brekingsindex en de dielectrische constante van een medium aan elkaar gerelateerd zijn. Uit vraag *a* blijkt dat de component van het E-veld parallel aan het grensvlak continu is. Dit geldt echter niet voor de loodrechte component van het E-veld! Het E-veld wordt dus, net als licht, gebroken bij een overgang tussen media met verschillende brekingsindices.