Antwoorden Electrostatica, dagdeel VI:

Hoe groot is die kracht?

a) Voor de kracht op een isolator met lengte a en dikte d in een condensator geldt (zie vergelijking 4.50 in "*Introduction to Electrodynamics*" door D. Griffiths, of bladzijde XXX in de syllabus)

$$F = \frac{V^2}{2} \frac{a\,\epsilon_0\,\chi_e}{d}$$

De dielectrische constante $\epsilon_r = 1 + \chi_e$ van papier is ongeveer 3.

$\Rightarrow$ De kracht op een velletje papier is dus ongeveer

$$F = \frac{9 \cdot 10^8 [V^2]}{2} \frac{0.1\,[m]\,8.85 \cdot 10^{-12}\,[F \cdot m^{-1}]\,2}{0.0001\,[m]} = 8\,\frac{[m] \cdot [kg]}{[s^2]} = 8\,\text{Newton}$$

(want $1\,\text{Volt} = 1\,m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$ en $1\,\text{Farad} = 1\,m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$).

b) Voor de capaciteit van een lege cilinder condensator geldt (zie dagdeel V, "*Oprollen*")

$$C_{\text{cilinder, leeg}} = \frac{2\,\pi\,\epsilon_0\,L_1}{-\ln\left(1 - \frac{2\,\pi\,d}{L_2}\right)}$$

met L_1 = de lengte van de condensator, en L_2 = de omtrek van de buitenste koker. Als we deze condensator vullen (in de richting van de cilinder-as) met een medium met permittiviteit $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi_e)$, wordt de capaciteit

$$\begin{aligned} C_{\text{cilinder, gedeeltelijk gevuld}} &= C_{\text{cilinder, lege gedeelte}} + C_{\text{cilinder, gevulde gedeelte}} \\ &= \frac{2\,\pi\,\epsilon_0\,(L_1 - z)}{-\ln\left(1 - \frac{2\,\pi\,d}{L_2}\right)} + \frac{2\,\pi\,\epsilon\,z}{-\ln\left(1 - \frac{2\,\pi\,d}{L_2}\right)} \\ &= \frac{2\,\pi\,\epsilon_0\,(L_1 + \chi_e\,z)}{-\ln\left(1 - \frac{2\,\pi\,d}{L_2}\right)} \end{aligned}$$

(want de gedeeltelijk gevulde condensator kan gezien worden als twee parallel geschakelde condensatoren (een gevuld en een leeg), waarvoor geldt dat $C_{\text{totaal}} = C_1 + C_2$).
$\Rightarrow$ De kracht op het medium wordt nu

$$F = -\frac{\mathrm{d}\,U}{\mathrm{d}\,z} = \frac{V^2}{2} \frac{\mathrm{d}\,C_{\text{cilinder, gedeeltelijk gevuld}}}{\mathrm{d}\,z} = \frac{\pi\,\epsilon_0\,\chi_e\,V^2}{-\ln\left(1 - \frac{2\,\pi\,d}{L_2}\right)} \approx \frac{V^2}{2} \frac{L_2 \epsilon_0\,\chi_e}{d}$$

waarbij de laatste benadering (zie dagdeel V, "*Oprollen*") alleen gedlig is als $\frac{d}{L_2}$ heel klein is.