Hoeveel dipool, hoeveel lading?

De ladingsverdeling in de oorsprong heeft een lading Q en een dipool P. Beide veroorzaken een veld:

$$\begin{aligned} E_{lading}(x) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{x^2} \\ E_{dipool}(x) &= \frac{P}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{x^3} \end{aligned}$$

Het veld gemeten in x_1 veroorzaakt door de ladingsverdeling is een superpositie van deze twee:

$$E(x_1) = \left[\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{x_1^2} + \frac{P}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{x_1^3}\right] = a_1Q + b_1P$$

Hier hebben we de coefficienten a_1 en b_1 ingevoerd voor simpliciteit. Voor het veld in x_2 geld een dergelijke uitdrukking: $E(x_2) = a_2Q + b_2P$. Dus er zijn twee vergelijkingen met twee onbekenden Q en P.

$$\begin{aligned} E(x_1) = a_1Q + b_1P \quad &\rightarrow \quad Q = \frac{E(x_1) - b_1P}{a_1} \\ E(x_2) = a_2Q + b_2P \quad &\rightarrow \quad E(x_2) = \frac{a_2(E(x_1) - b_1P)}{a_1} + b_2P \end{aligned}$$

De laatste uitdrukking oplossen voor P geeft

$$P = \frac{a_1E(x_2) - a_2E(x_1)}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

En hieruit volgt Q:

$$Q = \frac{E(x_1) - b_1\left[\frac{a_1E(x_2)-a_2E(x_1)}{a_1b_2-a_2b_1}\right]}{a_1}$$

Invullen van de getallen voor x_1, x_2, $E(x_1)$ en $E(x_2)$ geeft de volgende antwoorden voor P en Q:

$$Q = 4.00 \times 10^{-13} \quad , \quad P = 1.33 \times 10^{-16}$$