Een lijntje lading (II)

Een schets van de situatie is rechts gegeven.

Een lijnstukje dz' heeft lading $\lambda dz'$. (Let hier op het accent bij z'!) Dit stukje lading geeft een bijdrage aan het electrisch veld in z:

$$dE(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda dz'}{r^2}$$

met $r^2 = (z - z')^2$.

In tegenstelling tot de vorige opgave, heeft het electrisch veld nu geen component in de x-richting, alleen maar een z-component: $dE_{z-component}(z) = dE(z)$.

Wat er uitgerekend moet worden is de totale bijdrage van het hele lijnstukje lading:

$$\vec{E}(z) = \int_{lijnstukje} dE_{z-component} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda dz'}{(z-z')^2}\hat{z}$$

Nu rest alleen nog maar de integraal werkelijk uit te voeren:

$$\begin{aligned}\vec{E}(z) &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{dz'}{(z-z')^2}\hat{z} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{z-z'}\right]_{z'=-L_2}^{z'=L/2}\hat{z} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\frac{L}{z^2+(L/2)^2}\hat{z}\end{aligned}$$