3.1.6 Dynamo II

a)

$$\Phi(t) = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \cos(\omega t) \int B_0 dA = B_0 a^2 \cos(\omega t)$$
$$V(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega B_0 a^2 \sin(\omega t)$$

b) B is nu overal kleiner dan eerst (behalve in het vlak $y = 0$), dus de maximale flux zal kleiner zijn. De grafiek van de flux heeft nog wel dezelfde periode, maar een kleinere amplitude. De grootte van de afgeleide (en dus van V) zal ook overal kleiner zijn, behalve als $\Phi = 0$. Dit kun je zo inzien: de flux is ongeveer nul als het draadraam bijna vertikaal staat. Voor de flux doet dan alleen het B-veld in de buurt van $y = 0$ mee, en daar is het veld bijna gelijk aan B_0. Het systeem gedraagt zich heel even als het systeem bij a).

c) Op tijdstip t is de y-coordinaat van P gelijk aan $y_0 \cos(\omega t)$. Dit invullen in de functie $B(y)$ in de opgave levert het gevraagde.

d)

$$\begin{aligned}
\Phi(t) &= \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \\
&= \cos(\omega t) \int B_P dA \\
&= a \cos(\omega t) \int_{a/2}^{a/2} B_0 \left(1 - \frac{2y_0^2 \cos^2(\omega t)}{a^2}\right) dy_0 \\
&= B_0 a \cos(\omega t) \left(a - \frac{2\cos^2(\omega t)}{a} \frac{1}{3} \left(\frac{a}{2}\right)^3\right) \\
&= B_0 a^2 \cos(\omega t) \left(1 - \frac{1}{6} \cos^2(\omega t)\right) \\
V(t) &= -\frac{d\Phi}{dt} \\
&= B_0 a^2 \omega \sin(\omega t) \left(1 - \frac{1}{2} cos^2(\omega t)\right)
\end{aligned}$$

e) We zien dat de flux inderdaad altijd kleiner is dan bij a) (de factor tussen haakjes is altijd kleiner dan 1). Verder zien we dat de functies $V(t)$ allebei $\omega B_0 a^2$ als maximale waarde hebben.