(c) bolcoördinaten $(r,\ \theta,\ \varphi)$

transformatie naar cartesische coördinaten en omgekeerd:

$$x = r\sin\theta\cos\varphi \qquad y = r\sin\theta\sin\varphi \qquad z = r\cos\theta$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \qquad \theta = \arccos\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \qquad \varphi = \arg(x+iy)$$

cartesische componenten van de lokale eenheidsvectoren:

$$\hat{r} = (\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi,\ \cos\theta) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\ \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\ \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)$$

$$\hat{\theta} = (\cos\theta\cos\varphi,\ \cos\theta\sin\varphi,\ -\sin\theta) =$$

$$= \left(\frac{zx}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\sqrt{x^2+y^2}},\ \frac{zy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\sqrt{x^2+y^2}},\ \frac{-\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)$$

$$\hat{\varphi} = (-\sin\varphi,\ \cos\varphi,\ 0) = \left(\frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}},\ \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},\ 0\right)$$

voorbeelden

- (c) Het volume van een bol met straal R is te vinden via

  $$f(r) = 1$$

  waarna volgt

  $$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{R} 1\ r^2\sin\theta\ \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi = \tfrac{4}{3}\pi R^3$$

- (b) Het magneetveld van een rechte stroom I in de positieve z-richting is, uitgeschreven in cartesische componenten:

  $$\vec{B} = B\hat{\varphi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(-\sin\varphi,\ \cos\varphi,\ 0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{-y}{x^2+y^2},\ \frac{x}{x^2+y^2},\ 0\right)$$

- (a) Bij een ladingsdichtheid op een oneindige vlakke plaat gegeven door

  $$\sigma(r) = \frac{-Qd}{2\pi(r^2+d^2)^{\frac{3}{2}}}$$

  is de totale lading in een cirkel met straal R om de oorsprong, respectievelijk op de hele plaat

  $$\int_0^{2\pi}\int_0^{R}\sigma(r)\ r\ \mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi = -Q + \frac{Qd}{(R^2+d^2)^{\frac{1}{2}}}$$

  $$\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\sigma(r)\ r\ \mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi = -Q$$