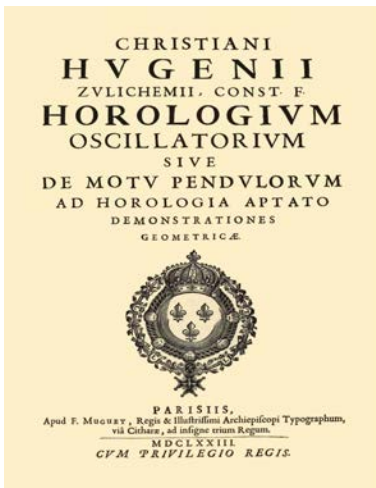
DE CYCLOÏDE IN DE KLOK

JAN AARTS

Deze voordracht gaat over het boek

Horologium Oscillatorium, *Het slingeruurwerk*,

van Christiaan Huygens, (14 april 1629–8 juli 1695).



Het doel van het boek is de **presentatie van wiskundige bewijzen** die moeten laten zien dat de slingerklok doet wat van hem verwacht wordt: nauwkeurig lopen. Het werk van Huygens is het hoogtepunt van het onderzoek in de traditie van Euclides en Archimedes. En korte tijd later vindt er met de komst van de differentiaalrekening van Leibniz en Newtoneen verschuiving plaats van het onderzoek van speciale eigenschappen van een enkele kromme, zoals de cycloïde bij Huygens, naar het onderzoek naar speciale krommen onder talloos vele.

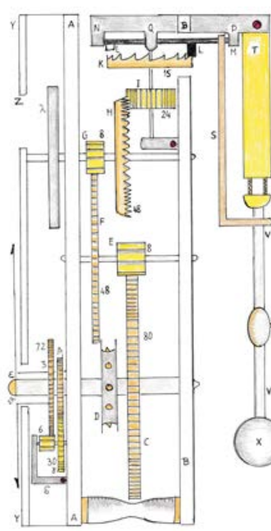
Ik zal eerst iets over het uurwerk zelf vertellen en ondertussen de route van de voordracht uitstippelen.

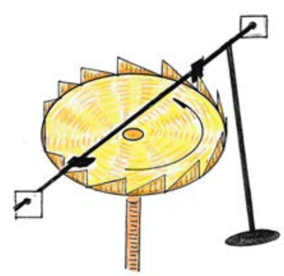
Overzicht voordracht

1. Het uurwerk
2. De cycloïde
3. Valwetten
4. Raaklijnen
5. Tautochronie
6. Ophanging slinger
7. Epiloog

1. Het uurwerk

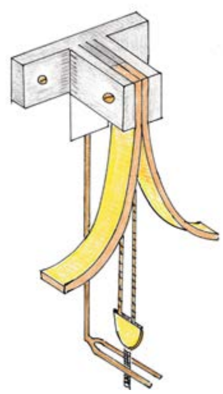
1. Het uurwerk, zijn constructie, werking, fijnregeling en toepassing staan in **Hoofdstuk 1**.

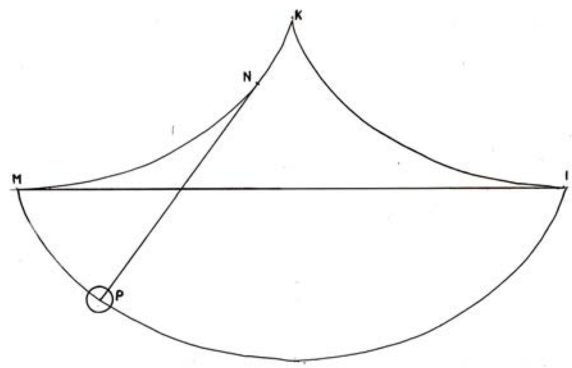




In de figuur ziet men het zijaanzicht van een klok. Het grootste deel van het mechaniek is een oud uurwerk, dat al lang bestond. Over het wiel D van de onderste as loopt een ketting die de as (vanaf de linkerkant bezien, naar rechts doet draaien en wel 1 keer per uur.) Door de overbrengingen, 80 : 8 en 48 : 8 draait de as met het wiel λ dan 1 keer per minuut, het wiel met de zaagtanden draait dan 2 keer per minuut. Bovenin zit een as NM met vleugeltjes LL. Deze vleugels werken als **rem**, anders zouden ten gevolge van de daling het gewicht de wielen steeds sneller gaan draaien.
2. Deze rem, de delen $K + L$, heet (positief!) het *echappement*, oftewel *spillegang*; K is het *gangrad*, LL zijn de *lepels*. Het tempo van de rem wordt bepaald door de slinger $V + \Delta + X$.

3. De fijn-tuning van het tempo gebeurt met behulp van het gewicht Δ (**Hoofdstuk 4**). Er is namelijk een absolute maat voor de tijd: **een zonnedag is 24 uur**. Daarover zal ik het hier niet verder hebben.
4. De ophanging van de slinger is heel speciaal: de slinger hangt tussen twee cycloïdale wangen.
5. Volgens de theorie van *evoluten* en *involuten* (**Hoofdstuk 3**) beweegt de slinger in een cycloïdebaan MPI: **de cycloïde in de klok**.





6. De beweging langs de cycloïdebaan is tautochroon (**Hoofdstuk 2**).

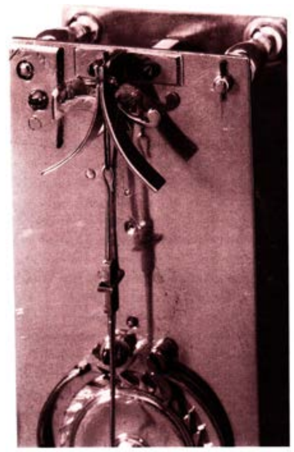
Hierdoor is de slingertijd constant, want onafhankelijk van de uitwijking. Het bewijs van de tautochrone eigenschap, met eenvoudige methoden uit de meetkunde van EUCLIDES, komt in sectie 5 aan de orde.
N.B. *tautochroon* heeft betrekking op één slinger (alle bogen in dezelfde tijd); *isochroon* op twee slingers (gelijke periode).

HUYGENS merk heel trots op:

> . . . er hoeft geen vrees te bestaan
> voor ongelijkheid in de gang, of voor vertraging
> van de beweging.
> *Semperque aut recte tempus metietur*
> *aut omnino non metietur*, dat is,
> *Altijd zal de juiste tijd gemeten worden,*
> *of er zal helemaal geen tijd gemeten worden.*

Door toedoen van zijn vader CONSTANTIJN HUYGENS verkreeg CRISTIAAN in 1657 octrooi op zijn slingeruurwerk. Vanaf 1659 werden de klokken door

SAMUEL COSTER in productie genomen en als *Haagse klokken* op de markt gebracht. Vader CONSTANTIJN was apetrots op zijn knappe zoon en verhaalde



aan zijn kennissen over de vorderingen van de kleine Archimedes. MERSENNE, die van de priemgetallen, vroeg via de vader aan de kleine Archimedes of hij het centrum van slingering kon vinden van cirkelsectors bij ophanging in het hoekpunt. Dat kon hij toen niet, maar in Hoofdstuk 4 van het Horologium lost CHRISTIAAN het probleem van MERSENNE op.

Het doel van dit alles was de vervaardiging van scheepsklokken voor een nauwkeurige bepaling van de lengtegraad, en wel door vergelijking van de lokale tijd (met behulp van een zonnewijzer) met de tijd op een vast referentiepunt (thuishaven m.b.v. de meegevoerde klok of GREENWICH). De tabel geeft een inzicht van de afstanden waarom het gaat.

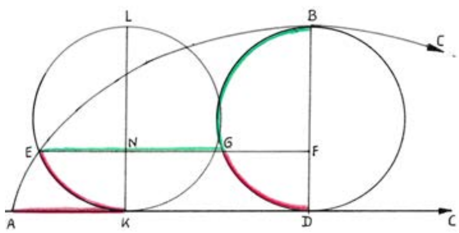
Tijd vs Afstand	Prijzengeld
1 uur $\sim$ 15°	£10.000 voor 1°
4 min $\sim$ 1° $\sim$ 111 km (equator)	£15.000 voor 40′
4 sec $\sim$ 1′ $\sim$ 1 zeemijl (1850 m)	£20.000 voor 30′

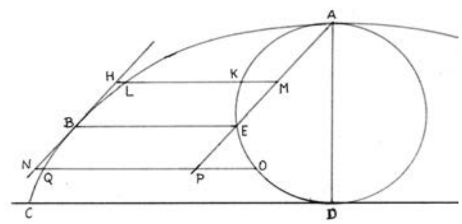
HUYGENS heeft hoge verwachtingen van de prestaties van zijn uurwerk, omdat de cycloïdale slinger *tautochroon* is: de slingertijd is onafhankelijk van de uitwijking. Dus zelfs op de woelige baren loopt de cycloïdale klok uiterst nauwkeurig. Met de wet van 1714 (bijna 20 jaar na HYGENS' dood) stelde het Engelse Parlement prijsbedragen vast voor bereikte precisie in de bepaling van de lengtegraad.

2. De cycloïde

De *cycloïde* is de kromme die wordt beschreven door een punt van een cirkel die langs een rechte lijn rolt.

Een basiseigenschap staat in de figuur: *E is een punt van de cycloïde ABC en G een punt van de genererende cirkel BD. Als nu de lijn EG evenwijdig is aan de basislijn AC, dan is de lengte van het lijnstuk EG gelijk aan de lengte van de cirkelboog GB. Dus $\overline{EG} = \widehat{GB}$.*





Bewijs (dit is nog gemakkelijk). Wanneer het punt B van de voortbrengende cirkel BD bij het afrollen van de cirkel langs de basis AC in E is aangekomen, raakt die cirkel de basis in K. Omdat ook A op de cycloïde ligt, is de lengte van het lijnstuk AK gelijk aan de lengte van de boog KE: $\overline{AK} = \widehat{KE}$. Merk op dat de cirkel KL ook verkregen kan worden uit de cirkel BD door verschuiving over DK; dus zijn $\widehat{EK} = \widehat{GD}$, $EK \parallel GD$, dus is $EKDG$ een parallellogram. Dus $\overline{DK} = \overline{GE}$. Verder is $\overline{AK} = \widehat{DG}$, en zijn dus ook de aanvullingen van deze twee tot de lengte van de halve cirkel, namelijk $\overline{KD}$ respectievelijk $\widehat{GB}$, gelijk. Er was al vastgesteld dat $\overline{DK} = \overline{GE}$, dus $\overline{EG} = \widehat{GB}$.

Opgave. Gevraagd wordt om in een gegeven punt aan de cycloïde de raaklijn te trekken.

De cycloïde is een heel andere kromme dan de meetkundige krommen, zoals de parabool en de ellips. Hoe bepaalt men de raaklijn aan de cycloïde?

Als B een punt op de cycloïde is en de lijn BE wordt getrokken evenwijdig aan de basis, waarbij E, gerekend vanaf B het eerste snijpunt is met de genererende cirkel, *dan, zo zeg ik, is de lijn door B en evenwijdig aan EA een raaklijn aan de cycloïde.* Op die lijn kiezen we namelijk een van B verschillend punt. Eerst kiezen we een hoger gelegen punt, zoals H. En door H wordt een lijn getrokken evenwijdig aan de basis, die de cycloïde snijdt in L, de cirkel AED in K en de rechte AE in M. Omdat $\overline{KL} = \widehat{KA}$ en omdat $\overline{KM} < \overline{KE} < \widehat{KE}$, zal $\overline{ML} < \widehat{AE} = \overline{EB} = \overline{HM}$. Dus ligt het punt H, vanuit de middellijn AD gezien, buiten de cycloïde.

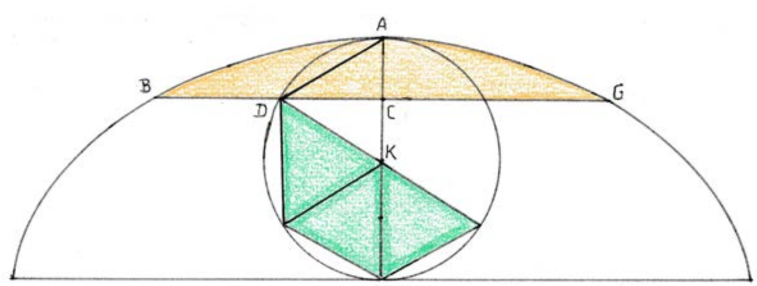
Vervolgens kiezen we op de rechte HB een punt N dat lager ligt dan B. Door N wordt eveneens een lijn getrokken, die evenwijdig is aan de basis en die de cycloïde snijdt in Q, het verlengde van AE in P, en de cirkel AED in O. Omdat $\overline{OQ} = \widehat{OA}$, en omdat $\overline{OP} > \widehat{OE}$ [Merk daartoe op dat als R het snijpunt is van de raaklijn aan de cirkel in E met NO, dan $\overline{PR} = \overline{ER}$], is

$$\overline{NO} = \overline{NP} + \overline{PO} > \overline{BE} + \widehat{OE} = \widehat{OA} = \overline{OQ}.$$

Hieruit volgt dat het punt N, vanuit AD gezien, buiten de cycloïde ligt. Omdat ieder punt op de lijn HBN met uitzondering van B buiten de cycloïde ligt, raakt de lijn in B aan de cycloïde.

Huygens merkt op dat bijna hetzelfde bewijs van de hand van Wren staat in het boek *De cycloide* van Wallis. De architect Wren was de bouwer van *St. Paul's cathedral*. Ook had Wren bewezen dat de oppervlakte onder de cycloïde gelijk is aan drie keer die van de generende cirkel en dat de lengte van de cycloïde-boog gelijk is aan vier keer de middellijn van de genererende cirkel.

Er was een rondschrijven van Pascal, dat Huygens had ontvangen door tussenkomst van Boulliau. Het rondschrijven van Pascal, onder het pseudoniem Dettonvillius, had als titel *Problemata de Cycloide, proposita Mense Junii 1658*. Het betreft onder andere vragen over de berekening van de oppervlakte van *kapjes* onder de boog van de cycloïde. Christiaan Huygens zag heel snel dat hij het bijzondere geval dat het kapje werd afgesneden op drie kwart van de diameter, zoals het kapje in de figuur, kon oplossen: de oppervlakte van het kapje is gelijk aan de oppervlakte van de halve ingeschreven regelmatige zeshoek van de cirkel.



Het probleem van Pascal als sangaku

3. Valwetten

In zijn behandeling van de beweging van de slinger heeft Huygens de valwetten nodig. We noemen hier twee belangrijke hypothesen.

Hypothese 2:

Een lichaam zal onder invloed

van de zwaartekracht,

waar die ook vandaan mag komen,

een beweging uitvoeren die is samengesteld uit

de eenparige beweging,

die het in deze of gene richting heeft,

en de neerwaartse beweging van de zwaartekracht.

Hypothese 3:

En elk van beide bewegingen kan

afzonderlijk in beschouwing genomen worden

en geen van beide

zal gehinderd worden door de ander.

N.B. Newton's *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* verscheen in 1687.

Uit deze bewegingswetten leidt Huygens de volgende propositie af:

Propositie. Bij een vallend lichaam zijn er in gelijke tijdsintervallen gelijke toenames van de snelheid. De afstanden, gemeten vanaf het begin van de afdaling, nemen in gelijke tijdsintervallen gestaag toe met gelijke bedragen.

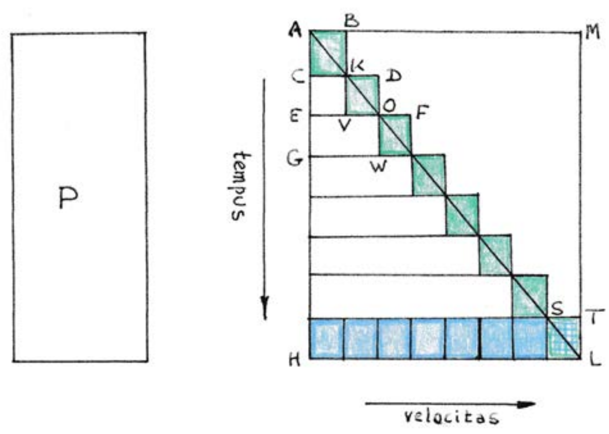
$$v(t) = a \times t$$

velocitas = accelleratio × tempus

Uit deze vergelijking voor de snelheid wordt door integratie de bewegingsvergelijking van de vrije val gevonden.

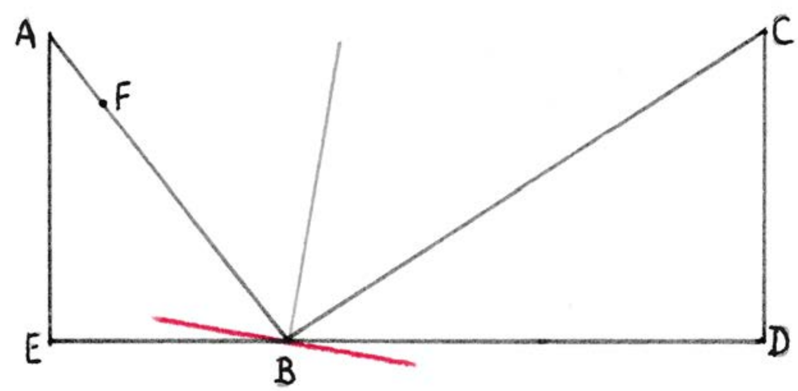
$$s(t) = \frac{1}{2}t \times (at) = \frac{1}{2}at^2 = t \times \frac{1}{2}v(t).$$

De *spatium*, afgelegde weg, is een half keer de tijd maal de eindsnelheid en is daarom ook gelijk aan de tijd maal de gemiddelde snelheid. Naast zijn eigen bewijs geeft Huygens ook nog het bewijs van Galileo. Dat staat in de figuur (Proofs without words!) Bij sommatie van onder- en bovensommen is het verschil tussen die beide gelijk aan de blauwe rechthoek HT.

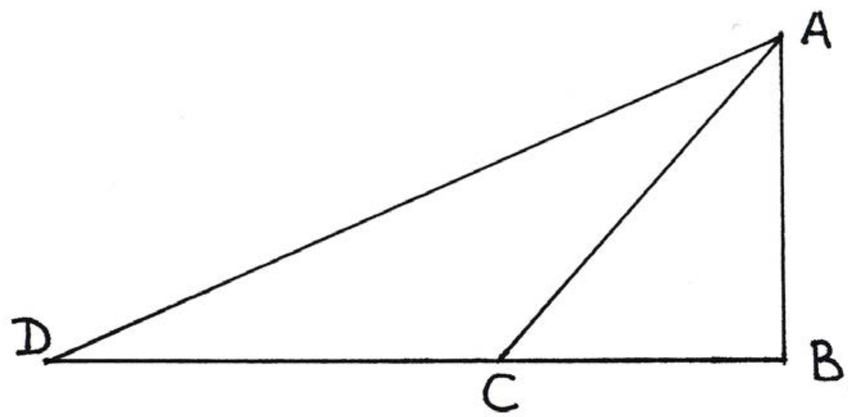


$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2a}(at)^2 = \frac{1}{2a}\left(v(t)\right)^2$$

Propositie. De snelheden van lichamen, die verkregen zijn door afdalingen langs verschillende hellingen van vlakken, zijn gelijk indien de verheffingen van de vlakken gelijk zijn. Onder de **verheffing van een vlak** verstaan we de hoogte van dat vlak gemeten langs de hoogtelijn.



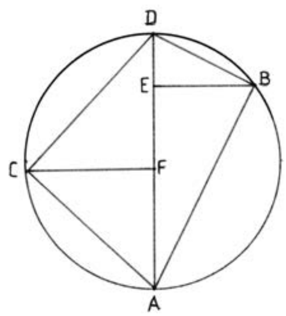
Propositie. De tijden van de afdalingen van lichamen langs vlakken met verschillende hellingen met gelijke verheffingen verhouden zich als de lengten van de doorsneden van de vlakken met een verticaal vlak.



$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 = t \times \frac{1}{2}(v(t))$$

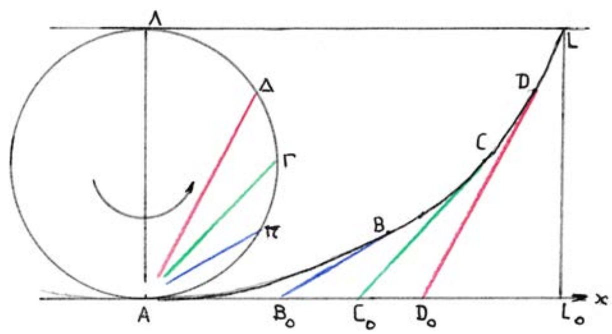
4. Over raaklijnen

Stelling: (Galileo) De tijden van afdaling langs alle koorden door het laagste of het hoogste punt van de cirkel zijn aan elkaar gelijk.



$$\begin{aligned}
\frac{t(CA)}{t(BA)} &= \frac{t(CA)}{t(FA)} \times \frac{t(FA)}{t(EA)} \times \frac{t(EA)}{t(BA)} \\
&= \frac{CA}{FA} \times \sqrt{\frac{FA}{EA}} \times \frac{EA}{BA} \\
&= \frac{CA}{BA} \times \sqrt{\frac{EA}{FA}} \\
&= \frac{CA}{BA} \times \sqrt{\frac{EA \times AD}{FA \times AD}} \\
&= \frac{CA}{BA} \times \sqrt{\frac{AB^2}{CA^2}}
\end{aligned}$$

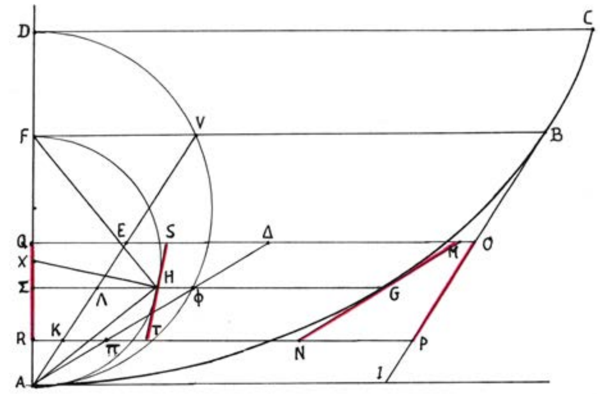
De tijd van afdaling langs BA wordt aangegeven met $t(BA)$.



Propositie De tijd van afdaling van een lichaam langs een raaklijn aan de cycloïde, vanaf het raakpunt tot aan het snijpunt van de raaklijn met de grondlijn (dus van B tot B_0, van C tot C_0 enzovoort), is onafhankelijk van het raakpunt, namelijk gelijk aan de valtijd langs ΛA.

Volgens de basiseigenschap van de raaklijn is BB_0 evenwijdig met en gelijk aan ΠA. Evenzo voor CC_0 en ΓA, DD_0 en ΔA, LL_0 en ΛA. Het bewijs volgt nu uit de Stelling van Galileo.

5. Tautochronie

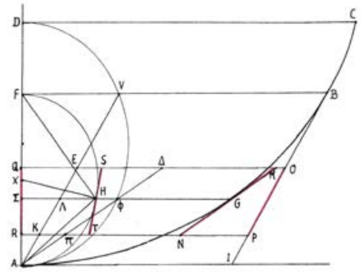


Propositie: Zij gegeven de cycloïde ABC, waarvan de top A naar beneden gericht is, en de as AD loodrecht staat op de horizontale lijn AI. Op de cycloïde is een willekeurig punt B gekozen. Van daaruit wordt neerwaarts het lijnstuk BI getrokken, dat aan de cycloïde raakt in B en zijn eindpunt op de horizontale lijn AI heeft. De rechte BF wordt loodrecht op de as getrokken, en het lijnstuk FA wordt in X doormidden gedeeld en op het lijnstuk wordt een halve cirkel FHA beschreven. Vervolgens wordt door een willekeurig punt G op de kromme BA de rechte ΣG getrokken die evenwijdig is aan BF en die de omtrek FHA in H snijdt, en de as AD in Σ. We nemen aan dat door de punten G respectievelijk H raaklijnen zijn getrokken aan de beide krommen, en dat de delen van de raaklijnen die zijn afgesneden door de beide horizontale lijnen MS en NT de lijnstukken MN en ST zijn. Door dezelfde lijnen MS en NT worden van de raaklijn BI het stuk OP, en van de as het stuk QR omvat.

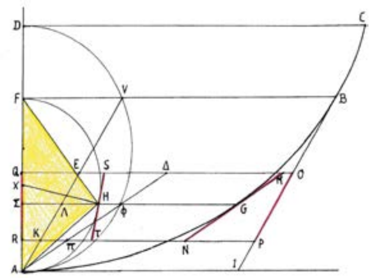
Met al deze gegevens, zeg ik dat de tijd waarmee het lichaam de rechte MN doorloopt met een snelheid, die gelijk is aan die welke verworven is bij de afdaling langs de cycloïde-boog BG, staat tot de tijd waarmee het lijnstuk OP wordt doorlopen met een snelheid, die gelijk is aan de helft van de snelheid die verworven is door afdaling langs de hele raaklijn BI, als de lengte van raaklijn TS staat tot de lengte van het deel QR van de as:

$$t(MN) : t(OP) = \overline{ST} : \overline{QR}.$$

Het begin van het bewijs volgt:

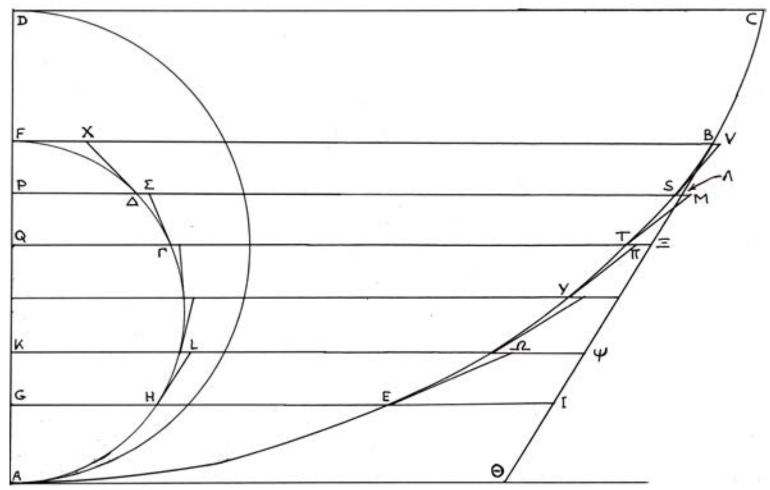


$$
\begin{aligned}
t(MN) : t(OP) &= \frac{MN}{v_{\text{post}}(BG)} : \frac{OP}{1/2 v_{\text{post}}(BI)} \\
\frac{t(MN)}{t(OP)} &= \frac{MN}{OP} \times \frac{1}{2} \times \frac{v_{\text{post}}(BI)}{v_{\text{post}}(BG)} \\
&= \frac{MN}{OP} \times \frac{1}{2} \times \frac{v_{\text{post}}(FA)}{v_{\text{post}}(F\Sigma)} \\
&= \frac{MN}{OP} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{FA}{F\Sigma}}
\end{aligned}
$$



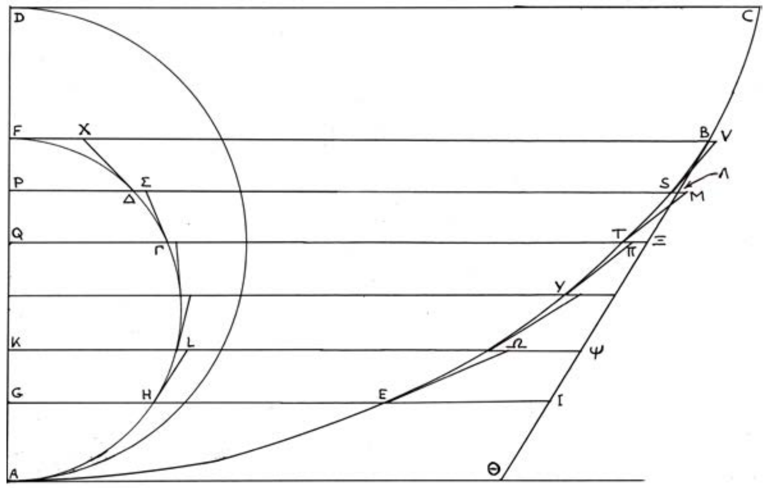
$$
\begin{aligned}
\frac{t(MN)}{t(OP)} &= \frac{MN}{OP} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{FA}{F\Sigma}} \\
&= \frac{MN}{OP} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{FA \times FA}{F\Sigma \times FA}} \\
&= \frac{MN}{OP} \times \frac{1}{2} \times \frac{FA}{FH} \\
&= \frac{MN}{OP} \times \frac{FX}{FH}
\end{aligned}
$$

Uit dit begin van het bewijs van de lokale tautochronie moge het meetkundige karakter van HUYGENS aanpak duidelijk zijn.



Propositie: Zij wederom gegeven, zoals in de voorafgaande propositie, de cycloïde ABC, waarvan de top A naar beneden gericht is, en de as AD loodrecht staat op de horizontale lijn $A\Theta$. Op deze cycloïde wordt een willekeurig punt B genomen. Van daaruit wordt neerwaarts de rechte $B\Theta$ getrokken, die aan de cycloïde raakt in B en de horizontale lijn $A\Theta$ in Θ snijdt, en op FA wordt de halve cirkel FHA beschreven. Vervolgens wordt een lijn GE getrokken, evenwijdig aan BF: deze snijdt de cycloïde in E, de rechte $B\Theta$ in I en de cirkelomtrek FHA in H en tenslotte de as DA in G. Ik zeg: de tijd van afdaling langs de cycloïde-boog BE staat tot de tijd van afdaling langs de raaklijn BI met een snelheid die de helft is van de snelheid verkregen bij de afdaling $B\Theta$, als de boog $\widehat{FH}$ tot de rechte $\overline{FG}$:

$$t(\widehat{BE}) : t(\overline{BI}) = \widehat{FH} : \overline{FG}.$$



$$t(\widehat{BE}) : t(\overline{BI}) = \widehat{FH} : \overline{FG},$$

$$t(\widehat{BA}) : t(\overline{B\Theta}) = \widehat{FHA} : \overline{FA} = \tfrac{\pi}{2}.$$

$$t(\widehat{BA}) = \tfrac{\pi}{2} \cdot t(\overline{B\Theta}) = \tfrac{\pi}{2} \cdot t(\overline{DA}).$$

$$\text{Voor de periode } T = 2\pi\sqrt{\frac{2\cdot\overline{DA}}{g}}.$$

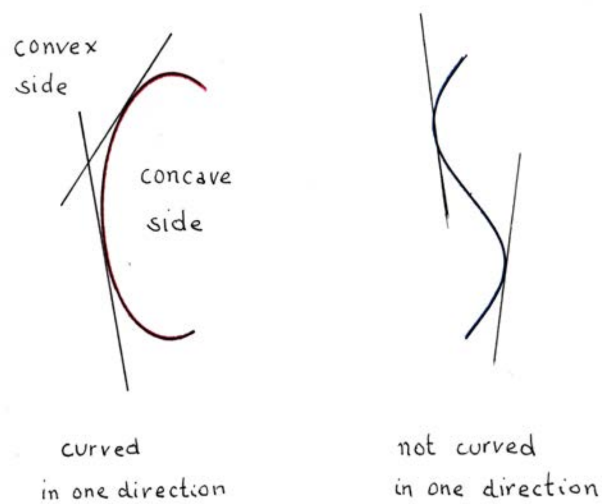
De lengte van de secondeslinger is $1,00099\,\mathrm{m}$,bij $g = 9,85\mathrm{m/sec}^2$. HUYGENS stelt dit bedrag gelijk aan 3 **uurvoet**. Een uurvoet is dus $0,33366\,\mathrm{m}$: HUYGENS leefde op tamelijk grote voet.

Tot besluit: De cycloïde komt in de meest onverwachte verbanden te voorschijn. Johann Bernoulli vond de cycloïde als oplossing van het brachistochroon-probleem. Hij zocht de vorm van het draadprofiel waarlangs een kraal zich zou verplaatsen in de kortst mogelijk tijd. En tot zijn verrassing was de oplossing weer de cycloïde. Bernoulli heeft dit gepubliceerd in *Acta Eruditorum, 1697, pp. 206–211.* Aan het einde van zijn artikel zegt hij:

> Antequam finiam, non possum,
>
> quin iterum admirationem meam
>
> prodam, animo revolvens,
>
> inexpectatam illam identitatem
>
> *Tautochronae Hugenianae*
>
> *nostraeque Brachystochronae.*
>
> Quod notabile praeterea existimo,
>
> illud est, quod haec identitas in
>
> sola hypothesi Galilei reperitur.

6. Ophanging van de slinger

Men zegt dat een kromme **naar één kant gebogen is** indien alle raaklijnen haar vanaf dezelfde kant beroeren. Als de kromme zekere rechte lijnstukken zou bevatten, dan worden deze, na verlenging, als raaklijnen beschouwd. De

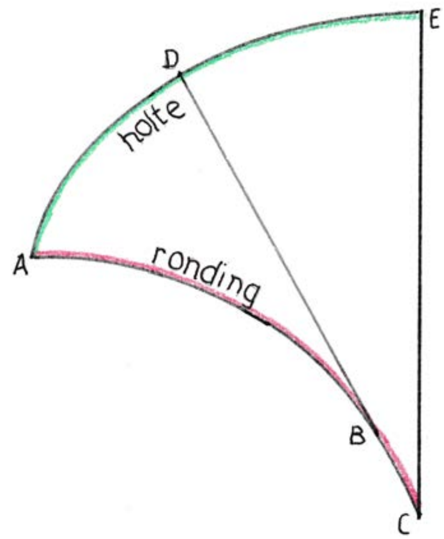


ellips en parabool zijn naar één kant gebogen. De sinus-curve is dat niet. Als een kromme naar één kant is gebogen, dan kunnen we aan die kromme twee kanten onderscheiden: een **ronding**, of **bolle kant**, en een **holte**, of **holle kant**: de ronding is de kant waar de raaklijnen liggen, en de holte is de andere kant. Merk op dat de terminologie nauw verwant is met die welke bij lenzen gebruikt wordt

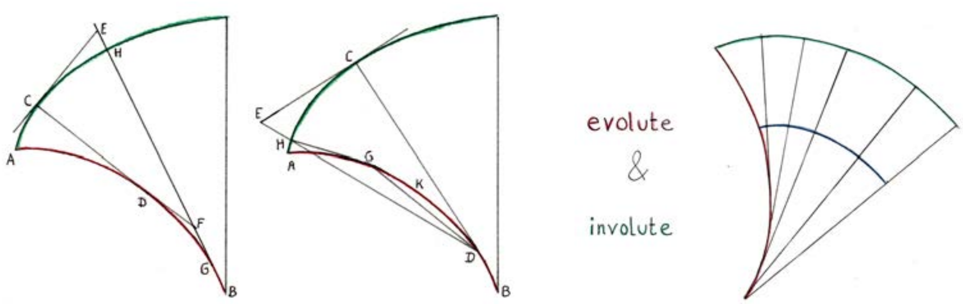
Verder, als twee van dergelijke krommen van eenzelfde punt uitgaan, waarvan de ronding van de ene kromme gekeerd is naar de holte van de andere kromme, zoals in de eerstvolgende figuur de krommen ABC en ADE, dan zeggen we dat beide krommen **naar dezelfde kant gewelfd zijn.** Als om een kromme, die naar één kant hol is, een draad of buigzame kromme in gedachten is gewikkeld, en één uiteinde van de draad aan deze kromme gehecht blijft en het andere uiteinde wordt weggetrokken op zodanige wijze dat het losse deel altijd gespannen blijft, dan is het duidelijk dat ik met dit uiteinde een kromme beschreven heb. We zeggen dat deze kromme **door afwikkelen is verkregen**.

Inderdaad wordt die kromme waarop de draad was gewikkeld, de **evolute**, of **wikkel(kromme)**, genoemd. In de figuur is ABC de evolute, en is ADE door afwikkelen van ABC verkregen. Wanneer het uiteinde van de draad vanuit A in D is gekomen, is het strak getrokken deel het lijnstuk DB; en het resterende deel BC is nog steeds gehecht aan de kromme ABC. Daarom is het duidelijk dat de lijn DB raakt aan de wikkelkromme in B.

In de onderste figuur heb ik enkele belangrijke eigenschappen van de evolute en involute bij elkaar gezet. In de linker figuur staat dat de raaklijnen aan de

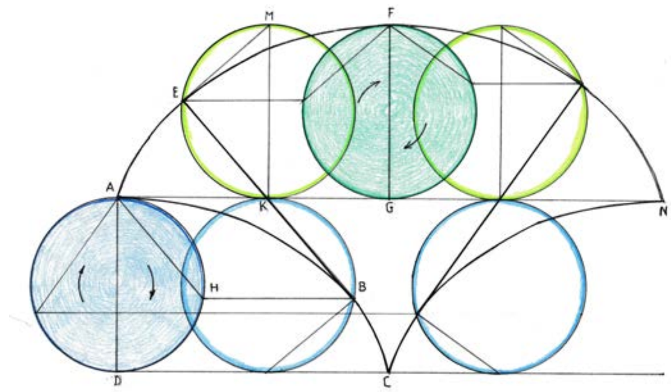


evolute de involute loodrecht snijden en, omgekeerd de normalen op de involute raken aan de evolute. In de rechter figuur zie je dat de verschillende involuten

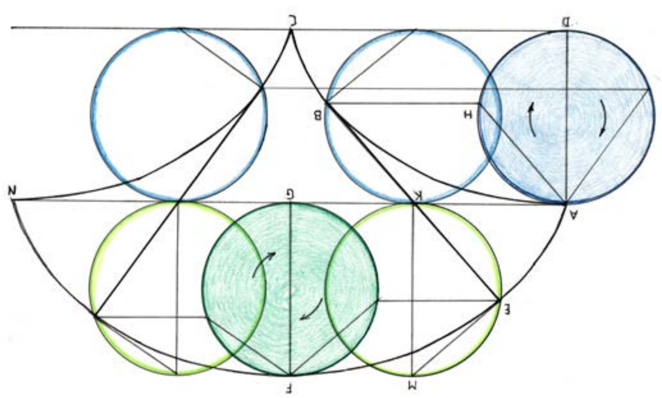


van één en dezelfde evolute min of meer parallel zijn. Zij kunnen elkaar niet snijden zoals HUYGENS bewees: *uniciteit van de involute!!*. Dit is overigens de enige plek in het betoog van HUYGENS waar (continue) differentieerbaarheid in disguise langs komt.

De volgende figuur illustreert het hoogtepunt van Huygens werk over involuten en evoluten. In de figuur zie je twee rol-acties van de cycloïde boven

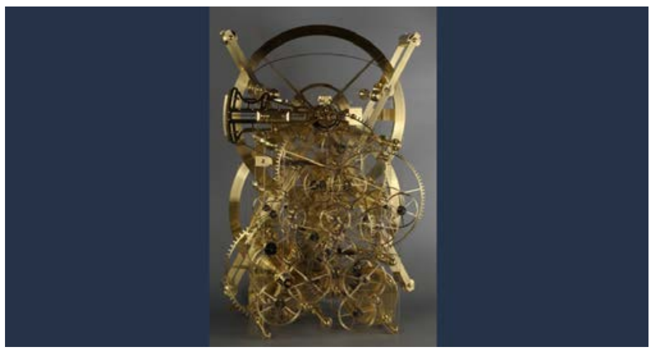


elkaar met een faseverschil van een halve periode. Met de eigenschap van de raaklijn aan de cycloïde bewijst men elementair dat de raaklijnen aan de onderste cycloïde tevens normalen van de bovenste cycloïde zijn. In verband met de uniciteit volgt dan dat de bovenste cycloïde de involute is van de onderste. Dat is dus de ideale manier om de cycloïdale slinger uit te voeren. Zet de figuur maar op zijn kop!



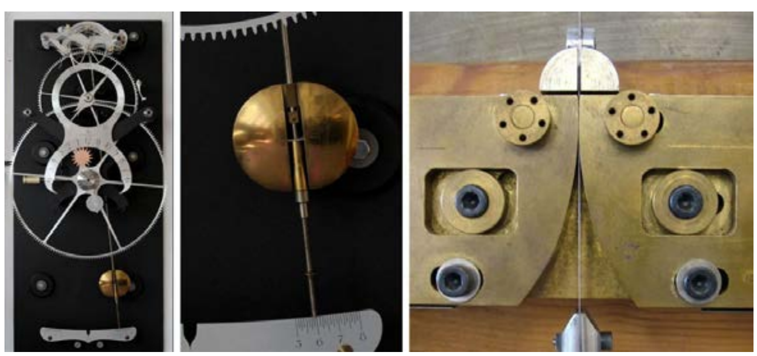
7. Epiloog

In[1] de eeuw na de dood van Huygens speelde zich in Engeland een drama af. De klokkenmaker John Harrison kwam met een geheel nieuw ontwerp voor een klok waarmee hij de prijs van £20,000, die was uitgeloofd door het Britse Parlement, in de wacht hoopte te slepen. Met veel pijn en moeite wist hij de prijs uitbetaald te krijgen. Dit drama is vastgelegd in Dava Sobel's bestseller *Longitude*.



Vergeten dus de cycloïdale slinger van Christiaan Huygens?

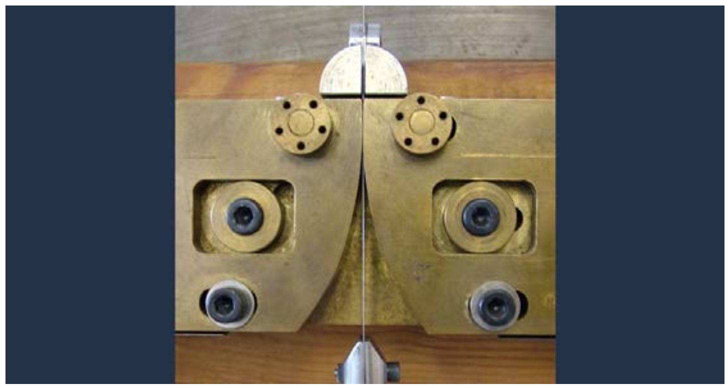
Harrison had nog een nieuw ontwerp voor een klok. Hij beweerde dat hij daarmee een nauwkeurigheid van 1 seconde in de 100 dagen zou kunnen bereiken. In opdracht van de Gurney familie vervaardigde Burgess de *Clock A*. In 1993 kocht Donald Saff het ontwerp van de zogenaamde *Burgess clock B* en gaf de firma Frodsham opdracht de klok naar het bijna 240 jaar oude ontwerp van Harrison te vervaardigen. Meteen nadat de klok voor



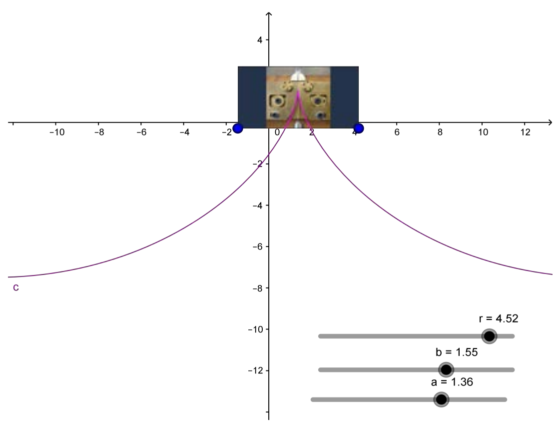
de uiteindelijke test in werking was gezet bleek dat hij het veelbelovend goed deed. De klok heeft alles wat in de traditionele klokkenmakerskunst verboden is: 1) hij heeft een relatief licht gewicht voor de slinger, 2) hij werkt in vrije atmosfeer 3) en heeft een grote amplitude van wel $6°$, terwijl $1,5°$ gebruikelijk is. En ook nog een cycloïdale ophanging! Van 6 januari tot 16 april 2015 was de klok onderworpen aan een test voor het Guines Book of Records. Op 16 april

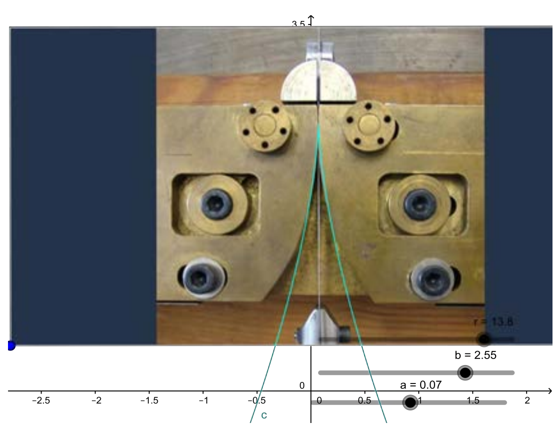
[1]met dank aan Gertjan Westerbeke (Klokby, Delft) voor de informatie over de Burgess klok

april bleek tot grote vreugde van allen die van het experiment getuigen waren dat de klok minder dan 5/8 seconde achter had gelopen in honderd dagen: een wereldrecord voor slingeruurwerken in vrije atmosfeer!! Bedenk wel dat in 100 dagen er 8 miljoen en 640 duizend seconden wegtikken.



We hebben natuurlijk wel even met `Geogebra` gecontroleerd dat het echt wel een cycloïdale ophanging is.





Technische Universiteit Delft, J.M.Aarts@tudelft.nl