

De ontdekking en verklaring van het Zeemaneffect – deel2

Van klassiek tot quantum

Het Zeemaneffect werd ontdekt als een verbreding van spectraallijnen onder invloed van een magneetveld. Lorentz voorspelde echter geen verbreding maar een opsplitsing van spectraallijnen in dicht bij elkaar gelegen lijnen: met betere resolutie werd een dergelijke opsplitsing inderdaad waargenomen. Het patroon bleek in het algemeen echter veel complexer dan de eenvoudige tripletten en doubletten uit de theorie van Lorentz en pas drie decennia na de ontdekking van het Zeemaneffect was het quantumtheoretische model van de structuur der materie zo ver dat alle precisiewaarnemingen er een plaats in vonden. Anders gezegd: het Zeemaneffect vormde een belangrijke leidraad voor het ontwikkelen van ons moderne beeld van de structuur der materie.

De verbreding van twee spectraallijnen van natrium onder invloed van een extern magneetveld werd door Pieter Zeeman in 1896 ontdekt. Het was een ontdekking die, in het kader van theoretische beschouwingen van Lorentz, leidde tot grensverleggende inzichten in de structuur der materie en in het bijzonder tot de ontdekking van het eerste elementaire deeltje, het elektron. Al snel bleek dat het Zeemaneffect veel meer en complexere verschijningsvormen kende dan de ‘eenvoudige’ splitsingen van spectraallijnen in tripletten, zoals door Lorentz verklaard. De experimenten waren de theorie ver vooruit. Een volledige verklaring van de geobserveerde opsplitsingen van talloze spectraallijnen en de daarbij optredende polarisaties was pas mogelijk na de verankering van het atoommodel van Bohr in de quantummechanica, het in rekening brengen van baanimpulsmoment en de introductie van elektronspin. Dit wordt prachtig geïllustreerd door een analyse van precisiemetingen aan de natriumlijnen die het onderwerp waren van Zeemans oorspronkelijke ontdekking.

De theorie van Bohr

In [1] (1913) presenteert Bohr zijn atoommodel en in het bijzonder een model van spectraallijnen in het licht van Plancks theorie van zwarte straling en Rutherfords eerdere atoommodel. In [2] past hij dit model toe op het Stark-effect en confronteert hij het ook met het Zeemaneffect. De wezenlijke vernieuwingen die Bohr introduceert zijn ‘stationaire’ banen (van elektronen om de atoomkern) en overgangen van de elektronen tussen deze banen, waarbij licht wordt uitgezonden of geabsorbeerd met een frequentie overeenkomend met die van de spectraallijnen. De energie van de uitgezonden straling is gelijk aan het verschil van de elektronenergie in een hogere baan a en een lagere baan b en heeft een frequentie zoals de zwarte straling van Planck: $\nu = (E_a - E_b)/h$. Deze concepten verdragen zich niet met de klassieke elektrodynamica. In de eerste plaats verliest een elektron dat beweegt op een cirkel- of ellipsbaan continu energie door straling, vanwege de versnelling die het ondergaat, en zijn er dus geen stationaire banen. En in de tweede plaats biedt de klassieke elektrodynamica geen ‘voorschrift’ om de overgangen tussen de stationaire banen te beschrijven. Toch waren Bohrs ideeën in wezen correct, zoals in latere jaren bleek bij de verdere ontwikkeling van de quantummechanica en de toepassing ervan op atoomstructuur. Bovendien kon hij zich er met vrucht van bedienen voor het verklaren van waargenomen lijnspectra en regelmatigheden daarin (zoals onder andere de Balmer- en Rydberg-series), ook de beïnvloeding van spectraallijnen door een elektrisch veld was op deze wijze te begrijpen (Stark-effect – voor het eerst waargenomen in 1913, kort voor Bohrs publicatie [2]). De stationaire banen zelf waren volgens Bohr gewoon ellipsbanen zoals volgde uit de klassieke elektrodynamica. Voor het Stark-effect vindt hij een verschuiving van de frequentie van de spectraallijnen (van waterstof) die de constante van Planck (h) bevat ($\Delta\nu \sim (h/em)F$, met F de

elektrische veldsterkte van het aangelegde veld; e en m zijn elektronlading en massa). Zoals Lorentz opmerkt in [3]: het Stark-effect is dus een typisch quantumeffect zonder klassiek analogon, anders dan het Zeemaneffect. Met een verklaring van het Zeemaneffect had Bohr meer moeite. Wat is de invloed van een extern magneetveld op de stationaire banen? Volgens een vrij algemeen theorema van Larmor [4] (zie kader *De generalisatie van Larmor*) is het effect dat de ellipsbaan van een atomaire elektron gaat roteren om een a door een van de brandpunten, parallel aan het veld, en wel met hoekfrequentie $(e/2m)H$ ofwel $\nu_L = (e/4\pi m)H$, we vinden dus precies de vergelijking van Lorentz terug. Het resultaat dat Lorentz had gevonden voor trillende elektronen is ook geldig voor elektronen die een ellipsbaan doorlopen, zoals in Bohrs model.

Om het Zeemaneffect in te passen in zijn model van stationaire toestanden en overgangen daartussen moest Bohr een nieuwe aanname toevoegen (anders dan bij de verklaring van het Stark-effect). Immers: elke stationaire toestand krijgt dezelfde frequentieverandering en uit de overgangen tussen stationaire toestanden valt deze dus weg. Voor het inpassen van het Zeemaneffect in zijn theorie moest Bohr daarom een ‘à-la-carte’-aanname maken: het magneetveld beïnvloedt het proces van de transitie tussen twee toestanden, en wel zó dat de eerdere quantumvoorwaarde $E_a - E_b = h\nu$ wordt vervangen door $E_a - E_b = h(\nu \pm \nu_L)$. Opmerkelijk is dat Bohrs theorie van ‘gequantiseerde’ stationaire banen en overgangen daartussen dus geen verklaring geeft van het Zeemaneffect, maar dat hij aanneemt dat niet de elektronbanen maar de overgangen ertussen door het magneetveld beïnvloed worden, op de een of andere manier. We weten nu dat deze aanname niet correct was, maar het illustreert eens te meer hoe belangrijk het Zeemaneffect was voor de ontwikkeling van het atoommodel en, inderdaad, de quantummechanica. De quantisatie van het baanimpulsmoment van de elektronen bracht uitkomst.

Impulsmoment

In [3] blikt Lorentz terug op 25 jaar Zeemaneffect en legt de nadruk op de waarneming van de voorspelde ‘normale’ tripletten bij helium, cadmium, kwik, zink en magnesium. Zoals we nu weten allemaal elementen met een gevulde, buitenste s -schil zodat de totale spin van de elektronen nul is. (Het begrip ‘spin’ werd pas vier jaar na de hierboven aangehaalde terugblik van Lorentz geïntroduceerd door Goudsmit en Uhlenbeck). De tripletten ontstaan dan door elektronen die aangeslagen worden naar de erop volgende p -baan en vervolgens terugvallen naar de s -baan. Door het impulsmoment van een elektron in een zekere stationaire baan in rekening te brengen kon aannemelijk worden gemaakt dat de energie van een dergelijk elektron beïnvloed werd door een extern magnetisch veld, afhankelijk van de oriëntatie van de baan ten opzichte van het magneetveld. Als ook aan het impulsmoment quantumwaarden werden opgelegd kon verder aannemelijk worden gemaakt dat de energie E_l van een stationaire baan werd

DE GENERALISATIE VAN LARMOR

Larmor heeft laten zien [4] dat de frequentieverschuiving zoals door Zeeman op basis van de theorie van Lorentz bepaald, niet afhankelijk is van de specifieke aanname dat het licht wordt uitgezonden door elektronen die aan een evenwichtstoestand gebonden zijn via een harmonische kracht. Als deze kracht maar symmetrisch is onder draaiing rond een as die dezelfde richting heeft als het magnetisch veld, volgt voor elke kracht dezelfde Zeemansplitsing. Het argument gaat als volgt (bij keuze van de z-as als de as waarlangs het magnetisch veld is gericht). De bewegingsvergelijkingen zijn:

$$m\ddot{x} - eH\dot{y} = F_x \quad (1)$$

$$m\ddot{y} + eH\dot{x} = F_y \quad (2)$$

Beschouw nu een systeem onderhevig aan dezelfde 'interne' krachten, maar zonder magnetisch veld maar wel ten opzichte van een assenstelsel dat met hoeksnelheid ω_L roteert om de z-as. Dan zijn de bewegingsvergelijkingen:

$$m\ddot{x} - 2m\omega_L\dot{y} - m\omega_L^2x = F_x \quad (3)$$

$$m\ddot{y} + 2m\omega_L\dot{x} - m\omega_L^2y = F_y \quad (4)$$

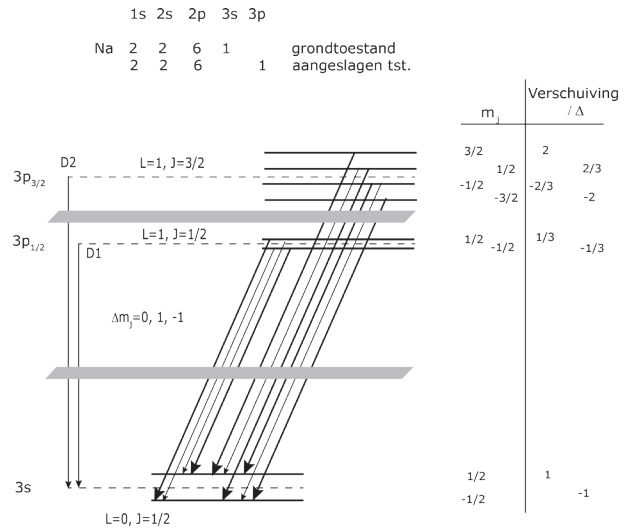
De bewegingsvergelijkingen met magnetisch veld H en zonder veld zijn dus identiek als we $eH/2m$ identificeren met ω_L en als we $\omega_L^2x(y)$ verwaarlozen ten opzichte van $2\omega_L\dot{y}(\dot{x})$. Is dit gerechtvaardigd? Het argument gaat als volgt. $\dot{x}(\dot{y})$ is van de orde $\omega x(y)$ waar ω de hoekfrequentie van de elektronen (en in de klassieke theorie dus van het uitgezonden licht) is en dus geldt $\omega \gg \omega_L$. Omdat $2\omega_L\dot{y}(\dot{x}) \sim \omega_L\omega y(x)$ en de derde term $\sim \omega_L^2y(x)$ is deze derde term te verwaarlozen. $\nu_L \equiv \omega_L/2\pi$ is de zogeheten Larmorfrequentie, gelijk dus aan de verschuiving die Lorentz gevonden had.

Wegens dit 'theorema van Larmor' stond de precieze keuze door Lorentz van de kracht die de elektronen deed trillen (een keuze niet in overeenstemming met de kracht waarmee elektronen aan de kern gebonden zijn, zoals we die nu kennen) het vinden van het correcte resultaat niet in de weg.

opgesplitst in k componenten $E_1 + k\Delta E$ en de energie E_2 van een andere baan in $E_2 + l\Delta E$ componenten, zodat de bijbehorende spectraallijnen componenten op afstand $(k-l)\Delta E$ kreeg (met $\Delta E = \hbar\omega_L$ en ω_L de Larmorfrequentie). Met behulp van ad hoc-selectieregels ($k-l=-1,0,1$) kon zo het oorspronkelijke triplet van Lorentz worden teruggevonden en in principe ook hogere multipletten. Waarnemingen van splitsingen die een (rationale) fractie van de standaardwaarde $\Delta\nu = \Delta E/h = (e/4\pi m)H$ bedroegen konden vooralsnog niet worden verklaard.

Het jubileumartikel [3] van Lorentz werd weliswaar geschreven 25 jaar na de ontdekking van het Zeeman-effect, maar ook op een moment dat de volle rijkdom – of complexiteit

– van de vele waarnemingen nog niet op de juiste waarde kon worden geschat: dat was pas mogelijk na de verankering van de stationaire banen van Bohr en de overgangen daartussen in de quantummechanica en na de introductie van de spin van het elektron. Het artikel straalt daarom een zekere gereserveerdheid uit. Misschien wordt de gemoeds-



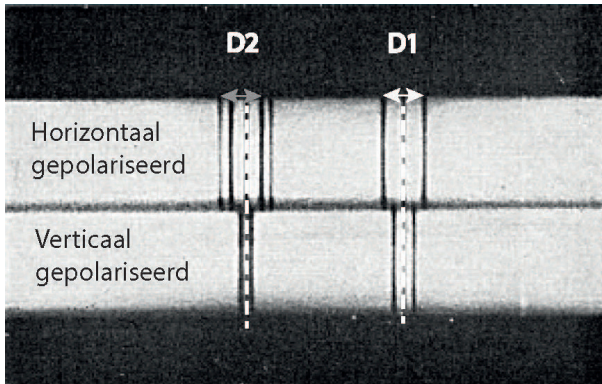
Figuur 1. Natrium D-lijnen (links) en zoals gesplitst door een extern magnetisch veld (rechts). De vette pijlen corresponderen met $\Delta m_j = \pm 1$ overgangen die in de longitudinale richting fotonen in zuivere helicitetoestanden opleveren, aanleiding gevend tot circulaire gepolariseerd licht en in de transversale richting tot horizontaal gepolariseerd licht. De $\Delta m_j = 0$ overgangen geven in de transversale richting verticaal gepolariseerd licht. Δ is de energieverschuiving in 'eenheden' $(eh/2m)H$. De 'breedte' van de D2-lijn wordt dus $(10/3)\Delta$; voor de D1-lijn vinden we $(8/3)\Delta$. (De 'normale' tripletten van Lorentz hebben een breedte 2Δ .)

toestand van Lorentz, die erg de nadruk blijft leggen op 'zijn' tripletten, gereflecteerd in zijn opmerking: "In de moderne theorie der spectra is niets overgebleven van de vibratoren met quasi-elastische krachten, die men zich vroeger voorstelde. Toch mag de vraag gesteld worden of niet ook in die oude opvatting een kern van waarheid lag en of niet de mogelijkheid bestaat dat zij nog eens, zij het in vernieuwden vorm, haar plaats in het beeld der verschijnselen herneemt. In elk geval is er veel dat wij zonder die vroegere denkbeelden moeilijk kunnen begrijpen." Zo legt hij ook de nadruk op het door Paschen en Back ontdekte verschijnsel dat bij relatief zwakke magnetische velden geobserveerde complexe Zeemansplitsingen bij een sterk veld weer 'convergeren' naar de normale tripletten.

Spin – het anormale Zeeman-effect

In [5] laten Goudsmit en Uhlenbeck zien dat bepaalde spectroscopische metingen beter te begrijpen zijn als aan de elektronen die aan de spectraallijnen ten grondslag liggen, behalve een quantumgetal voor het baanimpulsmoment ook een quantumgetal voor een intrinsiek impulsmoment $\vec{S}$ wordt toegekend. Ook hierbij hoort een magnetisch moment $\vec{\mu}_e = -g(e/2m)\vec{S}$, met $g=2$ en de spin S gelijk aan $\pm 1/2$. (De factor $g=2$ volgde later uit de hier niet behandelde relativistische beschrijving van elektronen – Dirac, 1928).

We weten nu dat de D-lijnen van natrium toe te schrijven zijn aan overgangen van het 'ongepaarde' buitenste (elfde)



Figuur 2. Fotografische registratie van het transversale Zeemaneffect van de D1- en D2-lijnen van natrium, bij 36.000 Gauss, in 1913 door H.R. Woltjer in het Laboratorium van Zeeman te Amsterdam opgenomen. De oorspronkelijke foto [7] bevat ook de ongesplitste lijnen, hier gedeeltelijk bedekt door de witte stippel-lijn. Op de verklaring van deze waarneming moest meer dan een decennium gewacht worden, zie figuur 1. Merk op hoe mooi de geobserveerde splitsingen passen bij de verklaring, inclusief de polarisatie. Bijvoorbeeld: de afstand tussen de verticaal gepolariseerde D2-splitsing is half zo groot als de splitsing van de D1-lijn. Ook is mooi te zien dat de splitsing van de D1-lijn 80% bedraagt van die van de D2-lijn, aangegeven door de dubbele pijlen.

elektron van natrium: tussen de aangeslagen toestand $l=1$ en de grondtoestand $l=0$. Het elektron kan echter in twee spintoestanden voorkomen: $s=\pm 1/2$ en zo wordt het eenvoudige triplet $l=1 \rightarrow l=0$ veel complexer. Indien de elektronspin expliciet in rekening moet worden gebracht spreken we van het anomale Zeemaneffect, voor natrium zijn de overgangen die aanleiding geven tot opsplitsing van de D-lijnen weergegeven in figuur 1. De stationaire banen worden nu gekarakteriseerd door het baanimpulsmoment s ($l=0$) en p ($l=1$) en door het totale impulsmoment: $1/2$ voor de s-baan en $3/2$ of $1/2$ voor de p-banen. We zien dat de D2-lijn in een sextuplet wordt gesplitst en de D1-lijn in een quadruplet. In figuur 2 reproduceren we een prachtige experimentele registratie van de opsplitsing van de D-lijnen van natrium, daterend van ver voor de verklaring ervan. Zie kader *Impulsmoment en spin* voor een overzicht 'met de kennis van nu'. (Een volledige beschrijving van de schilstructuur van atomen vereist de introductie van het Pauli-principe waaraan we hier geen expliciete aandacht besteden).

Polarisatie – heliceiteit

Was Lorentz' voorspelling van de magnetische opsplitsing van spectraallijnen in principe correct, maar kwantitatief alleen correct in speciale gevallen, ook de voorspelling van de polarisatie van het licht van de spectraallijnen houdt in wezen stand.

De fotonen, deeltjes met spin ± 1 , van het licht dat wordt uitgezonden, kunnen de spin langs de bewegingsrichting

IMPULSMOMENT EN SPIN

Het magnetisch moment als gevolg van de baanbeweging met impulsmoment $\vec{L}$ van een elektron is

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{L} \quad (5)$$

en de potentiële energie in een veld $\vec{H}$:

$$E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{H} \quad (6)$$

Is nu ook het impulsmoment gequantiseerd en gelijk aan mh dan kan m de waarden 1, 0 en -1 aannemen voor impulsmoment $l=1\hbar$. Voor een overgang $l=1$ naar $l=0$ kan de spectraallijn dus, als gevolg van een aangelegd magnetisch veld, naar kleinere (grotere) golflengte opschuiven overeenkomend met een frequentieverschuiving

$$\Delta\nu = E_p/h = \pm \frac{e}{4\pi m} H \quad (7)$$

precies het triplet van Lorentz.

Wanneer een atoom ook een netto spin S heeft (als gevolg van een 'ongepaard' buitenste elektron zoals bij natrium) dan is er een extra bijdrage aan het magnetisch moment zodat:

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} (\vec{L} + 2\vec{S}) \quad (8)$$

De totale spin $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ kan nu waarden aannemen tussen $m_j = -j, +j$ zodat nu geldt:

$$\Delta\nu = E_p/h = g \frac{e}{4\pi m} H m_j \quad (9)$$

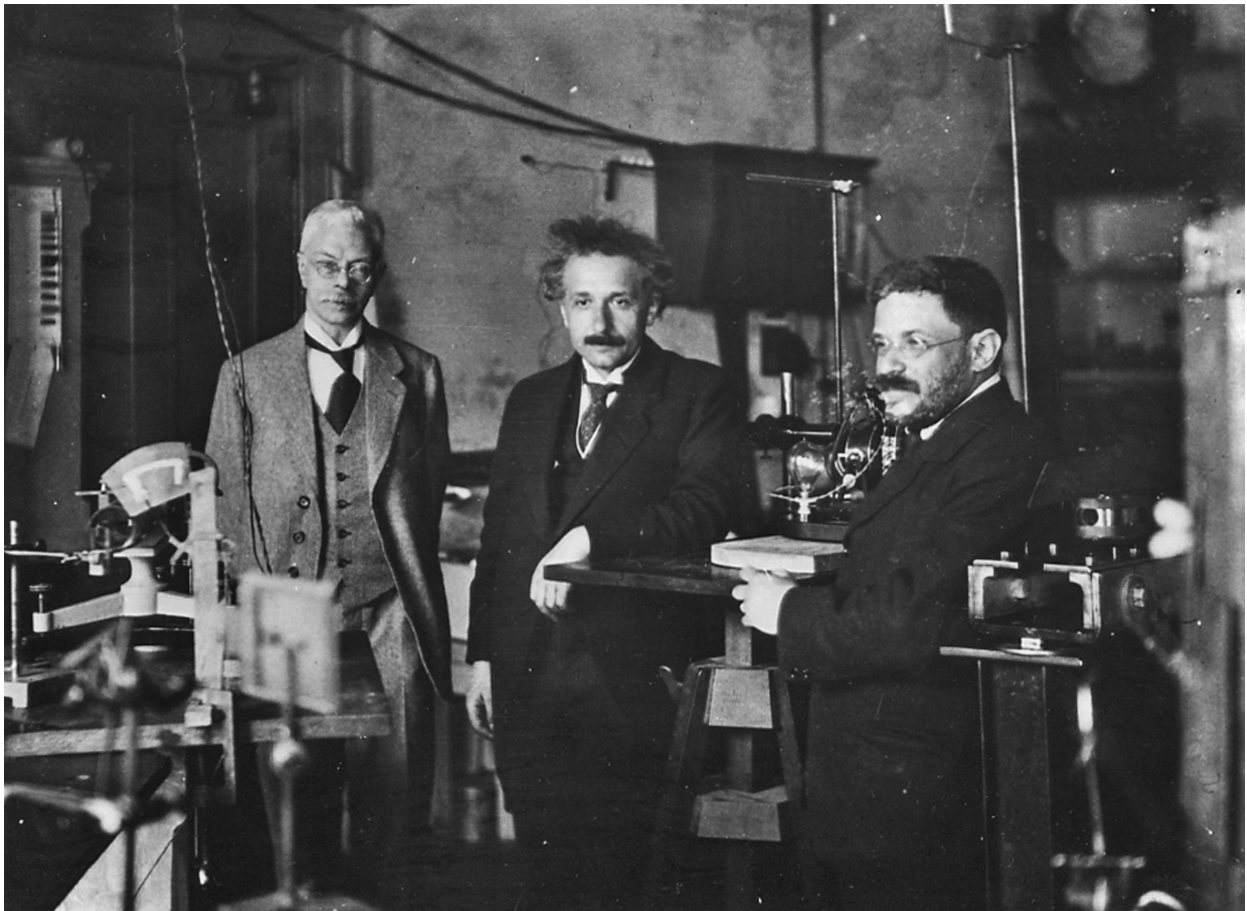
g is de zogenaamde Landéfactor

$g = 1 + [j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)]/[2j(j+1)]$, waar $j \equiv |\vec{J}|$ et cetera. (Deze factor brengt in rekening dat $\vec{\mu}$ en $\vec{J}$ niet dezelfde richting hebben).

hebben (heliceiteit 1) of daartegen (heliceiteit -1). Een bundel fotonen met heliceiteit 1 komt overeen met rechtshandig circulair gepolariseerd licht en vice versa. Een bundel fotonen met evenveel heliceiteit +1 als -1 is transversaal gepolariseerd. Als we nu alle overgangen in figuur 1 nalopen vinden we de mogelijke polarisatietoestanden terug, in het bijzonder ook dat in de richting van het magnetisch veld ('longitudinaal Zeemaneffect') alleen zuivere heliceiteitstoestanden van de fotonen mogelijk zijn, overeenkomend met de door Lorentz voorspelde circulaire polarisatie.

De ontdekking van het elektron

Hierboven is uitgelegd hoe het elektron zijn intrede deed in de verklaring van het Zeemaneffect door Lorentz. De ontdekking wordt in het algemeen toegeschreven aan J.J. Thomson (1897) en zijn onderzoek aan kathodestralen. In het kader van dit artikel gaan we op die meer rechtstreekse ontdekking verder niet in. In elk geval versterkten de resultaten van Lorentz en Zeeman aan de ene kant en Thomson aan de andere kant elkaar.



Einstein en Ehrenfest op bezoek bij Zeeman in diens oude laboratorium in Amsterdam, in 1921. Ehrenfest was een regelmatige bezoeker. Goudsmit en Uhlenbeck zouden in 1929 bij Ehrenfest promoveren. Foto ontleend aan [7].

Conclusie

De ontdekking van het Zeemaneffect markeerde een belangrijke bijdrage aan de ontwikkeling van ons begrip van de structuur der materie. Bovendien viel de ontdekking op vruchtbare bodem doordat Lorentz zijn ‘elektronentheorie’ onmiddellijk kon toepassen op de waargenomen beïnvloeding van spectraallijnen door een magnetisch veld. De verschijningsvormen van het Zeemaneffect beperkten zich echter niet tot de ‘eenvoudige’ voorspellingen van Lorentz, maar bleken uiteindelijk naadloos te passen in de quantumtheorie van de structuur der materie.

Reeds in 1902 werd aan Lorentz en Zeeman de Nobelprijs voor de Natuurkunde toegekend, een jaar na de instelling van deze prijs. (Aan de andere ontdekker van het elektron, J.J. Thomson, werd in 1906 de Nobelprijs toegekend.)

Toegevoegde verwijzing en dankwoord

Na voltooiing van dit artikel werd de uitstekende wetenschapshistorische referentie [6] onder mijn aandacht gebracht.

Ik bedank Karel Gaemers voor het lezen en corrigeren van

eerdere versies van dit artikel, en voor een aantal discussies. Piet Peters en Henk Tiecke bedank ik voor hun commentaar en aanmoediging.

Jos Engelen is emeritus hoogleraar hoge-energiefysica aan de UvA/Nikhef. Hij was betrokken bij het wetenschappelijke programma van CERN en DESY en bij de beginfase van Antares (astrodeeltjesfysica). Hij bekleedde onder andere het directoraat van Nikhef, het wetenschappelijke directoraat van CERN en het voorzitterschap van NWO.

REFERENTIES EN NOTEN

1. N. Bohr, *On the constitution of atoms and molecules*. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, **26-155**, 857-875 (1913).
2. N. Bohr, *On the effect of electric and magnetic fields on spectral lines*, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, **27-159**, 506-524 (1914).
3. H.A. Lorentz, *De theoretische beteekenis van het Zeeman-effect*, *Physica* **1**, 228-241 (1921).
4. J. Larmor, *Aether and Matter*, Cambridge University Press, p. 341 (1900).
5. G.E. Uhlenbeck en S. Goudsmit, *Naturwissenschaften*, **47**, 953 (1925).
6. A.J. Kox en W.P. Troelstra, *Uit het Zeeman-archief: de ontdekking van het Zeeman-effect*, *Gewina* **19**, 153-166 (1996).
7. C.J. Bakker en W. de Groot, *Pieter Zeeman, Helden van de Nederlandse wetenschap*, 95-123 (1946).