

De ontdekking en verklaring van het Zeemaneffect - deel 1

Van klassiek tot quantum

In 1896 observeerde Pieter Zeeman de beïnvloeding van het spectrum van natrium door een extern magneetveld. Er stond hem geen precies model voor ogen van deze mogelijke beïnvloeding, maar eerdere, overigens onsuccesvolle, pogingen van Faraday benadrukten voor hem het belang van dergelijk onderzoek. Met de moderne spectroscopische middelen die hem ter beschikking stonden achtte hij het van belang een hernieuwde poging te doen. De geobserveerde verbreding van twee karakteristieke spectraallijnen van natrium trokken onmiddellijk internationaal de aandacht en Lorentz verschafte een theoretisch kader voor de interpretatie, leidend tot een eerste bepaling van de e/m -verhouding en in feite tot de ontdekking van het elektron. Al spoedig bleken de experimentele resultaten een complexer en rijker patroon te vertonen dan door het initiële model van Lorentz beschreven.

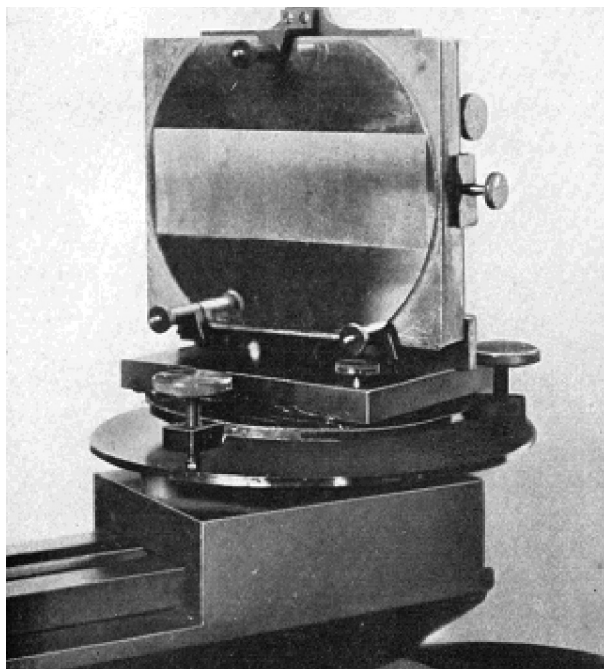
In augustus 1896, 125 jaar geleden, observeerde Pieter Zeeman, als assistent van Heike Kamerlingh Onnes verbonden aan het Natuurkundig Laboratorium van de Universiteit Leiden [1], een verbreding van de twee karakteristieke spectraallijnen van natrium onder invloed van een magneetveld. In een artikel voltooid in februari 1897 publiceerde hij de resultaten van een systematisch onderzoek aan het gevonden verschijnsel [2]. Daarin besprak hij ook een door Lorentz voorgestelde verklaring. Opmerkelijk is dat Zeeman met deze verklaring het geobserveerde effect kwantitatief kon interpreteren, zonder dat de theorie van Lorentz nog gebruik kon maken van het atoommodel van Rutherford (1911) of van de ideeën van Bohr over (overgangen tussen) stationaire elektronbanen (1913, 1914) en ook niet van de quantummechanica (Heisenberg in 1925 en Schrödinger in 1926), noch van de rol van (baan-)impulsmoment en elektronspin (Goudsmit en Uhlenbeck in 1925). Het Zeemaneffect bleek van centraal belang voor het ontwikkelen van het kwantitatieve begrip van de structuur der materie. De waarnemingen waren de theorie decennia vooruit [3]. De geschiedenis van het Zeemaneffect valt daarmee in twee delen uit elkaar. Het eerste deel bestrijkt de ontdekking in 1896 en de daaropvolgende periode van ongeveer dertig jaar van intensieve experimentele activiteiten waarin, in 1921, de balans werd opgemaakt van 25 jaar Zeemaneffect. Het tweede deel bestrijkt de periode vanaf 1926 waarin de rijkdom aan verschijnselen perfect bleek te passen in de nieuw ontwikkelde quantumtheorie van de structuur der materie.

De meting

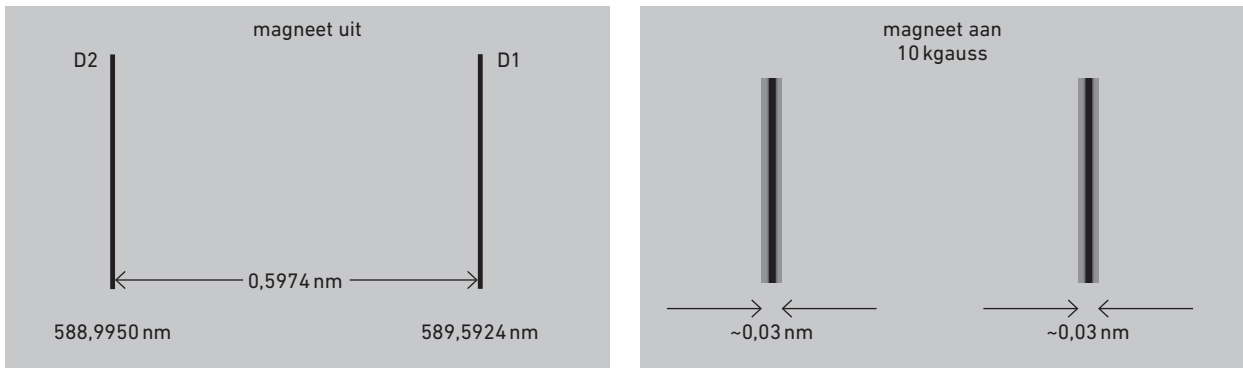
Zeeman gebruikte de twee karakteristieke spectraallijnen, de D₁-lijn en de D₂-lijn, van natrium voor zijn waarnemingen. In het bovenste deel van figuur 2 zijn deze lijnen weergegeven zoals ze door een tralie zouden worden afgebeeld. De afstand tussen de lijnen gebruikte Zeeman om er de geobserveerde verbreding in het magneetveld (onderste helft figuur 2) aan te “calibreren”. Als lichtbron gebruikte hij een door een bunsenbrander tot gloeien gebracht stukje asbest geïmpregneerd met keuzenzout. Voor de spectraalanalyse had hij de beschikking over een Rowlandtralie (figuur 1) met een straal van 10 voet (3,05 m) en 14.938 lijnen per inch

(± 5.881 lijnen per centimeter). Voor de metingen in het magneetveld gebruikte hij een middelgrote Ruhmkorff-elektromagneet (figuur 3) met typisch een afstand van 7 mm tussen de poolschoenen en een stroomsterkte van 27 A. (Zeeman schrijft de eenheid van stroomsterkte uit als “amperes”. De magneetspoelen werden gevoed door accu’s, de maximaal haalbare stroomsterkte was 35 A.) De magnetische inductie was 10.000 gauss.

Zeeman vat zijn historische meting samen in weinig woorden: “Although the means at my disposal did not enable me to execute more than a preliminary approximate measurement, I yet thought it of importance to determine approximately the value of the magnetic change of the period. The widening of the sodium lines to both sides amounted to about 1/40 of the distance between the said



Figuur 1. Hol tralie van Rowland. De horizontale strook in het midden van de spiegel is geheel voorzien van uiterst fijne verticale groefjes op een onderlinge afstand van circa 1/600 mm. Foto ontleend aan [15].



Figuur 2. Natrium D-lijnen (links) met 'splitsing' (rechts) zoals door Zeeman waargenomen.

lines, the intensity of the magnetic field being about 10^4 C.G.S. units. Hence follows a positive and negative magnetic change of $1/40,000$ of the period."

Een interessante terugblik op dit eerste experiment is opgenomen in het nummer van *Physica* gewijd aan de 25^e verjaardag van het Zeemaneffect, in een bijdrage van Kamerlingh Onnes [4].

De meting – kwantitatieve uitwerking

De resolutie die Zeeman met zijn opstelling kon bereiken was nog onvoldoende om de opsplitsing van de spectraallijnen in de nu bekende multipletten te zien, aanvankelijk zag hij slechts een verbreding ervan onder invloed van het magnetische veld. De verbreding van de lijnen naar iedere kant bedroeg ongeveer $1/40$ van de afstand ertussen. De afstand tussen de twee natriumlijnen bedraagt $\sim 0,6$ nm (figuur 2), dat komt in goede benadering overeen met $1/1000$ van de golflengte en dus van de trillingstijd van het licht van deze lijnen.

Volgens de theorie van Lorentz (zie hieronder) bedraagt de verandering van de trillingstijd T onder invloed van een magneetveld H een fractie $\Delta T/T = \pm(e/m)HT/4\pi$. De frequentieverandering is dan $\Delta\nu = \Delta T/T^2 = \pm(e/m)H/4\pi$. Hier is e de lading van de trillende 'lichtionen' (de nog niet ontdekte elektronen) en m de massa ervan, en H de magnetische inductie van de elektromagneet. De betekenis van het plus- en minteken zal later duidelijk worden, voor nu constateren we dat de verschuiving van de bestudeerde spectraallijnen dus een fractie $\pm(e/m)HT/4\pi$ van de trillingstijd bedraagt. Uit:

$$(e/m)HT/4\pi = 1/40.000 \quad (1)$$

vinden we: $e/m = (\pi/2) 10^7$ 'electromagnetic C.G.S. units' zoals Zeeman de eenheid noemt. Hij geeft als resultaat $e/m \sim 10^7$ en benadrukt dat het slechts gaat om een eerste ruwe meting. (In SI-eenheden komt dit resultaat overeen met 10^{11} C/kg; de nu bekende waarde van e/m bedraagt $1,75 \cdot 10^{11}$ C/kg.) Dit resultaat, daterend van vóór de ontdekking van het elektron door Thomson [5], was destijds heel opmerkelijk, namelijk drie ordes groter dan de grootste waarde voor een dergelijke verhouding tot dan toe bekend

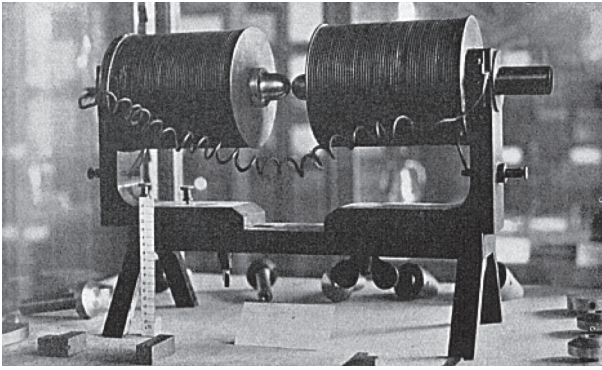
(uit elektrolyse), die voor het waterstofion – met andere woorden het ging hier om een 'nieuw' bestanddeel van de materie. (Zeeman is overigens heel voorzichtig in zijn formuleringen en houdt vooral een slag om de arm betreffende de theorie: "Of course this result from theory is only to be considered as a first approximation.")

De theorie van Lorentz

Ten tijde van de ontdekking van het Zeemaneffect was de structuur der materie en met name het atoommodel van Rutherford-Bohr nog niet bekend, wel had Lorentz ideeën over de samenstelling van materie in termen van 'geëlektrificeerde' deeltjes. Zijn inzichten, gebaseerd op de elektrodynamica (op de Maxwellvergelijkingen) had hij bij elkaar gebracht in een in 1895 uitgegeven boek [6]. In het bijzonder nam hij aan dat de moleculen 'ionen' (de nog onontdekte elektronen [7]) bevatten die aan een evenwichtstoestand gebonden waren. Trillingen rond deze evenwichtstoestand veroorzaken lichtgolven. Zeeman presenteert in [2] een concreet en eenvoudig model van een trillend elektron, gebonden aan een evenwichtstoestand. Bij het aanleggen van een extern magneetveld veroorzaakt de Lorentzkracht – $e\vec{v} \times \vec{H}$, v is de snelheid van het elektron – een verandering van de trillingstijd T die eenvoudig is te bepalen door het oplossen van de bewegingsvergelijkingen. De trillingstijd T zelf is overigens niet te bepalen omdat de kracht waarmee het elektron aan de evenwichtstoestand gebonden is niet kwantitatief bekend is. Zeeman lost de bewegingsvergelijkingen op voor een 'harmonische kracht' – een kracht evenredig met de afstand tot het evenwichtspunt en daarheen gericht – (zie kader *Afleiding van de verschuiving van de spectraallijnen (Lorentz)*, de bewegingsvergelijkingen zijn dan precies die van de slinger van Foucault) en vindt voor de fractionele verandering ΔT van de trillingstijd T (c.q. frequentieverandering $\Delta\nu$):

$$\frac{\Delta T}{T} = \pm \frac{e}{m} \frac{HT}{4\pi} \text{ oftewel } \Delta\nu = \pm \frac{e}{m} \frac{H}{4\pi}. \quad (2)$$

Zoals in het kader uitgelegd, neemt de frequentie toe voor elektronen die, als gevolg van het magneetveld een omlooprichting tegen de as van het veld krijgen en vice versa. Vergelijking 2 is een van de 'klassiekers' uit de natuurkunde



Figuur 3. Door Zeeman gebruikte elektromagneet van Ruhmkorff. Tussen de cilindervormige spoelen zijn 'paraboloïde' poolschoenen zichtbaar. Onder de poolschoenen werd een bunsenbrander geplaatst en in de vlam, precies tussen de poolschoenen, werd een met keukenzout doordrenkt stukje asbest tot gloeien gebracht. Via een spleet werd het licht op een tralie afgebeeld en werden de spectraallijnen van het van het tralie terugkaatsende licht met een loep opgemeten. Foto ontleend aan [15].

(en blijft geldig in de quantummechanica) en zou niet misstaan tussen de Leidse muurformules [8]!

Polarisatie: op zoek naar doubletten en tripletten

In het kader van de denkbeelden van Lorentz was ook de polarisatie van de verschoven spectraallijnen te voorspellen. En ook die werd door Zeeman gemeten, in overeenstemming met de voorspellingen. We stellen ons, met Lorentz, een in een magneetveld periodiek bewegend elektron voor. Er zijn drie mogelijkheden: loodrecht op het magneetveld kan het elektron een baan 'linksom' of 'rechtsom' doorlopen. In de richting van het magneetveld trilt het elektron onverstord. De rond bewegende elektronen zenden circulair gepolariseerd licht uit in de richting van de draaisas en lineair gepolariseerd licht loodrecht op deze as. De in de richting van het magneetveld trillende elektronen zenden lineair gepolariseerd licht uit, loodrecht op hun bewegingsrichting. Al deze mogelijkheden zijn samengevat in figuur 4. Deze voorspellingen van Lorentz werden door Zeeman al in de eerste publicatie [2] bevestigd. De randen van de verbrede lijnen waren in de richting van het veld circulair gepolariseerd en loodrecht daarop transversaal. (Voor de waarnemingen in de richting van het veld moesten gaten in de poolschoenen worden geboord.)

Het oplossend vermogen was echter onvoldoende om de voorspelde 'doublets' en 'triplets' als afzonderlijke lijnen te zien. Nog in hetzelfde jaar (1897) wijdt Zeeman, inmiddels werkzaam in Amsterdam, een publicatie [9] aan pogingen deze doubletten en tripletten waar te nemen. Het lukt hem om de blauwe cadmiumlijn (480 nm) gesplitst te zien, met de verwachte polarisatie-eigenschappen (figuur 4). Het rechtshandig circulair gepolariseerde licht blijkt naar de lagere frequentie verschoven te zijn leidend tot de belangrijke conclusie dat de 'trillende' deeltjes negatief geladen zijn.

In [2] vond Zeeman overigens het verkeerde resultaat [10], nu dus rechtgezet in [9] [11].

Maar het lukte hem niet ook voor de natriumlijnen eenduidige 'doublets' en 'triplets' waar te nemen. Wel voerde hij een verbeterde bepaling van e/m uit door een preciezere meting van de verbreiding van de natriumlijnen. Voor e/m

vond hij: $e/m = 1,6 \cdot 10^7$ elektromagnetische c.g.s. eenheden, een resultaat [12] binnen 10% van de nu bekende waarde (zie echter de gedetailleerde bespreking van de natriumlijnen in het tweede deel van dit artikel: ze splitsen niet op in de standaard-tripletten waar Zeeman van uitging). Zoals we nu weten vertonen de D₁- en D₂-lijnen van natrium een complexere Zeemansplitsing dan de eenvoudige doubletten en tripletten waarnaar Zeeman op zoek was. Loodrecht op het veld splitst de D₁-lijn op in een quadruplet en de D₂-lijn in een sextuplet. We komen hier later op terug: een volledige verklaring van dit patroon is pas mogelijk met behulp van de quantummechanica en door het intrinsieke impulsmoment, de spin, van elektronen in rekening te brengen.

Het is opmerkelijk hoe snel Zeemans internationale naam en faam gevestigd werden. Zijn eerste publicatie [2], ingestuurd in februari 1897, werd nog gepubliceerd op aanbeveling van Oliver Lodge, net als deel 1 van [9], maar deel 2, ingestuurd begin juli 1897 had geen aanbeveling meer nodig. Zijn werk had toen al ruim internationaal de aandacht getrokken, onder andere van Michelson.

Opmerkelijk is ook dat Zeeman vermeldt dat hem in Amsterdam niet zo'n goed ('helder') Rowlandtralie ter beschikking stond als in Leiden: ook toen was de beste wetenschappelijke infrastructuur van belang voor het beste onderzoek! Voor een deel van de metingen kon hij evenwel gebruik maken van een in Groningen geleend tralie, dat heldere lijnen produceerde.

Het aanvankelijke enthousiasme over de doorbraak die het Zeemaneffect betekende voor het begrip van de structuur der materie in termen van rond evenwichtstoestanden bewegende lichte, negatieve deeltjes – elektronen – werd in latere jaren enigszins getemperd door waarnemingen van complexere Zeemansplitsingen waar geen verklaring voor bestond. We citeren Lorentz, die in 1921 zei [13]:

"Zeemans in 1913 verschenen samenvattend werk *Researches in magneto-optics* geeft een levendigen indruk van de toewijding en de nauwgezetheid waarmee hij, in latere jaren door verdienstelijke leerlingen bijgestaan, voortging de verschijnselen tot in de kleinste bijzonderheden te bestudeeren, en het litteratuur-overzicht aan het slot

AFLEIDING VAN DE VERSCHUIVING VAN DE SPECTRAALLIJNEN (LORENTZ)

Het magneteveld H wijst in de positieve z -richting, de beweging van de elektronen vindt plaats in het xy -vlak. (In de z -richting wordt de beweging door het veld niet beïnvloed.) De elektronen zijn via een harmonische kracht $-kx$ en $-ky$ (k positief) aan de evenwichtstoestand $(x,y)=(0,0)$ gebonden. Voor snelheid (\dot{x}, \dot{y}) volgt dan een magnetische ('Lorentz') kracht $(eH\dot{y}, -eH\dot{x})$ en volgen de bewegingsvergelijkingen:

$$m\ddot{x} = -kx + eH\dot{y}$$

$$m\ddot{y} = -ky - eH\dot{x}$$

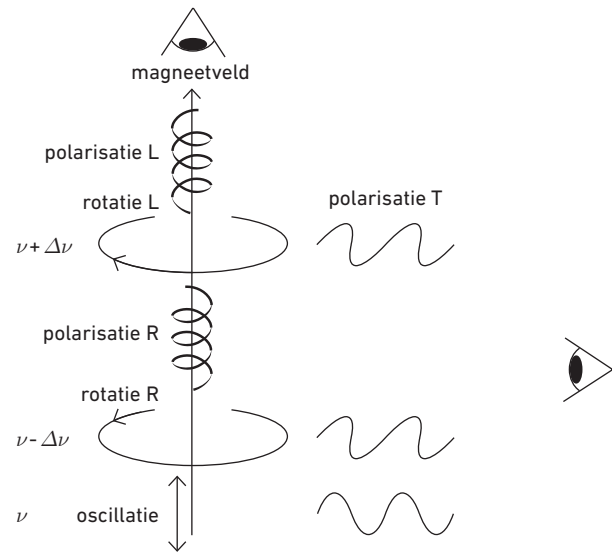
Voor $H=0$ volgt een oplossing voor $x(y)$ met een tijdsafhankelijkheid gekarakteriseerd door een frequentie $\nu_0 = (1/2\pi)\sqrt{k/m}$. We kunnen voor $x + iy \equiv r$ de bovenstaande differentiaalvergelijkingen, met H 'ingeschakeld' schrijven als:

$$\ddot{r} + 4\pi^2\nu_0^2 r = -i\frac{eH}{2\pi m}\dot{r}$$

en met 'Ansatz' $r = Re^{i2\pi\nu t}$ volgt dan een oplossing voor ν . Als $eH/4\pi m \ll \nu_0$ volgt:

$$\nu - \nu_0 = \pm \frac{eH}{4\pi m}$$

De oscillatie van het elektron kan gezien worden als een superpositie van twee tegengestelde cirkelbewegingen. In het magneteveld worden de omloopfrequenties iets verschillend. Het plus(min)teken komt overeen met een draairichting van het elektron tegen (langs) de richting van het magneteveld.



Figuur 4. Polarisatie van het licht uitgezonden loodrecht op (transversaal) en in de richting van (longitudinaal) het magneteveld door oscillerende en op een cirkelbaan bewegende elektronen. Transversaal: horizontaal en verticaal gepolariseerd licht. Longitudinaal: linkshandig en rechtshandig circulair gepolariseerd licht.

van het boek toont tot hoe groote werkzaamheid de ontdekking de natuurkundigen allerwege had geprikkeld. Ongelukkigerwijze kon echter de theorie het experiment niet in zijne vlucht volgen en was de vreugde over haar eerste succes van korten duur geweest.” We zullen in het tweede deel van dit artikel laten zien hoe in de quantumtheorie van de structuur der materie uiteindelijk alle gedetailleerde metingen een plaats vonden.

Jos Engelen is emeritus hoogleraar hoge-energiefysica aan de UvA/Nikhef. Hij was betrokken bij het wetenschappelijke programma van CERN en DESY en bij de beginfase van Antares (astrodeeltjesfysica). Hij bekleedde onder andere het directoraat van Nikhef, het wetenschappelijke directoraat van CERN en het voorzitterschap van NWO.

REFERENTIES EN NOTEN

- 1 Een uitstekende beschrijving van het pionierswerk van Zeeman is opgenomen in [14].
- 2 P. Zeeman, On the influence of magnetism on the nature of the light emitted by a substance, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **43-262**, 226-239 (1897).
- 3 Bij de viering van de 25^e verjaardag van het Zeeman-effect in 1921 zei Lorentz: “ongelukkigerwijze kon echter de theorie het experiment niet in zijne vlucht volgen” [13].
- 4 H. Kamerlingh Onnes, Zeeman's ontdekking van het naar hem genoemde effect, *Physica* **1**, 241-250 (1921).

- 5 J.J. Thomson, *XL. Cathode Rays*, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **44-269**, 293-316 (1897).
- 6 H.A. Lorentz, *Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern* (1895).
- 7 Het woord 'elektron' of 'electron' komt in [6] nog niet voor, maar de 'ionen' van Lorentz zijn precies de elektronen die door Zeeman (en Thomson, ook 1897) aan het licht werden gebracht. Opmerkelijk genoeg verwijst Zeeman in een voetnoot in [2] wel al naar de benaming 'electron' voor het eerst gebruikt door Stoney, al in 1891, in een beschrijving van onderzoek aan het emissiespectrum van natrium.
- 8 www.muurformules.nl.
- 9 P. Zeeman, VII. Doublets and triplets in the spectrum produced by external magnetic forces, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **44-266**, 55-60 (1897).
- 10 P. Zeeman, XXXIII. Doublets and triplets in the spectrum produced by external magnetic forces (II.), *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **44-268**, 255-259 (1897).
- 11 It may be deduced from the experiment of § 20 whether the positive or the negative ion revolves. If the lines of force were running towards the grating, the right-handed circularly-polarized rays appeared to have the smaller period. Hence in connexion with § 18 it follows that the positive ions revolve, or at least describe the greater orbit.
- 12 I must, however, correct my statement in § 24 of my former paper. I now see that if the lines of force are running towards the grating, the right-handed circularly polarized rays appear to have the greater period. Hence the radiation is due chiefly to the motion of a negatively-charged particle. Probably my mistake arose from a faulty indication of the axis of the $\lambda/4$ -plate used.
- 13 In [9] wordt als resultaat gegeven $1,6 \cdot 10^{10}$; we nemen aan dat het hier om een drukfout gaat. De verschuiving was $1/17.800$ van de trillingstijd bij een veld van 22.400 Gauss.
- 14 H.A. Lorentz, De theoretische beteekenis van het Zeeman-effect. *Physica* **1**, 228-241 (1921).
- 15 Dirk van Delft, Heike Kamerlingh Onnes. Een biografie. De man van het absolute nulpunt (2005).
- 16 C.J. Bakker en W. de Groot, Pieter Zeeman, Helden van de Nederlandse wetenschap, 95-123 (1946).