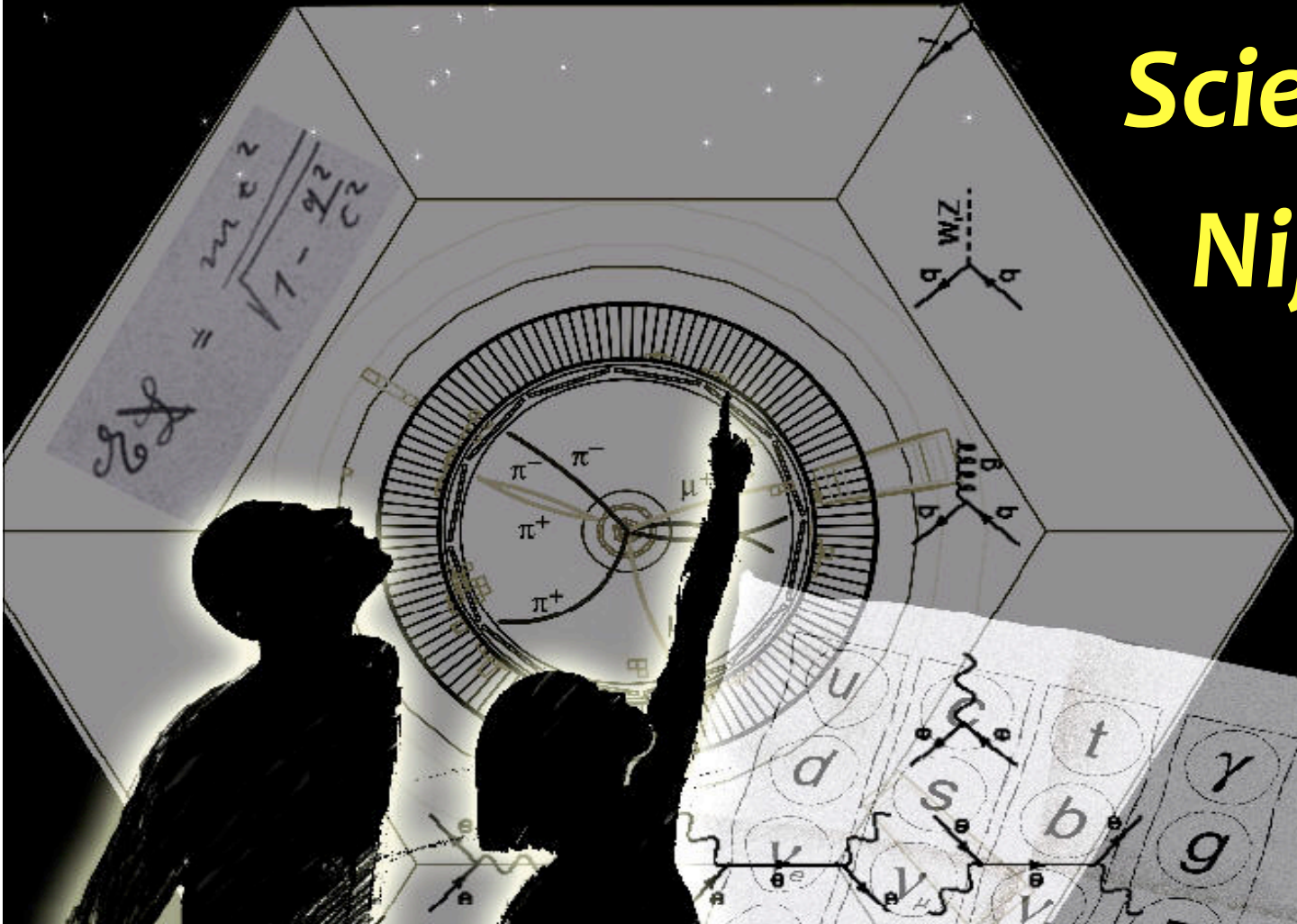


Symmetrie in de natuurkunde

Science Café Nijmegen

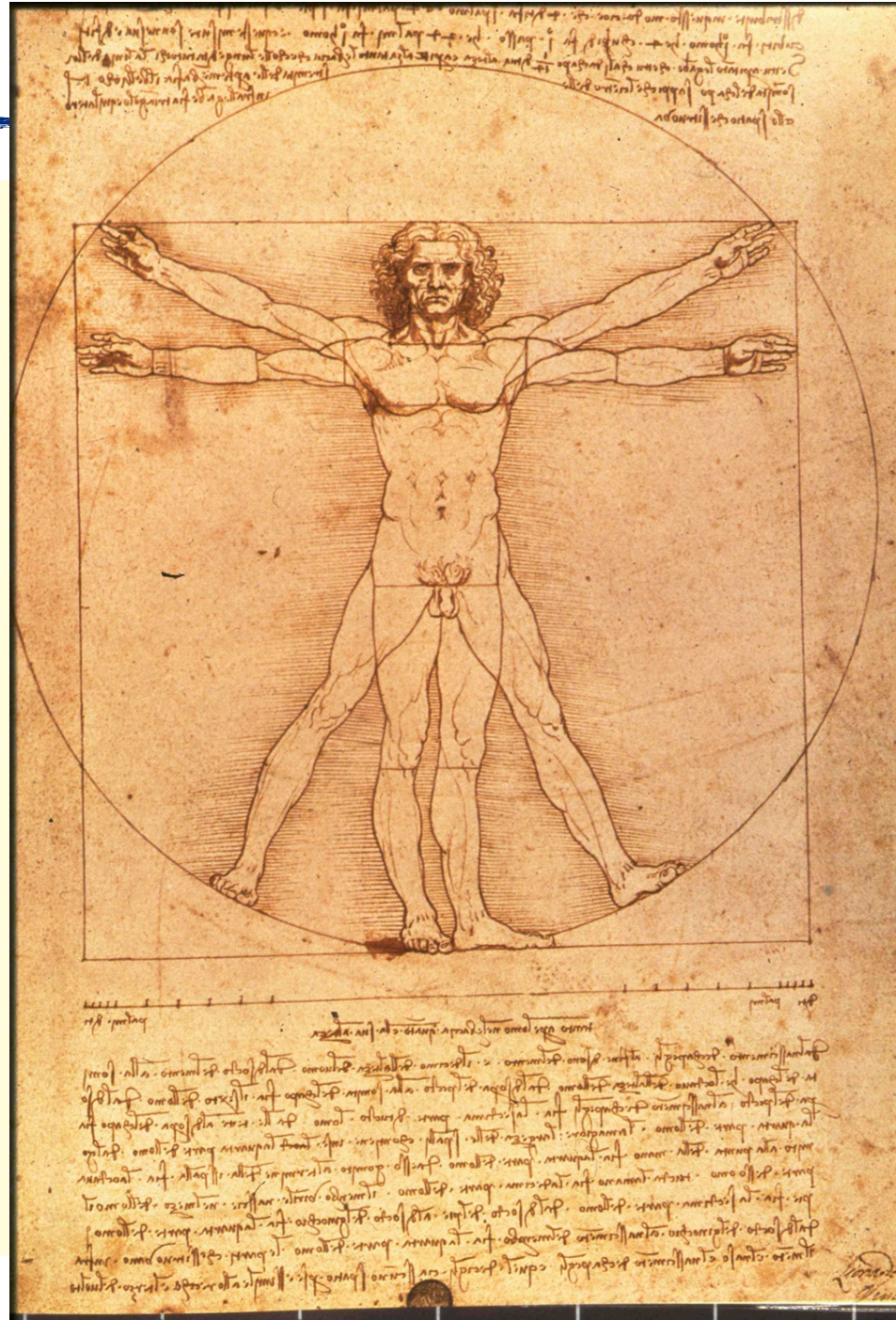
Stan
Bentvelsen



UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM

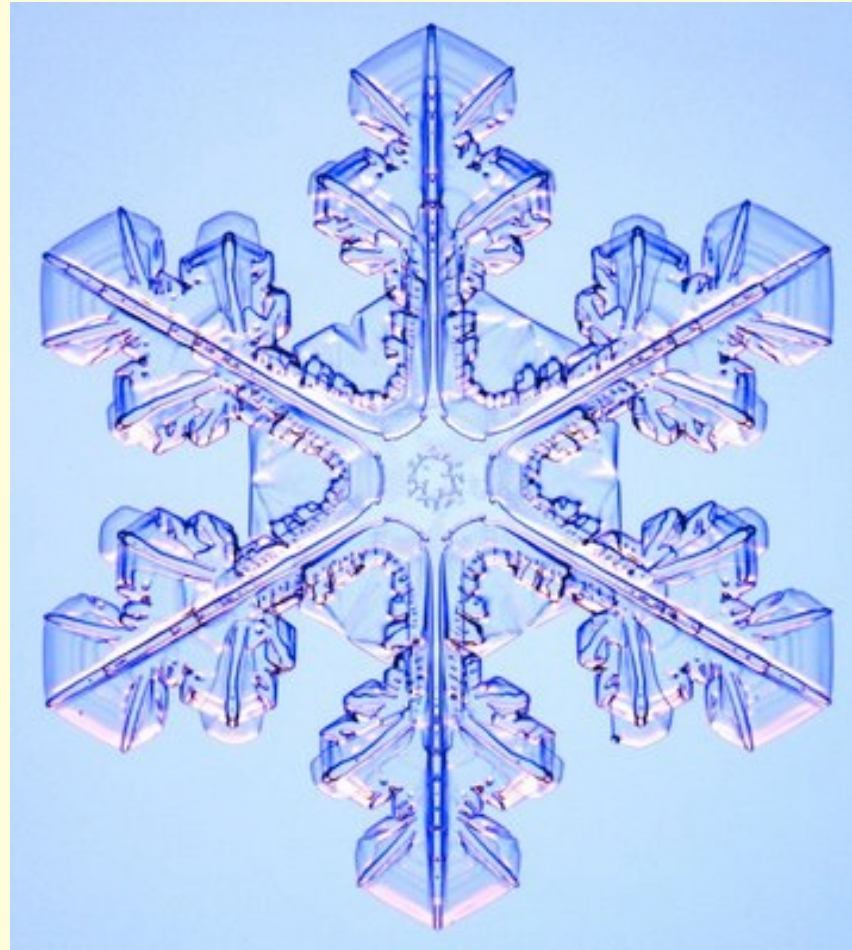


Symmetrie



Symmetrie in de natuur

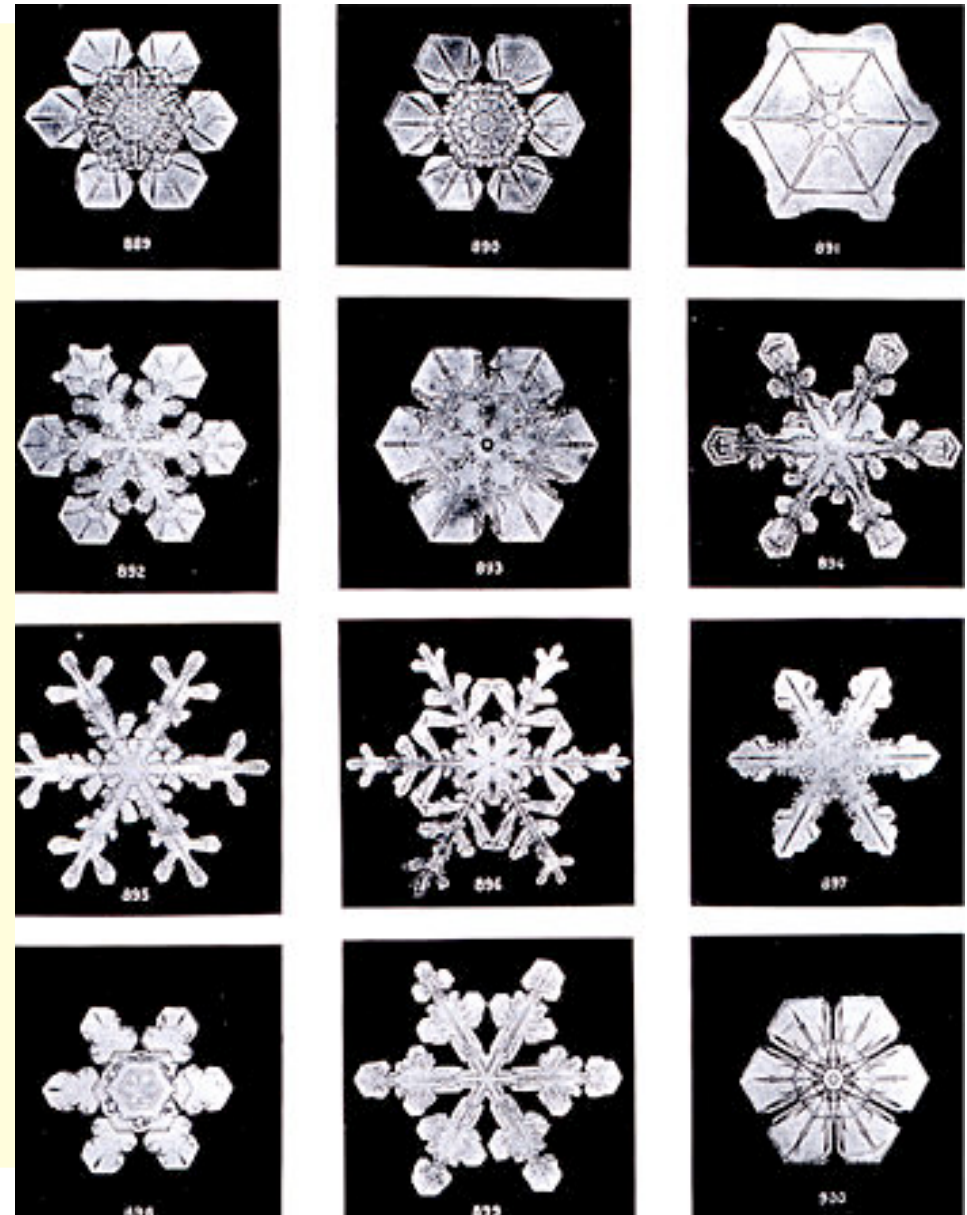
- Sneeuwkristal



- 12 symmetrie bewerkingen (inclusief niets doen)

Symmetrie in de natuur

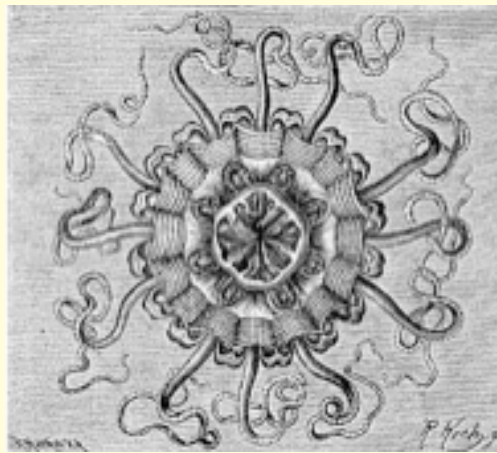
- Sneeuwkrystallen
 - 12-voudige symmetrie
- Weerspiegeling van microscopische moleculaire structuur
 - Symmetrie als ordenend principe



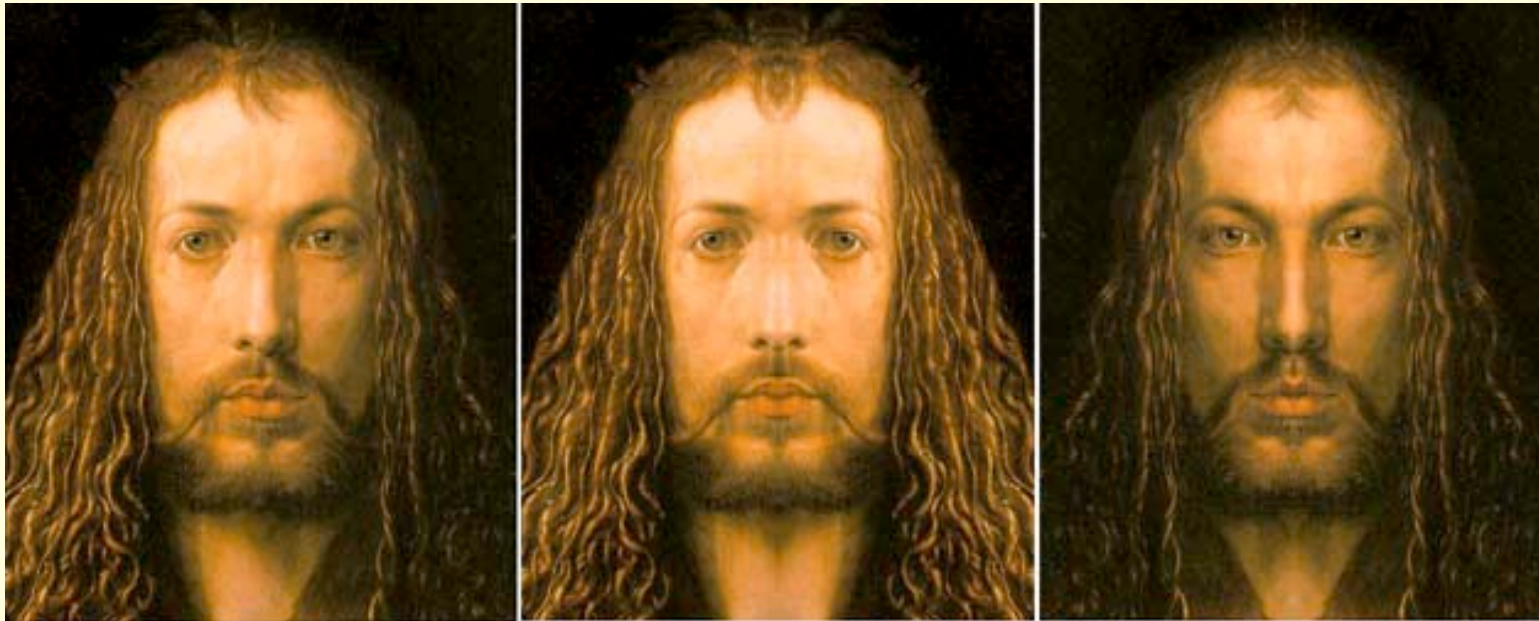
Symmetrie in de biologie



- draaiing-groepen van bijvoorbeeld orde 5, 8 of 12.



Symmetrisch gezicht?



- Albrecht Durer
 - Dürer waagde het zijn portret te schilderen in een symmetrisch aanzicht.

Symmetrie in de tijd



- Symmetrie in de muziek
 - herhalen van frasen, inversies van thema's, transposities.
 - Transformaties vinden plaats in de tijd en niet in de ruimte.



-
- Symmetry, as wide or as narrow as you may define it, is one idea by which man through the ages has tried to comprehend and create order, beauty and perfection
 - Hermann Weyl

Symmetrie in de natuurkunde

The symmetries that are important in nature, are not the symmetries of things but the symmetries of equations
– Steven Weinberg

Symmetrie in de natuurkunde

The symmetries that are important in nature, are not the symmetries of things but the symmetries of equations

– Steven Weinberg

- Natuurkundig systeem:
 - Beschreven door natuurwet,
 - Een situatie, fysische werkelijkheid
- Operatie:
 - Transformatie die we op systeem laten werken

Wanneer het systeem *invariant* is onder een operatie, noemen we deze operatie een ***symmetrie*** van het systeem

Symmetrie in de fysica

(discreet
continu)

(globaal
lokaal)

(ruimtetijd
intern)

(gebroken
ongebroken)

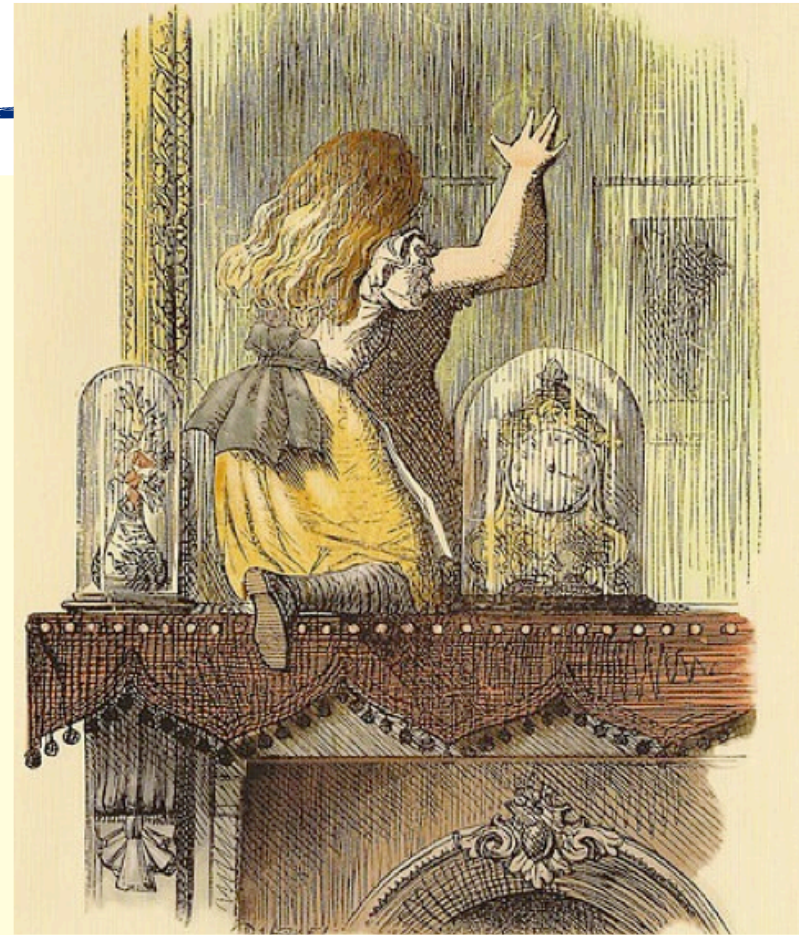
(abels
niet-abels)

Symmetrie

(super
gewoon)

(eindig
oneindig)

(klassiek
quantum)



Spiegelen: discrete Symmetrie

Spiegelland

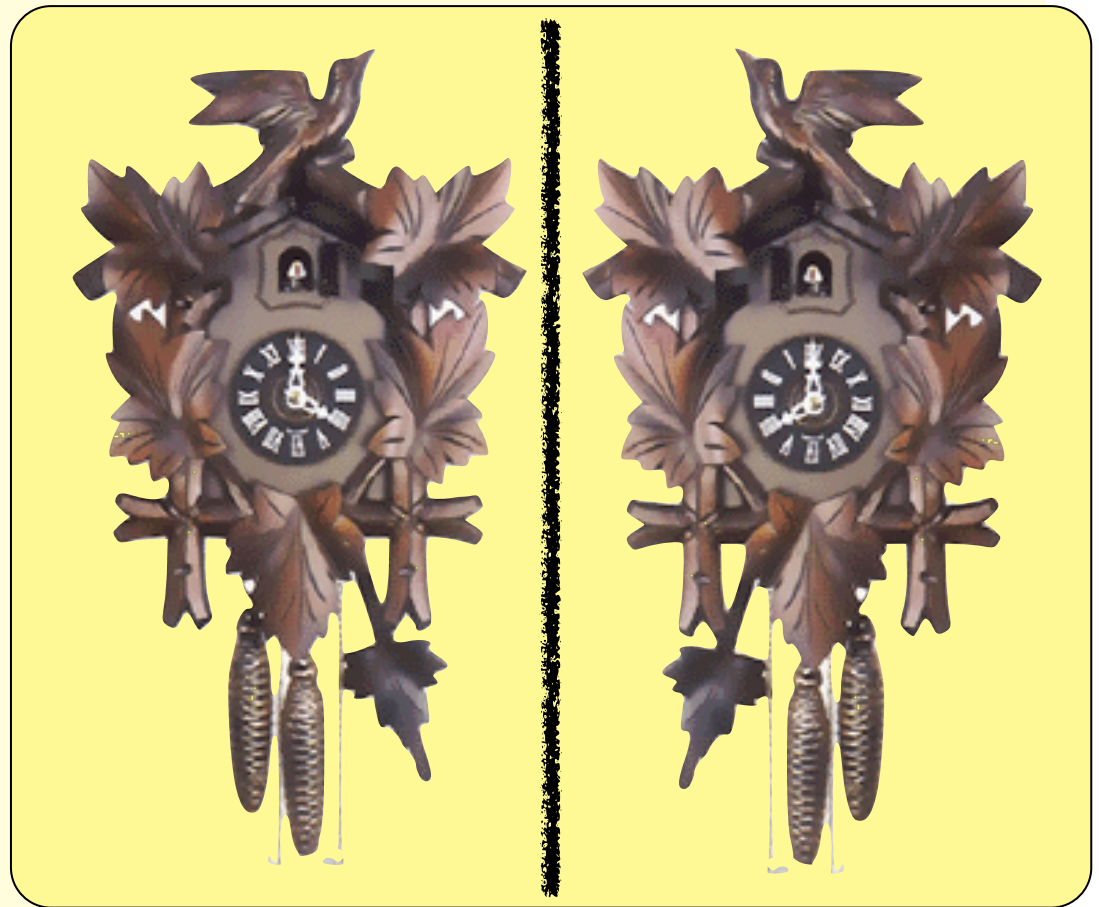
Spiegelen in de ruimte

- Spiegelen in de ruimte
 - ‘links-rechts’ verwisseling
 - Coördinaten
transformatie:

$$x' = x$$

$$y' = -y$$

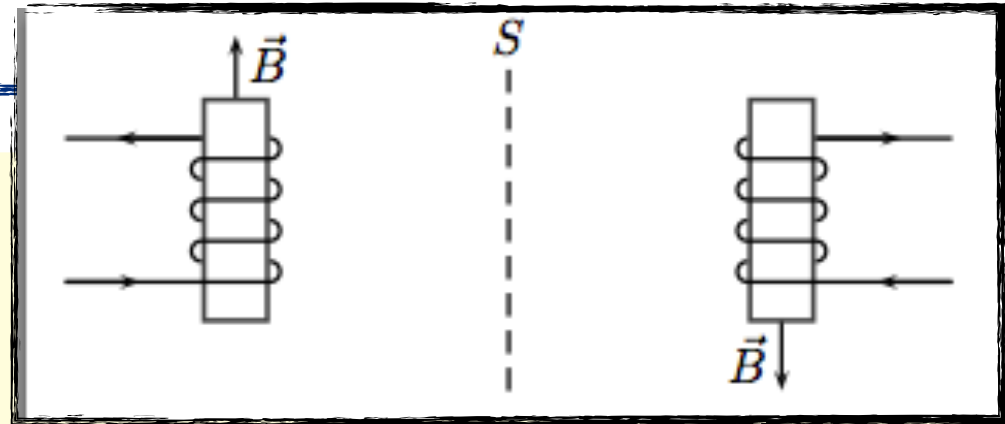
- Stel we maken
een ‘spiegel klok’:
 - Geeft spiegelklok
zelfde verloop van
de tijd aan als
gewone klok?



Contact met buitenaards wezen

- Marsmannen: ***wat is links en wat is rechts?***
 - Stel we hebben radio-contact met intelligente beschaving van een andere planeet
 - We ontwikkelen langzaam een manier van radio communicatie - en uiteindelijk kunnen we elkaar verstaan.
 - Hoe leggen we uit wat wij links en wat wij rechts noemen? Is het mogelijk dit eenduidig over te brengen aan deze wezens?

‘pseudo-vector’



- Magneetveld
 - Noord- en Zuid pool
 - Magneetveld opgewekt door bewegende, draaiende elektrische stroom

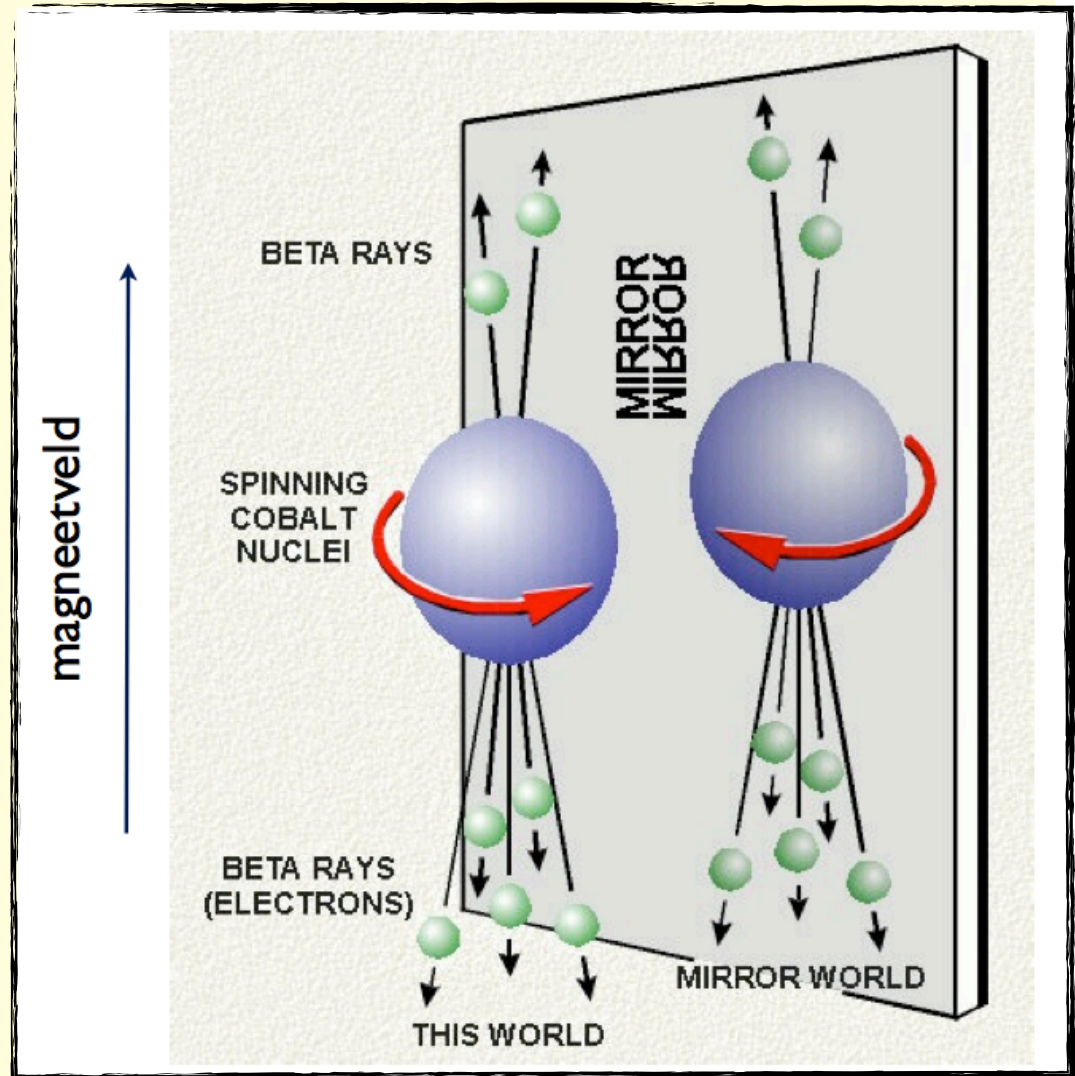
**Magneetveld
‘klapt om’ in
de spiegel!**

- Magneet in de spiegel
 - Zet en magneet in de spiegel
 - De stroom draait in de spiegel de andere kant op
 - De Noordpool wordt in de spiegel de Zuidpool!

Gebroken spiegelsymmetrie

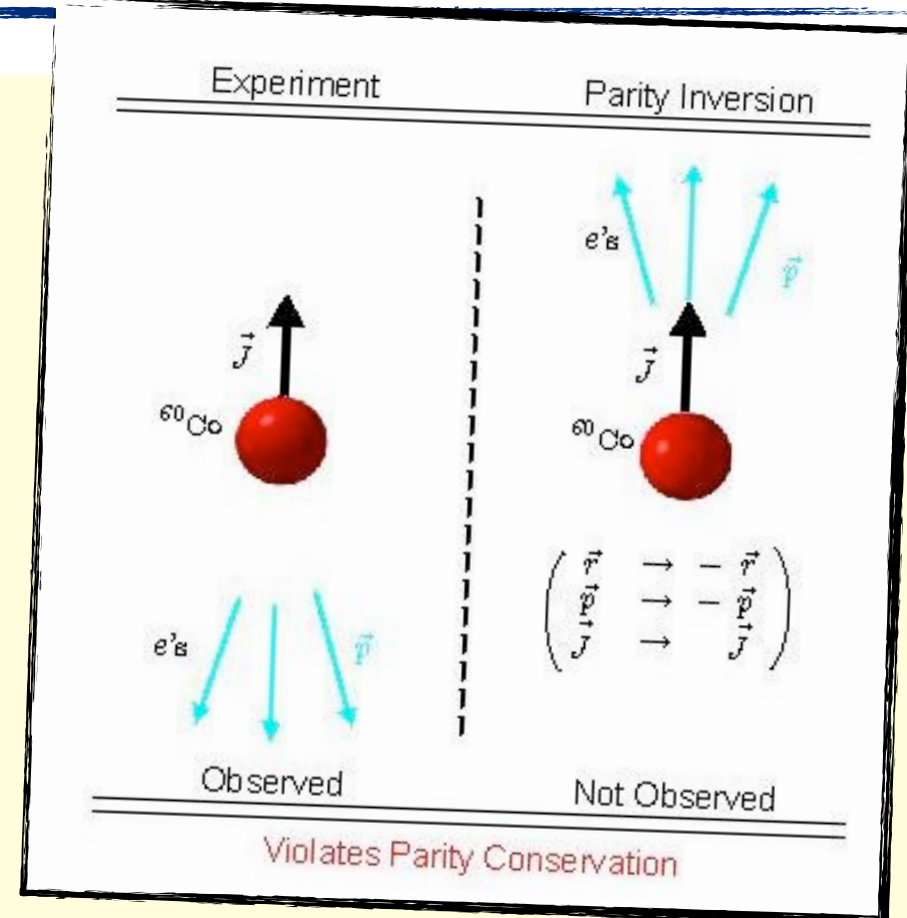
C.S. Wu - 1956

- Radioactieve bron in magnetisch veld
- Bron 'zendt' elektronen uit
- Richting van elektronen volgt magneetveld!



Schending links-rechts symmetrie

- In gewone wereld gaan elektronen **tegengesteld** aan magneetveld
- In spiegelwereld gaan elektronen **parallel** aan magneetveld

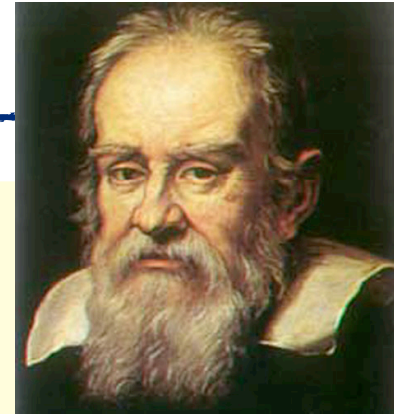


- Onderscheid tussen wereld en spiegel wereld!
 - Pariteit blijkt ‘maximaal’ geschonden in de zwakke wisselwerking
 - Schending van pariteit als kenmerk van de zwakke wisselwerking

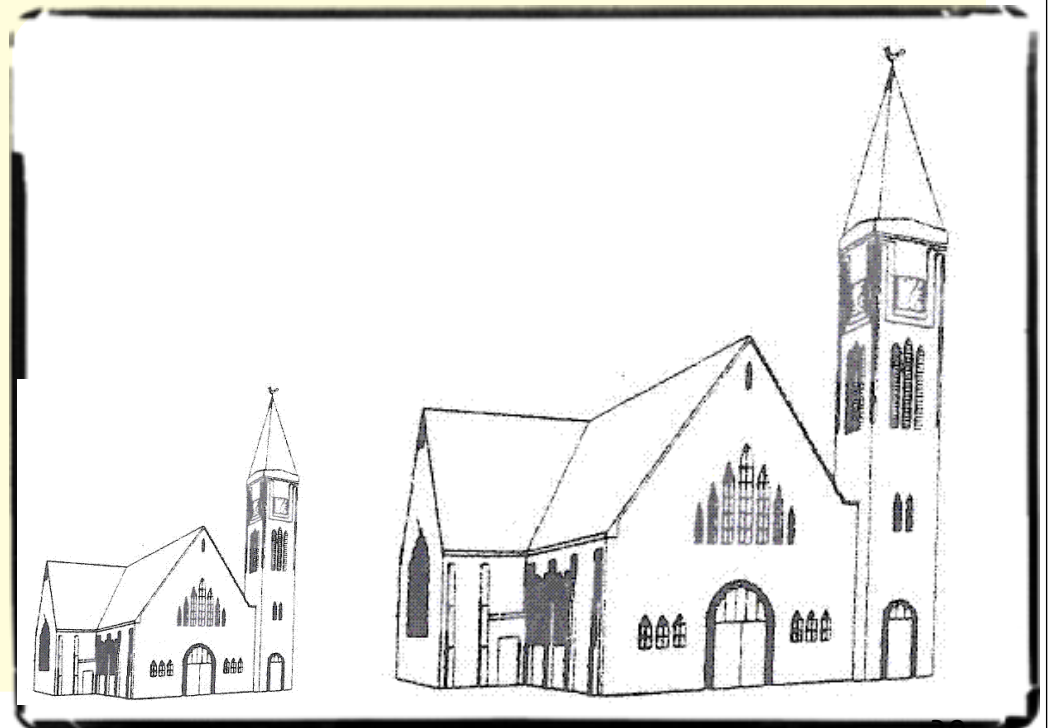
Spontane symmetrie breking



Is dan alles een symmetrie?



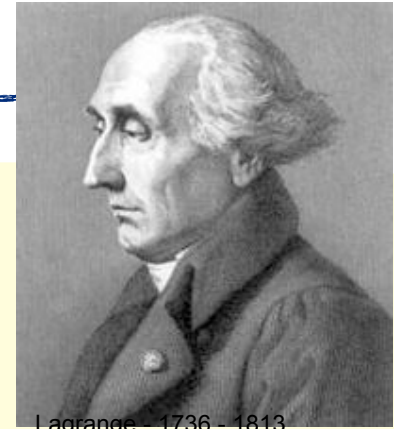
- Uitrekken en inkrimpen
 - Stel we maken alle objecten in de wereld twee keer zo groot. Ziet de wereld er dan nog hetzelfde uit?
- Resultaat:
 - Nee, de wereld wordt anders; krachten verschillen, gebouwen storten mogelijk in



Continue symmetrie en behoudswetten

Lagrangiaan

- Lagrange functie (Lagrangiaan) bepaalt gedrag van een object
 - “Als je de Lagrangiaan van het universum kent, weet je hoe natuur zich gedraagt”
- Diep theorema (Noether): continue symmetrie $\leftrightarrow$ behouden grootheden
 - Elke symmetrie-operatie van de Lagrangiaan leidt tot een behoudswet!
 - **grootheid die altijd hetzelfde blijft**

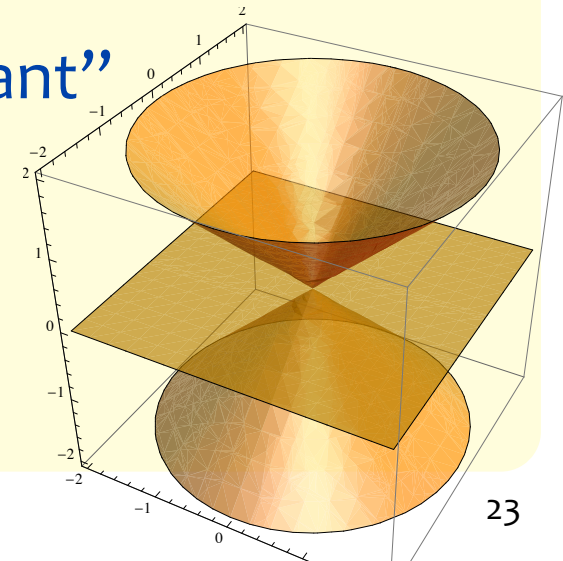


Lagrange 1736 – 1813



Symmetrie van ruimte en tijd

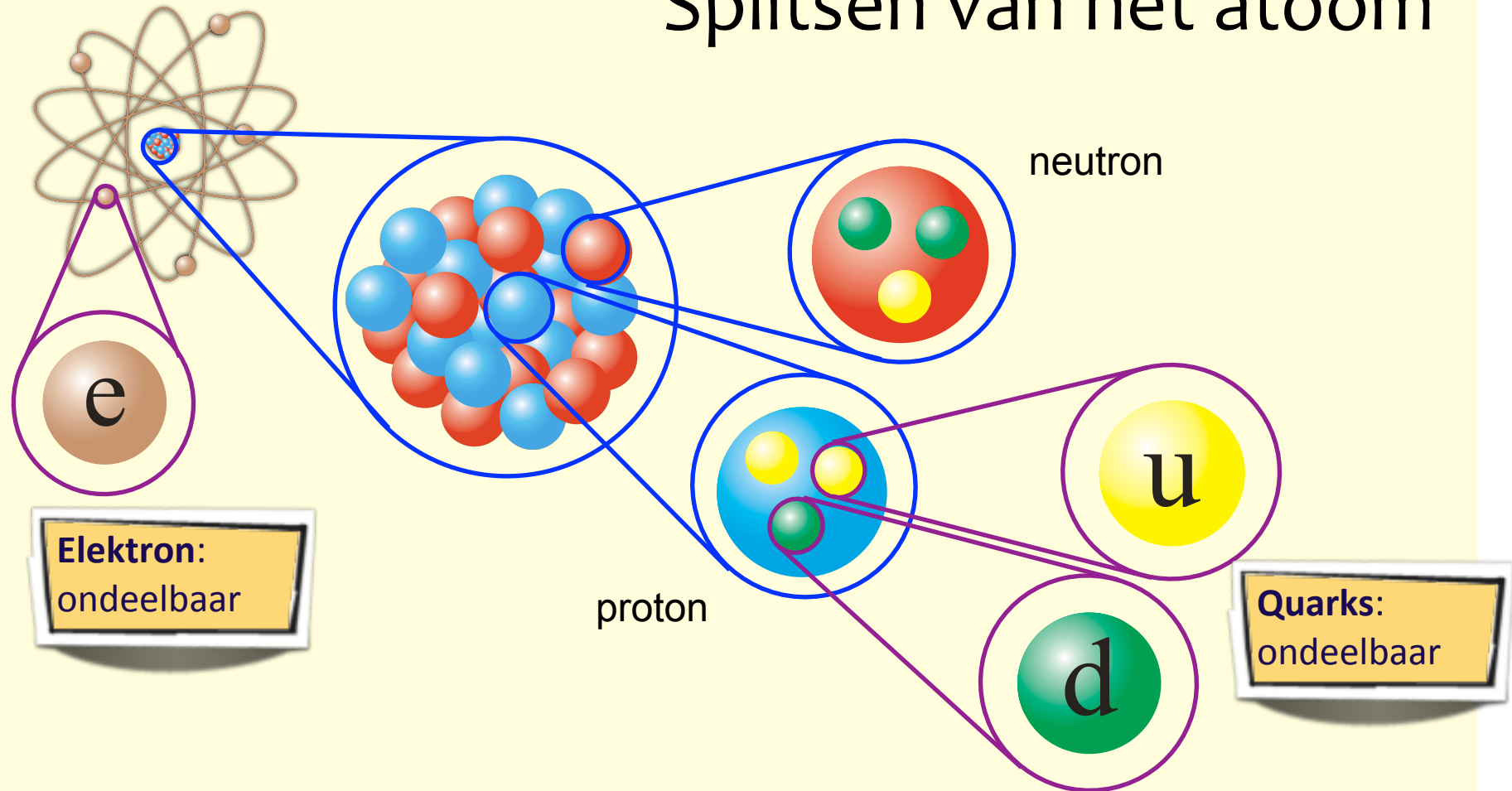
- Continue symmetrie van ruimte en tijd:
 - Translaties in de ruimte: behoud van impuls
 - Translaties in de tijd: behoud van energie
 - Rotaties over een hoek: behoud van draaiimpuls
- Verder: Natuurwetten identiek in bewegende coördinatenstelsels
 - Als nu ook nog “lichtsnelheid is constant”
 - Gevolg:
 - Speciale relativiteitstheorie
 - Algemene relativiteitstheorie



Interne symmetrie van elementaire deeltjes

Deeltjesfysica...

Splitsen van het atoom



Fermionen: elementaire spelers

Proton: $u + u + d$ quark
Neutron: $u + d + d$ quark

Koolstof:
 $18 u, 18 d, 6 e^-$

Quarks



~ 3

$2/3$



~ 6

$-1/3$

Leptonen



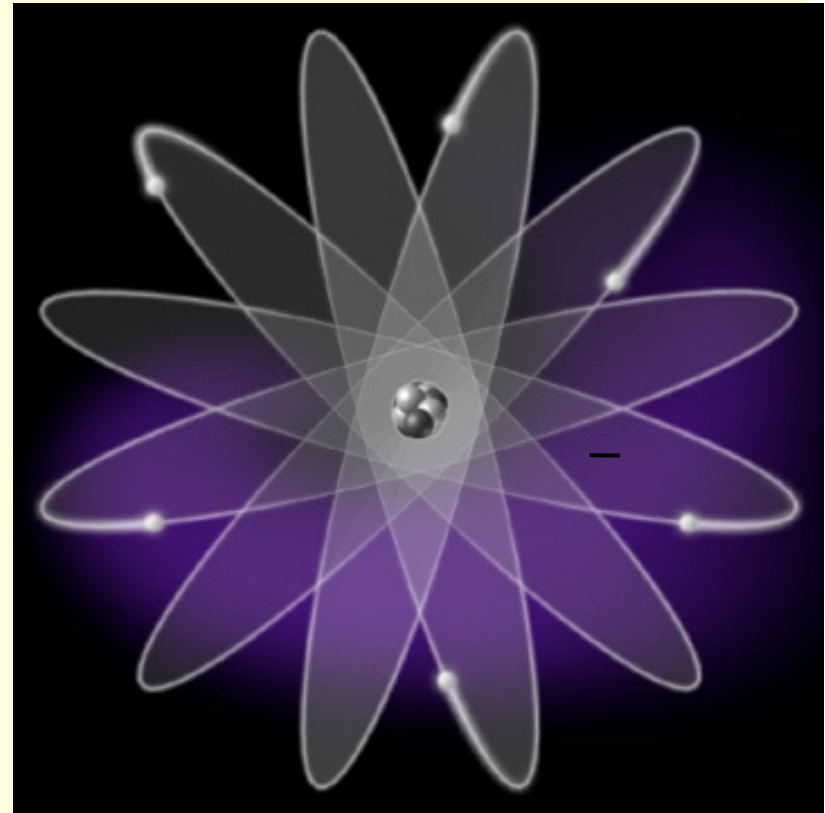
~ 0

0



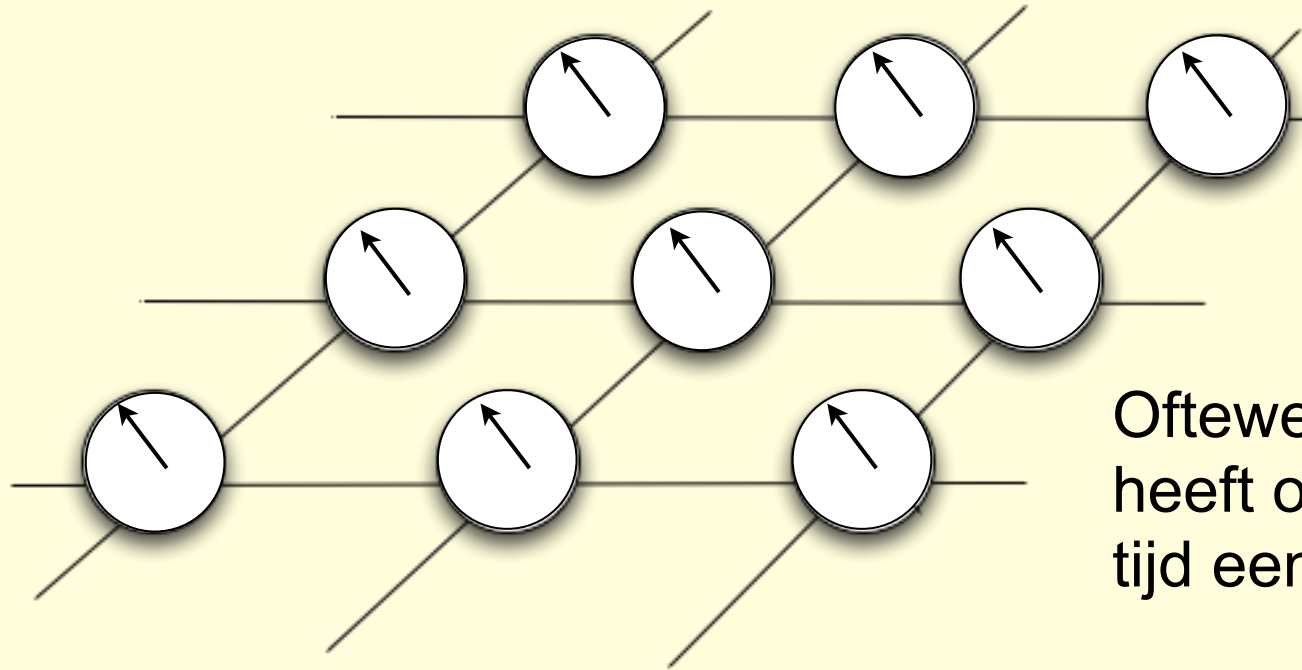
0.511

-1



Globale symmetrie → behouden lading

Elk deeltje beschreven door veld $\Phi(x,t)$;
elke 'observabele' door $|\Phi(x,t)|^2$



Oftewel: elektronveld
heeft overal in ruimte-
tijd een wijzertje

Symmetrie: overal het wijzertje tegelijkertijd draaien
zonder gevolgen: behoud van elektrische lading

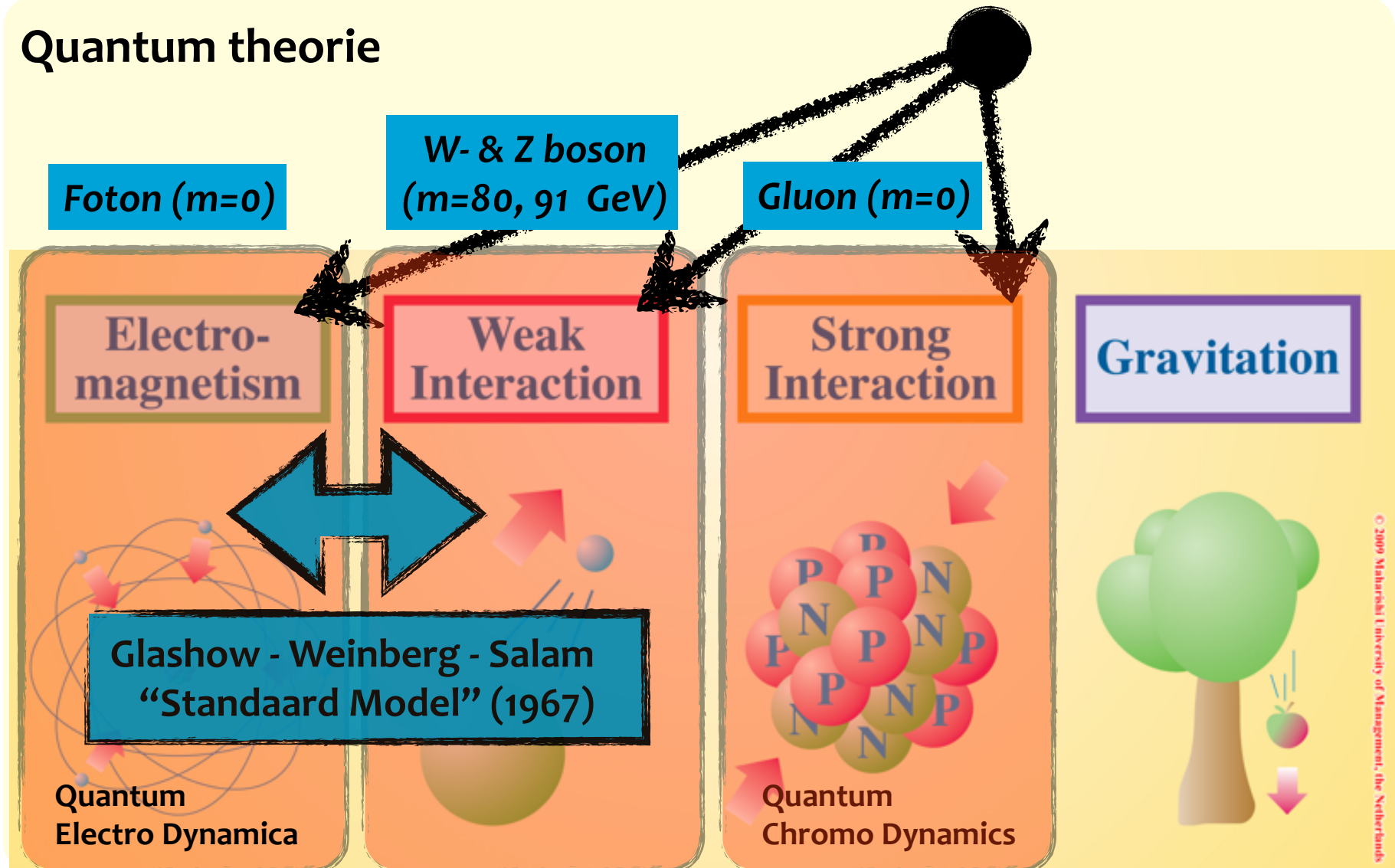
Kracht en Continue Symmetrie

Kracht: uitwisseling van kracht deeltje

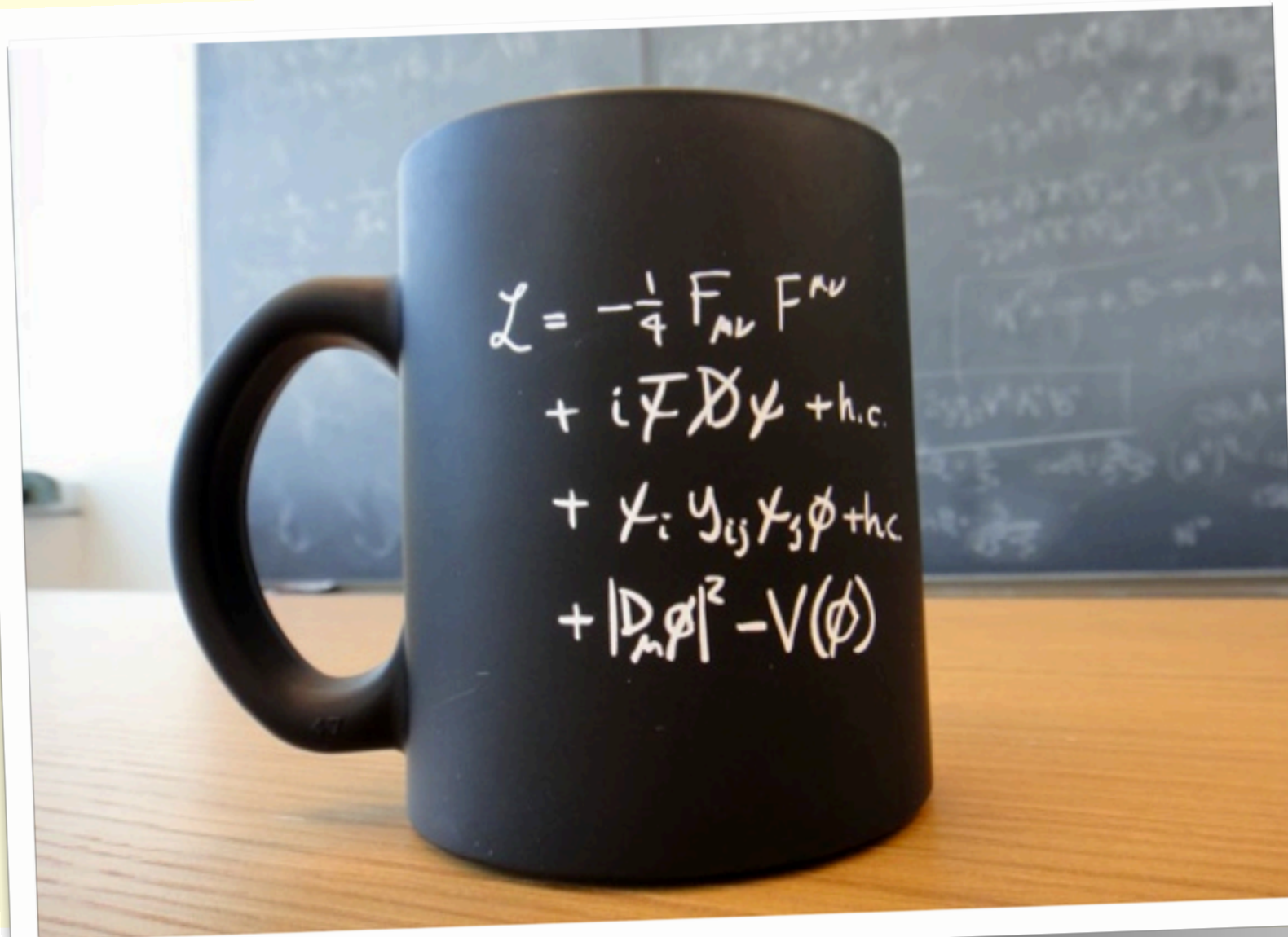


Fundamentele krachten

Quantum theorie



Standaard Model - de Lagrangiaan


$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + i \bar{\psi} \not{D} \psi + \text{h.c.} \\ & + \sum_i Y_{ij} \bar{\psi}_i \psi_j \phi + \text{h.c.} \\ & + |D_\mu \phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$

Standard Model Lagrangiaan

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{2}\text{Tr}(F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}) + \bar{\Psi}(i \not{\partial} - M + g_s A^a T_a)\Psi$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig_s[A_\mu, A_\nu]$$

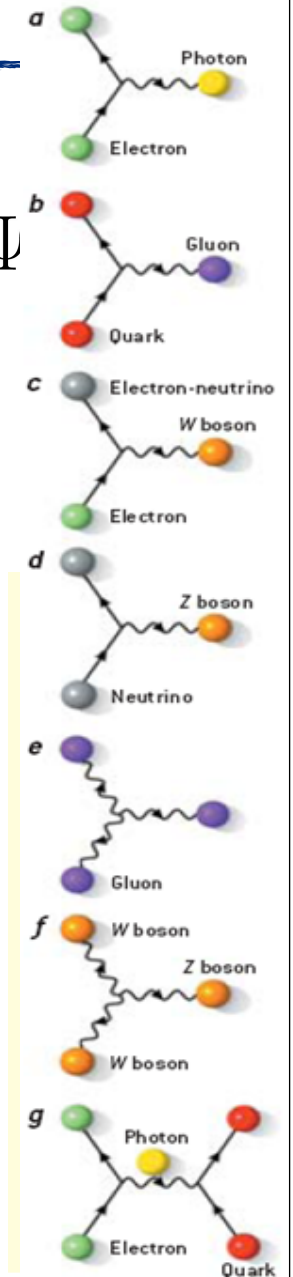
$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{ijk} + \mathcal{L}_{fermion} + \mathcal{L}_{scalar} + \mathcal{L}_{int}$$

$$\mathcal{L}_{ijk} = -\frac{1}{4}G_a^{\mu\nu}G_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}$$

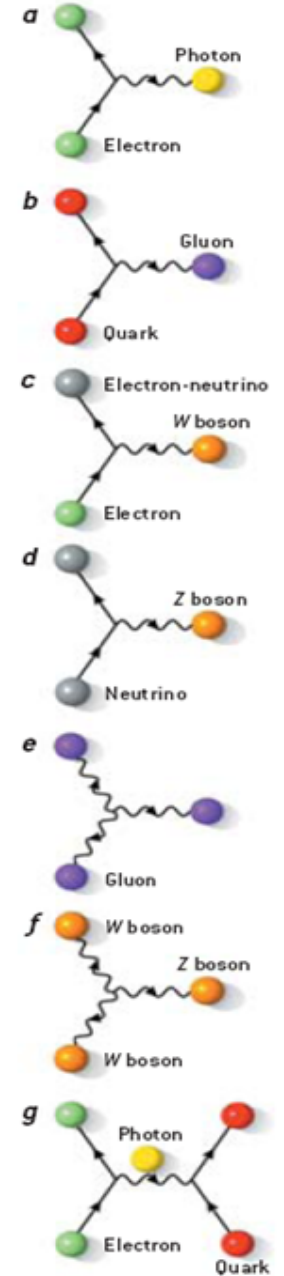
$$\mathcal{L}_{fermion} = \sum_i \bar{\psi}_i(i \not{\partial} + g' W^a t_a + g \not{B} Y)\psi_i$$

$$\mathcal{L}_{scalar} = -(D_\nu \phi)^\dagger (D^\nu \phi) - \mu^2(\phi^\dagger \phi) + \lambda(\phi^\dagger \phi)^2$$

$$\mathcal{L}_{int} = -\sum_{i,j} (c_{ij} \bar{\psi}_{Li} \phi \psi'_{Rj})$$

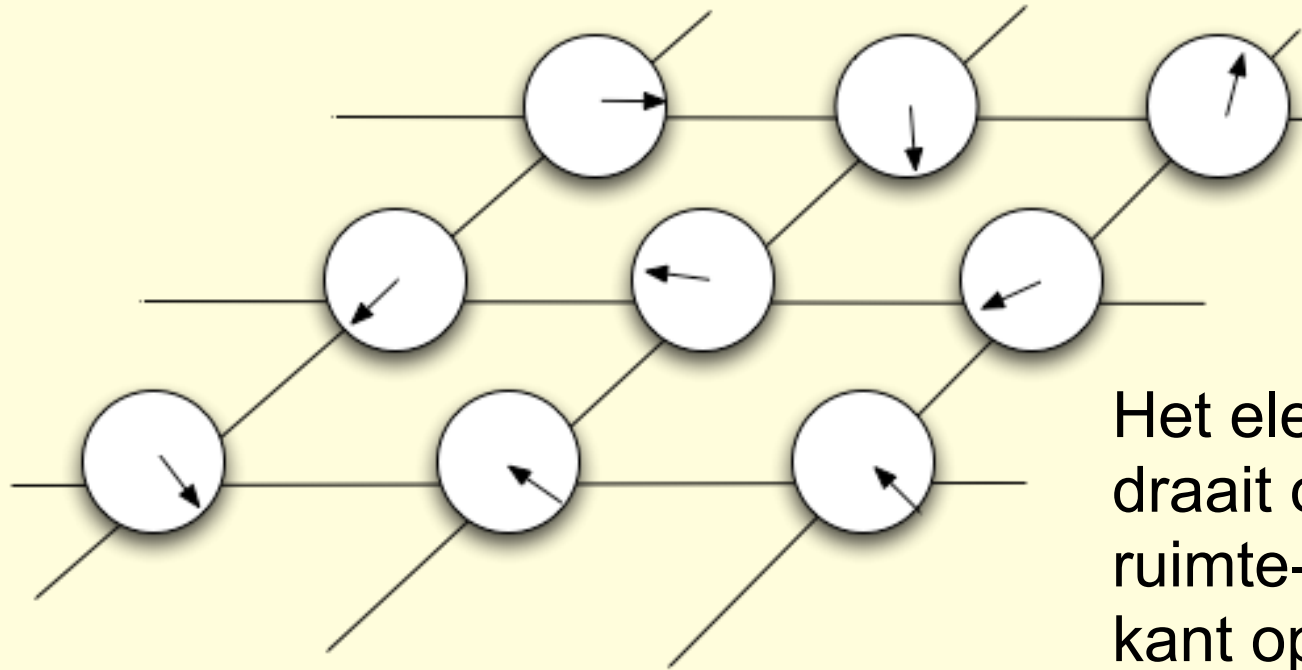


$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}\partial_\nu g_\mu^a \partial_\nu g_\mu^a - g_s f^{abc} \partial_\mu g_\nu^a g_\mu^b g_\nu^c - \frac{1}{4}g_s^2 f^{abc} f^{ade} g_\mu^b g_\nu^c g_\mu^d g_\nu^e + \\
& \frac{1}{2}ig_s^2 (\bar{q}_i^\mu \gamma^\mu q_j^\mu) g_\mu^a + \bar{G}^a \partial^2 G^a + g_s f^{abc} \partial_\mu \bar{G}^a G^b g_\mu^c - \partial_\nu W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& M^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2}\partial_\nu Z_\mu^0 \partial_\nu Z_\mu^0 - \frac{1}{2c_w^2} M^2 Z_\mu^0 Z_\mu^0 - \frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu - \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial_\mu H - \\
& \frac{1}{2}m_h^2 H^2 - \partial_\mu \phi^+ \partial_\mu \phi^- - M^2 \phi^+ \phi^- - \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^0 \partial_\mu \phi^0 - \frac{1}{2c_w^2} M \phi^0 \phi^0 - \beta_h \left[\frac{2M^2}{g^2} + \right. \\
& \left. \frac{2M}{g} H + \frac{1}{2}(H^2 + \phi^0 \phi^0 + 2\phi^+ \phi^-) \right] + \frac{2M^4}{g^2} \alpha_h - ig_{c_w} [\partial_\nu Z_\mu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - Z_\nu^0 (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + Z_\mu^0 (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+) - ig_{s_w} [\partial_\nu A_\mu (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\nu^+ W_\mu^-) - A_\nu (W_\mu^+ \partial_\nu W_\mu^- - \\
& W_\mu^- \partial_\nu W_\mu^+) + A_\mu (W_\nu^+ \partial_\nu W_\mu^- - W_\nu^- \partial_\nu W_\mu^+)] - \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- W_\nu^+ W_\nu^- + \\
& \frac{1}{2}g^2 W_\mu^+ W_\nu^- W_\mu^+ W_\nu^- + g^2 c_w^2 (Z_\mu^0 W_\mu^+ Z_\nu^0 W_\nu^- - Z_\mu^0 Z_\nu^0 W_\mu^+ W_\nu^-) + \\
& g^2 s_w^2 (A_\mu W_\mu^+ A_\nu W_\nu^- - A_\mu A_\nu W_\mu^+ W_\nu^-) + g^2 s_w c_w [A_\mu Z_\nu^0 (W_\mu^+ W_\nu^- - \\
& W_\nu^+ W_\mu^-) - 2A_\mu Z_\mu^0 W_\nu^+ W_\nu^-] - g\alpha [H^3 + H\phi^0 \phi^0 + 2H\phi^+ \phi^-] - \\
& \frac{1}{8}g^2 \alpha_h [H^4 + (\phi^0)^4 + 4(\phi^+ \phi^-)^2 + 4(\phi^0)^2 \phi^+ \phi^- + 4H^2 \phi^+ \phi^- + 2(\phi^0)^2 H^2] - \\
& gMW_\mu^+ W_\mu^- H - \frac{1}{2}g \frac{M}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 H - \frac{1}{2}ig[W_\mu^+ (\phi^0 \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^0) - \\
& W_\mu^- (\phi^0 \partial_\mu \phi^+ - \phi^+ \partial_\mu \phi^0)] + \frac{1}{2}g[W_\mu^+ (H \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu H) - W_\mu^- (H \partial_\mu \phi^+ - \\
& \phi^+ \partial_\mu H)] + \frac{1}{2}g \frac{1}{c_w} (Z_\mu^0 (H \partial_\mu \phi^0 - \phi^0 \partial_\mu H) - ig \frac{s_w^2}{c_w} M Z_\mu^0 (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \\
& ig_{s_w} M A_\mu (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - ig \frac{1-2c_w^2}{2c_w} Z_\mu^0 (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) + \\
& ig_{s_w} A_\mu (\phi^+ \partial_\mu \phi^- - \phi^- \partial_\mu \phi^+) - \frac{1}{4}g^2 W_\mu^+ W_\mu^- [H^2 + (\phi^0)^2 + 2\phi^+ \phi^-] - \\
& \frac{1}{4}g^2 \frac{1}{c_w^2} Z_\mu^0 Z_\mu^0 [H^2 + (\phi^0)^2 + 2(2s_w^2 - 1)^2 \phi^+ \phi^-] - \frac{1}{2}g^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
& W_\mu^- \phi^+) - \frac{1}{2}ig^2 \frac{s_w^2}{c_w} Z_\mu^0 H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}g^2 s_w A_\mu \phi^0 (W_\mu^+ \phi^- + \\
& W_\mu^- \phi^+) + \frac{1}{2}ig^2 s_w A_\mu H (W_\mu^+ \phi^- - W_\mu^- \phi^+) - g^2 \frac{s_w}{c_w} (2c_w^2 - 1) Z_\mu^0 A_\mu \phi^+ \phi^- - \\
& g^1 s_w^2 A_\mu A_\mu \phi^+ \phi^- - e^\lambda (\gamma \partial + m_e^\lambda) e^\lambda - \nu^\lambda \gamma \partial \nu^\lambda - u_j^\lambda (\gamma \partial + m_u^\lambda) u_j^\lambda - \\
& \bar{d}_j^\lambda (\gamma \partial + m_d^\lambda) \bar{d}_j^\lambda + ig_{s_w} A_\mu [-(\bar{e}^\lambda \gamma^\mu e^\lambda) + \frac{2}{3}(\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu u_j^\lambda) - \frac{1}{3}(\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu \bar{d}_j^\lambda)] + \\
& \frac{ig}{4c_w} Z_\mu^0 [(\bar{\nu}^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{e}^\lambda \gamma^\mu (4s_w^2 - 1 - \gamma^5) e^\lambda) + (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (\frac{4}{3}s_w^2 - \\
& 1 - \gamma^5) u_j^\lambda) + (\bar{d}_j^\lambda \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3}s_w^2 - \gamma^5) \bar{d}_j^\lambda)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^+ [(\nu^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) e^\lambda) + \\
& (\bar{u}_j^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) C_{\lambda\kappa} \bar{d}_j^\kappa)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} W_\mu^- [(e^\lambda \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu^\lambda) + (\bar{d}_j^\kappa C_{\lambda\kappa}^\dagger \gamma^\mu (1 + \\
& \gamma^5) \bar{u}_j^\lambda)] + \frac{ig}{2\sqrt{2}} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} [-\phi^+ (\bar{\nu}^\lambda (1 - \gamma^5) e^\lambda) + \phi^- (\bar{e}^\lambda (1 + \gamma^5) \nu^\lambda)] - \\
& \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} [H(e^\lambda e^\lambda) + i\phi^0 (e^\lambda \gamma^5 e^\lambda)] + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^+ [-m_d^\lambda (u_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 - \gamma^5) \bar{d}_j^\kappa) + \\
& m_u^\lambda (u_j^\lambda C_{\lambda\kappa} (1 + \gamma^5) \bar{d}_j^\kappa) + \frac{ig}{2M\sqrt{2}} \phi^- [m_d^\lambda (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 + \gamma^5) u_j^\kappa) - m_u^\lambda (\bar{d}_j^\lambda C_{\lambda\kappa}^\dagger (1 - \\
& \gamma^5) u_j^\kappa) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} H(\bar{u}_j^\lambda u_j^\lambda) - \frac{g}{2} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} H(\bar{d}_j^\lambda \bar{d}_j^\lambda) + \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{u}_j^\lambda \gamma^5 u_j^\lambda) - \\
& \frac{ig}{2} \frac{m_\lambda^\lambda}{M} \phi^0 (\bar{d}_j^\lambda \gamma^5 \bar{d}_j^\lambda) + \bar{X}^+ (\partial^2 - M^2) X^+ + \bar{X}^- (\partial^2 - M^2) X^- + \bar{X}^0 (\partial^2 - \\
& \frac{M^2}{c_w^2}) X^0 + \bar{Y} \partial^2 Y + ig_{c_w} W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{X}^0 X - \partial_\mu \bar{X}^+ X^0) + ig_{s_w} W_\mu^+ (\partial_\mu \bar{Y} X - \\
& \partial_\mu \bar{X}^+ Y) + ig_{c_w} W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- X^0 - \partial_\mu \bar{X}^0 X^+) + ig_{s_w} W_\mu^- (\partial_\mu \bar{X}^- Y - \\
& \partial_\mu \bar{Y} X^+) + ig_{c_w} Z_\mu^0 (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \partial_\mu \bar{X}^- X^-) + ig_{s_w} A_\mu (\partial_\mu \bar{X}^+ X^+ - \\
& \partial_\mu \bar{X}^- X^-) - \frac{1}{2}gM[X^+ X^+ H + X^- X^- H + \frac{1}{c_w^2} X^0 X^0 H] + \\
& \frac{1-2c_w^2}{2c_w} igM[\bar{X}^+ X^0 \phi^+ - \bar{X}^- X^0 \phi^-] + \frac{1}{2c_w} igM[\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-] + \\
& igMs_w[\bar{X}^0 X^- \phi^+ - \bar{X}^0 X^+ \phi^-] + \frac{1}{2}igM[\bar{X}^+ X^+ \phi^0 - \bar{X}^- X^- \phi^0]
\end{aligned}$$



‘Locale’ symmetrie → Kracht

Stel je **eist** een symmetrie - ook als je op elke plaats het wijzertje anders draait....



Het elektronveld draait overal in ruimte-tijd een andere kant op

Gevolg: foton veld nodig om alle wijzigingen te communiceren:
dit is de fundamentele elektro-magnetische kracht!

Massa en Gebroken symmetrie

Klassiek begrip van massa

- Massa als inertie:

$$F = m a$$

- Massa als lading van zwaartekracht

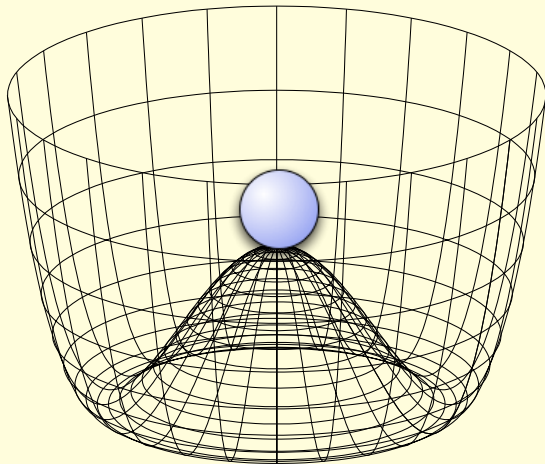
$$F = -G \frac{mM}{r^2}$$

- In beide gevallen is massa behouden, het *is* er gewoon

Massa probleem elementaire deeltjes

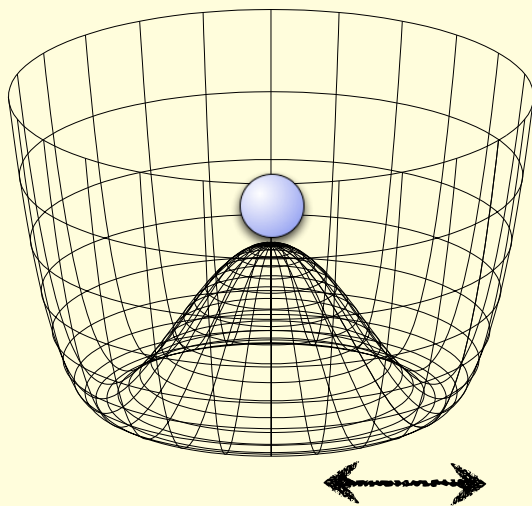
- Massa van deeltjes beschreven in Lagrangiaan
- Probleem:
 - de ‘term’ die ‘massa’ voor deeltjes beschrijft voldoet niet aan de symmetrie!
 - Hierdoor gaan berekeningen mis.

Alternatief: “gebroken symmetrie”



Stel je **eist** een symmetrie - ook als je op elke plaats het wijzertje anders draait.... Maar bij lage energie wordt een richting van de wijzertjes gekozen

Het theorie van het wijnfles oppervlakte. Vlak na Big Bang, symmetrisch in het midden.



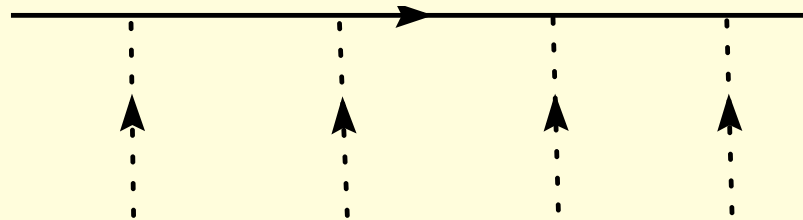
Bij het afkoelen van het heelal na de Big Bang, rolde ‘de theorie’ in de goot.

Gebroken symmetrie!

Higgsveldsterkte > 0

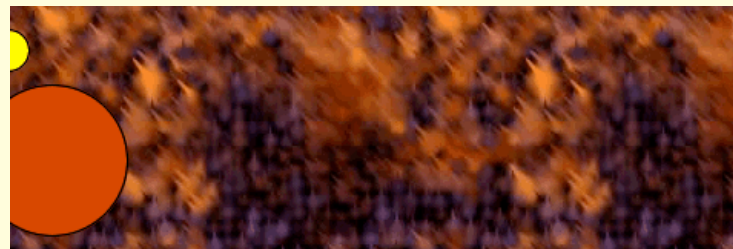
Gebroken symmetrie en massa

In het afgekoelde heelal is overal 'constant veld' aanwezig door symmetrie-breking



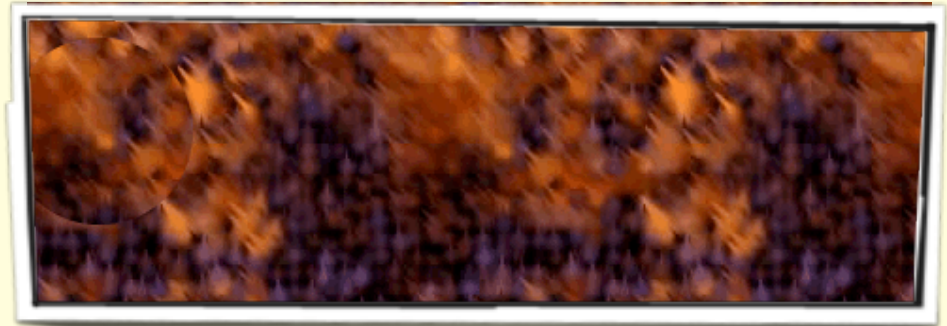
Deeltjes die dit veld voelen krijgen zo massa.

Gebroken symmetrie veroorzaakt massa!



The smoking gun: het Higgs deeltje

- Quantum-mechanica:
 - Rimpeling van het Higgs veld zelf
 - Dit 'is' het Higgs deeltje



- Theorie voorspelt eigenschappen van dit deeltje
 - Behalve de massa van het Higgs deeltje zelf

Higgs deeltje: rimpeling van het Higgs veld tgv gebroken symmetrie

- *Does it make sense?*

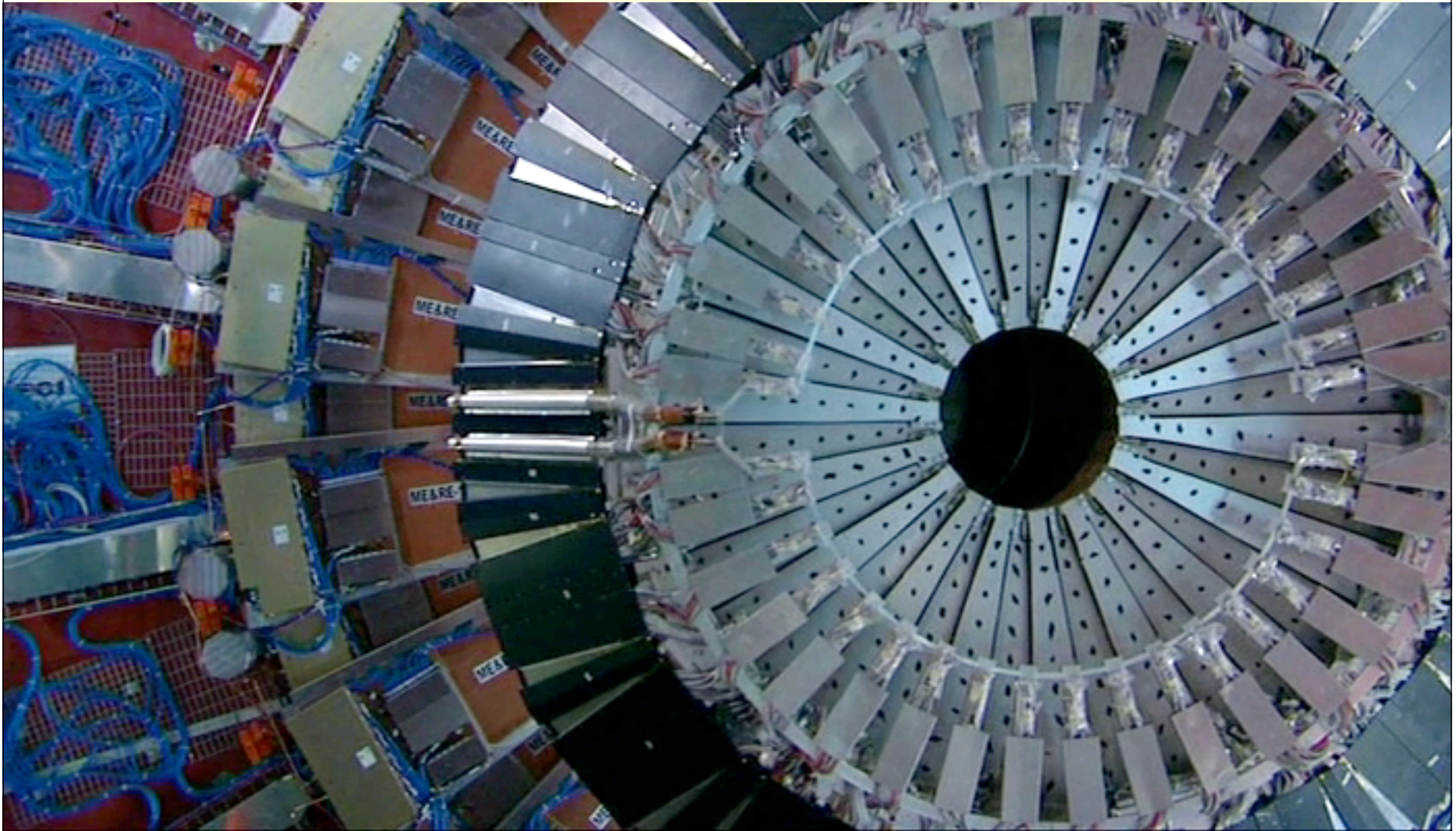
Higgs en supergeleiding

- De wiskunde van het Higgs mechanisme is analoog aan magnetische afstoting van supergeleider



Is het heelal een kosmische supergeleider?

Rimpeling in vacuüm



Higgs wereldkundig op 4 juli 2012

