UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA



Facoltà di scienze Matematiche Fisiche e Naturali Corso di Laurea in Fisica

EFFETTI DEL RUMORE SISMICO SULLE SOSPENSIONI DEL RIVELATORE VIRGO

Settembre 2006

Candidato **Daniele Scaglione**

Relatore Dott. Stefano Braccini

Indice generale

Ringraziamenti	4
Introduzione	5
I. LE ONDE GRAVITAZIONALI	8
I.I Interpretazione fisica delle onde gravitazionali	8
I.II Sorgenti di onde gravitazionali	10
I.III L'interferometro di Michelson come rivelatore di onde gravitazionali	14
II. II RIVELATORE VIRGO	19
II.I Lo schema del rivelatore	19
II.II Sorgenti di rumore	21
II.IIa Il rumore sismico	21
II.IIb Il rumore termico	22
II.IIc Rumori di tipo ottico	24
II.III Sensibilità del rivelatore VIRGO	25
III. IL SUPERATTENUATORE	28
III.I Il pendolo multiplo	28
III.II Il pendolo invertito	30
III.III Il filtro 0	32
III.IV Lo stadio terminale	34

IV. ANALISI DEL RUMORE SISMICO	36
IV.I Caratterizzazione del rumore sismico dovuto all'attività del mare	36
IV.II Risposta delle sospensioni al rumore generato dal mare	43
IV.IIa Effetti sui top stage	43
IV.IIb Effetti sugli specchi	46
IV.III Rumore sismico generato dal vento	49
IV.IIIa Relazione tra l'attività del vento e quella del mare	49
IV.IIIb Risposta delle sospensioni al sisma generato dal vento	51
Conclusioni	56
Referenze	57

Ringraziamenti

Vorrei innanzitutto fare un sentito ringraziamento a Stefano Braccini il cui aiuto è andato ben oltre i suoi doveri di relatore. Stefano, oltre ad avermi dedicato molto del suo tempo, mi ha dato per la prima volta l'opportunità di farmi un'idea di come sia lavorare in un ambiente di ricerca scientifico molto avanzato, come è appunto EGO. Da questa esperienza ho potuto comprendere che per un fisico non è importante solo la conoscenza della teoria ma anche essere in grado di trovare soluzioni nuove ed originali ai problemi che si trova di fronte e riuscire a comunicare quanto ha acquisito in modo chiaro e comprensibile.

Senza nessuna esclusione ringrazio anche tutte le persone che lavorano per il progetto VIRGO, le quali sono state sempre disponibili e cordiali nei miei confronti. In particolare ringrazio Irene Fiori che ha partecipato attivamente allo studio sul rumore sismico discusso nella tesi. La sua collaborazione mi è stata infatti indispensabile per l'analisi e la comprensione dei dati che ho raccolto. Ringrazio inoltre Francesco Fidecaro e Diego Passuello per avermi insegnato con i loro corsi universitari (*gravitazione sperimentale* ed *elettronica e sensori*) il metodo sperimentale e molte delle conoscenze che mi sono state necessarie per la tesi. Un altro ringraziamento va a Paolo Ruggi, già laureato da Stefano Braccini: la sua tesi specialistica è stata un utile riferimento per la mia "tesina". Ringrazio poi il direttore di EGO Filippo Mentzinger ed il presidente del corso di laurea di fisica di Pisa Flavio Costantini che mi hanno permesso di svolgere il mio tirocinio a VIRGO.

Infine, il più importante ringraziamento, lo devo alla mia famiglia che non mi ha mai fatto mancare nulla permettendomi di continuare i miei studi universitari.

Introduzione

Questo lavoro di tesi è stato svolto nell'ambito del progetto VIRGO, un rivelatore interferometrico di onde gravitazionali [1] con i bracci di 3 km, situato presso il European Gravitational wave Observatory (EGO) a Cascina (Pisa) e realizzato in collaborazione tra INFN (Istitiuto Nazionale di Fisica Nucleare) e CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique). Lo scopo di VIRGO è quello di riuscire a rivelare il passaggio di onde gravitazionali, generate da sorgenti astrofisiche, in un intervallo di frequenze compreso tra circa 10 Hz e qualche kHz.

Nella teoria della relatività generale un'onda gravitazionale è una perturbazione della metrica dello spazio tempo che si propaga nell'universo alla velocità della luce. Secondo la stessa teoria le perturbazioni più rilevanti troverebbero origine in alcuni processi astrofisici dove sono coinvolte forti accelerazioni della distribuzione di massa (Supernovae, Pulsar, etc.). Una prova indiretta dell'esistenza di onde gravitazionali è stata fornita per la prima volta da Hulse e Taylor osservando il periodo orbitale della Pulsar PSR1913+16 intorno ad un corpo di massa simile [2]. La lenta decrescita del periodo dell'orbita misurato risulta essere in perfetto accordo con quanto previsto in termini di energia emessa per irraggiamento di onde gravitazionali.

Una rivelazione diretta, oltre a rappresentare un'ulteriore conferma alla teoria della relatività generale, fornirebbe informazioni nuove e complementari a quelle già ottenute dalle osservazioni elettromagnetiche sull'universo che ci circonda [3]. La radiazione gravitazionale può essere infatti generata in processi fisici nei quali non ha luogo emissione di luce. Inoltre, a causa della sua scarsa interazione con la materia attraversata, la radiazione gravitazionale non viene disturbata durante il suo tragitto.

Con questo obbiettivo negli ultimi decenni si sono sviluppati nel mondo vari progetti che, come VIRGO, utilizzano tecniche interferometriche [4, 5, 6, 7] o sfruttano la risonanza di speciali barre a temperatura criogenica [8, 9]. VIRGO è l'unico rivelatore inteferometrico terrestre che intende rivelare segnali al di sotto di 50 Hz, fino alla soglia di 10 Hz. Per rendere ciò possibile ciascuna componente ottica di VIRGO è sorretta da una particolare sospensione, il *Superattenuatore*, progettato per ridurre di più di 8-10 ordini di grandezza, a partire da pochi Hz, le vibrazioni sismiche trasmesse dal terreno agli specchi le quali costituiscono il principale limite per la rivelazione delle onde gravitazionali a bassa frequenza. Il Superattenuatore è essenzialmente un pendolo multiplo costituito da 7 masse dove l'ultima è rappresentata dallo specchio. In un pendolo multiplo si ha infatti che, ad una

frequenza f, molto al di sopra delle risonanze, lo spostamento orizzontale dell'ultima massa risulta attenuato rispetto allo spostamento del punto di sospensione di un fattore f^{2N} / C dove N è il numero di masse e C è il prodotto dei quadrati delle frequenze di risonanza. Tutti i modi di risonanza del pendolo sono al di sotto dei 2 Hz e di conseguenza, a partire già da circa 4 Hz, si riesce ad ottenere un'attenuazione superiore a 10^9 . A causa degli accoppiamenti comunque presenti tra i gradi di libertà (dovuti anche la curvatura terrestre, la quale rende gli specchi tra loro non paralleli) gli spostamenti verticali sono parzialmente trasmessi lungo la direzione del fascio. Per questa ragione ogni massa della catena è collegata mediante uno speciale filtro meccanico agli stadi sottostanti attraverso delle molle a balestra, così da ottenere una catena di oscillatori anche nella direzione verticale.

La parte superiore del pendolo multiplo (top stage) a cui è agganciata l'intera catena, è sorretta da una struttura portante composta da tre barre verticali lunghe circa 6 metri, fissate elasticamente al terreno mediante dei sottili giunti. Il sistema lavora come un pendolo invertito ed è progettato in modo da avere i due modi orizzontali intorno a circa 30-40 mHz rappresentando quindi un importante stadio di pre-attenuazione del rumore sismico. Grazie inoltre all'alta flessibilità meccanica del sistema, i controlli attivi agenti sul punto di sospensione della catena dei pendoli possono operare con piccole forze di correzione, limitando il rumore dovuto alla loro azione. Il sistema di controllo posizionato sul top stage è composto da un sistema di sensori (accelerometri e sensori di posizione LVDT), i quali comunicano mediante un continuo feedback con degli attuatori bobina-magnete che esercitano delle forze sulla struttura compensando gli spostamenti misurati (inertial *damping*). Si riesce così ad attenuare di un' ordine di grandezza gli spostamenti indotti dal rumore sismico nella zona di frequenze in cui si trovano le risonanze. Questo consente di ridurre le oscillazioni a bassa frequenza dello specchio (al di sotto del micron) ed operare, di conseguenza, una correzione della sua posizione longitudinale sufficientemente piccola da non reintrodurre rumore nella banda di rivelazione di VIRGO. Per questa ragione studiare gli effetti del rumore ambientale sulle sospensioni degli specchi risulta un argomento cruciale anche a frequenze inferiori alla banda di rivelazione (ovvero al di sotto di qualche Hz). Il rumore sismico a differenza di altre fonti di rumore a cui è soggetto l'interferometro (rumore termico, shot noise, etc.) dipende da moltissime variabili ambientali non sempre prevedibili e quantificabili. Tuttavia, mediante una misurazione diretta è possibile dedurre molte delle sue caratteristiche. Con questo scopo il candidato ha svolto un lavoro sperimentale mirato all'analisi del rumore sismico presso il sito di VIRGO e allo studio dei suoi effetti sulle sospensioni.

È stato innanzitutto osservato che lo spostamento del terreno generato dai naturali movimenti della crosta terrestre risulta approssimativamente isotropo e presenta sul sito di VIRGO una densità spettrale lineare di circa $10^{-7}/f^2$ m/ $\sqrt{\text{Hz}}$. Sovrapposte a queste vibrazioni sono state riscontrate quelle generate da altri fonti naturali di rumore sismico, quali il vento e l'attività del mare. Inizialmente è stata perciò effettuata un'analisi dei due fenomeni confrontando i dati raccolti dagli episensori (accelerometri che misurano le vibrazioni del terreno a partire da 100 mHz) e dai rivelatori di vento situati a VIRGO con i dati pervenuti da un altro rivelatore di vento in prossimità della costa di Livorno e da una boa ondametrica presente a largo di La Spezia. Dal confronto con i dati ottenuti dalla boa si è potuto concludere che l'effetto dovuto alle onde del mare (in particolare quello causato dalle onde di gravità cioè quelle generate dalla pressione del vento sulla superficie del mare) si riflette sul rumore sismico ad una frequenza circa doppia. È stata notata anche una relazione approssimativamente lineare tra l'altezza delle onde e la radice del valore quadratico medio (rms) ottenuto dalle misurazioni degli episensori, filtrato tra 0.1 e 1 Hz. Utilizzando due episensori situati agli estremi del braccio Ovest si è potuto infine ricavare la velocità di propagazione dell'onda sismica nella banda di frequenze interessata da questa fonte di rumore. La velocità, ottenuta dalla misura del tempo di propagazione dell'onda, ha confermato quanto previsto per le onde sismiche generate dal mare (onde ground-roll).

Per quanto concerne gli effetti del vento, un confronto tra le rilevazioni (direzione e velocità) effettuate a VIRGO e le stesse realizzate sulla costa di Livorno ha evidenziato la comunanza tra le due misure e dunque l'assenza di fenomeni di natura locale sul sito dell'interferometro. Dai dati raccolti si è potuto anche constatare che come non esiste un legame diretto tra la velocità del vento e l'attività del mare, non esiste nemmeno una relazione tra le due fonti di rumore. L'altezza delle onde del mare dipende infatti non solo dalla velocità del vento, ma anche da altri fattori quali la sua persistenza e la lunghezza del tratto di mare interessato dalla sua azione.

I contributi delle due fonti di rumore sono poi stati misurati sia al livello del top stage (usando gli LVDT e gli accelerometri) che sugli specchi dell'interferometro (registrando i suoi movimenti angolari e il segnale di correzione lungo la direzione del fascio). Analogamente a quanto riscontrato al livello del terreno anche sui top stage si registra un incremento del rms dovuto al vento forte ed al mare mosso rispettivamente nella banda tra 0.01 ed 1 Hz e tra 0.1 ed 1 Hz. Anche i movimenti angolari di alcuni degli specchi e le forze di controllo lungo il fascio ottico risentono degli effetti di questi rumori, seppur in maniera meno evidente grazie al filtraggio della catena di filtri e all'azione dei controlli attivi.

I. LE ONDE GRAVITAZIONALI

I.I – Interpretazione fisica delle onde gravitazionali

Nel linguaggio della relatività ristretta [10], in un sistema di riferimento inerziale il quadrato dell'elemento infinitesimo *ds* dell'intervallo spazio-tempo può essere scritto come:

$$ds^{2} = \eta_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} \qquad \qquad dx = \begin{pmatrix} c \cdot dt \\ dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$
(1.1)

dove con $\eta_{\mu\nu}$ si è indicato il tensore metrico diagonale nella sua forma pseudo-euclidea:

$$\eta_{\mu\nu} = Diag(-1, 1, 1, 1)$$
 (1.2)

Se attraverso una trasformazione delle coordinate passiamo da un sistema di riferimento inerziale ad uno non inerziale, l'intervallo assume la forma:

$$ds^{2} = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} \qquad \qquad dx = \begin{pmatrix} c \cdot dt \\ dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$
(1.3)

dove il tensore metrico $g_{\mu\nu}$ dipende in generale dalle coordinate (x^{μ}). In un sistema di questo tipo un punto materiale libero non si muove più di moto rettilineo uniforme. Tuttavia, utilizzando la trasformazione inversa, è ovviamente possibile tornare a scrivere il tensore metrico nella sua forma pseudo-euclidea in tutti i punti dello spazio-tempo.

Come noto, le proprietà di movimento in un campo gravitazionale sono equivalenti a quelle di un moto libero in un sistema di riferimento non inerziale, non soggetto a forze. In presenza di un campo gravitazionale "reale" non è però possibile, attraverso trasformazioni di coordinate, ridurre la metrica nella sua forma pseudo-euclidea contemporaneamente in tutti i punti dello spazio-tempo. In ogni caso il principio di equivalenza ci permette di scegliere in presenza di un campo gravitazionale arbitrario, fissato un qualunque punto dello spazio-tempo, un sistema di riferimento "localmente inerziale", tale cioè che, in un intorno

sufficientemente piccolo del punto scelto, le leggi della natura siano quelle della relatività ristretta: in questo intorno è cioè possibile effettuare la riduzione $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$.

In relatività generale le equazioni di Einstein che legano la curvatura dello spazio (e quindi il tensore metrico) al tensore energia-impulso, sono non lineari del second'ordine in $g_{\mu\nu}$ ed, in generale, non risolvibili. Tuttavia nell'approssimazione di campo debole il tensore metrico può essere descritto come una piccola perturbazione alla metrica pseudo-euclidea:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \qquad con \ h_{\mu\nu} << l$$
(1.4)

A questo punto risulta conveniente utilizzare un'opportuna scelta di coordinate (detta *gauge armonica*). In questo particolare sistema di riferimento ogni corpo libero inizialmente in quiete permane in questo stato. Nello spazio vuoto e lontano dalla sorgente l'equazioni di Einstein si riducono ad un'equazione d'onda che regola l'evoluzione della perturbazione alla metrica $h_{\mu\nu}$:

$$(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2})h_{\mu\nu} = 0$$
(1.5)

Ciascuna delle soluzioni, similmente al caso elettromagnetico, può essere scritta come sovrapposizione di onde piane propaganti alla velocità della luce nella direzione $\hat{k} = k/|k|$ e frequenza $f = |k|/2\pi c$:

$$h_{\mu\nu} = h^0 e^{i(2\pi f t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}$$
(1.6)

In particolare, considerando un'onda che si propaga lungo l'asse z, il tensore ampiezza h^0 può essere scritto, attraverso un'opportuna gauge (*Transverse Traceless gauge*, o più semplicemente, *TT gauge*), come sovrapposizione dei tensori di base \hat{h}_+ e \hat{h}_{\times} :

$$\hat{h}_{+} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad \hat{h}_{\times} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(1.7)

ovvero $h^0 = a\hat{h}_x + b\hat{h}_+$. Il significato dei tensori \hat{h}_+ e \hat{h}_x risulta più chiaro se si descrive la deformazione che un onda polarizzata '+' (o '×') induce in laboratorio su un anello di masse libere disposto sul piano di polarizzazione dell'onda, ovvero sul piano traverso alla direzione di propagazione (Fig.1).



Fig.1: Effetto di un'onda gravitazionale polarizzata '+' su un anello di masse libere che giace sul piano perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda (fotografata ogni quarto di periodo). L'effetto di un'onda gravitazionale polarizzata '×' è il medesimo con le coordinate ruotate di 45°.

In realtà, anche per le sorgenti più intense, la deformazione indotta da un'onda gravitazionale (nel disegno enormemente amplificata) risulta sempre così modesta da rendere estremamente difficile una sua rilevazione (vedi paragrafi successivi). La costruzione di apparati sperimentali sensibili a queste minime variazioni dello spazio-tempo è stata tecnicamente realizzabile solamente negli ultimi anni.

I.II – Sorgenti di onde gravitazionali

Come per le onde elettromagnetiche il campo irradiato dipende dalla variazione dei momenti elettrici nello sviluppo di multipolo, lo stesso accade per le onde gravitazionali se consideriamo i momenti relativi alla distribuzione di massa. Nel caso delle onde gravitazionali la conservazione dell'impulso e del momento angolare in una sorgente isolata rendono però nulli nello sviluppo di multipolo rispettivamente l'equivalente del dipolo elettrico e del dipolo magnetico. Il primo termine dello sviluppo non necessariamente nullo risulta l'equivalente del momento di quadrupolo elettrico:

$$I_{\mu\nu} \equiv \int dV (x_{\mu}x_{\nu} - \frac{1}{3}\delta_{\mu\nu}r^{2})\rho(\vec{r})$$
(1.8)

da cui dipende $h_{\mu\nu}$ secondo la relazione:

$$h_{\mu\nu} = \left[\frac{2G}{Rc^4}\ddot{I}_{\mu\nu}\right]_{t-R/c}$$
(1.9)

Se ne può concludere che solamente le distribuzioni di massa che subiscono accelerazioni che non rispettano una simmetria sferica sono in grado di generare un'onda.

Si consideri il caso semplice di due corpi di massa *M* orbitanti in moto circolare uniforme intorno al loro baricentro (Fig.2) ad una distanza *R* dall'osservatore.



Fig.2: Un sistema binario di masse emette onde gravitazionali.

Indicando con r_o il raggio dell'orbita e con f_{orb} la frequenza di rotazione, dalla (1.9) le componenti del tensore di perturbazione *h* risultano essere:

$$h_{xx} = -h_{yy} = \frac{32\pi^2 G}{Rc^4} M r_o^2 f_{orb}^2 \cos\left[2(2\pi f_{orb})t\right]$$
(1.10a)

$$h_{xy} = -h_{yx} = \frac{-32\pi^2 G}{Rc^4} M r_o^2 f_{orb}^2 \sin\left[2(2\pi f_{orb})t\right]$$
(1.10b)

Da cui consegue che h ha frequenza doppia di quella orbitale. L'ampiezza massima lungo l'asse z di rotazione può essere espressa come segue:

$$|h| \approx \frac{R_s^2}{r_0 R}$$
 , $R_s = \frac{2GM}{c^2}$ (1.11)

dove con R_s è indicato il *raggio di Schwartzschild* dei due corpi.

I sistemi binari coalescenti costituiti da buchi neri o da stelle di neutroni sono un esempio concreto in cui si ha una rapida rotazione di due masse. In questi sistemi può succedere che, perdendo energia per irraggiamento gravitazionale, le orbite gradualmente si riducano fino al giungere della collisione. Di conseguenza la frequenza di rotazione cresce sempre più rapidamente man mano che il raggio dell'orbita si riduce. In particolare, nei minuti immediatamente prima della coalescenza, quando la distanza tra i due corpi è limitata a pochi raggi stellari, il sistema binario può emettere un'onda gravitazionale di frequenza dell'ordine dei kHz ed ampiezza $h \approx 10^{-21}$ rivelabile dagli interferometri terrestri. Le previsioni statistiche per la coalescenza dei sistemi binari sono ancora molto incerte [11]. In un raggio di rilevazione di alcune decine di Mpc (distanza entro la quale gli interferometri di prima generazione potrebbero rivelare il segnale in questione) si stima, secondo le previsioni più ottimistiche, che al massimo qualche evento di coalescenza l'anno possa avere luogo.

Un'altro processo fisico in grado di generare un'onda gravitazionale di ampiezza rilevante è l'esplosione di una supernova. Quando una stella massiva (circa 10 volte la massa del sole) è alla fine della propria esistenza, i cicli nucleari responsabili della produzione di energia al suo interno terminano. Di conseguenza non si hanno più processi in grado di compensare la pressione gravitazionale generata dalla stella, la quale irreversibilimente collassa nel proprio nucleo. L'aumentare della densità la pressione di degenerazione dei neutroni causa un improvviso arresto del collasso a cui segue un esplosione in grado di liberare un'enorme quantità di energia. Più precisamente le supernovae, a seconda dell'andamento della loro luminosità nel tempo, si dividono in supernovae di tipo I e supernovae di tipo II. Si ritiene che le prime derivino da esplosioni nucleari di nane bianche che catturano massa da compagne vicine, mentre le seconde da collassi gravitazionali di stelle massicce altamente evolute. Per quanto detto riguardo all'emissione di quadrupolo, l'onda gravitazionale emessa dipenderà sia dal grado di non sfericità del collasso che dalla sua accelerazione. La stima dell'ampiezza dell'onda gravitazionale emessa varia moltissimo a seconda del modello preso in considerazione. Si ritiene che le onde emesse da supernovae abbiano comunque una forma impulsiva della durata di qualche millisecondo (quindi con uno spettro in frequenza compreso tra circa 100 Hz fino a diversi kHz). In ogni caso, la formazione di una supernova è un evento che accade piuttosto raramente. Gli interferometri della prima generazione sono in grado di rivelare segnali di supernova provenienti esclusivamente dalla nostra galassia, dove sono previsti

solo alcuni eventi per secolo. Gli interferometri di futura generazione dovrebbero essere in grado di rivelare segnali provenienti anche dal vicino ammasso di galassie VIRGO (distante circa 10 Mpc e contenente alcune migliaia di galassie). In questo ammasso si stima che in un anno dovrebbero avere luogo diverse esplosioni di supernovae rivelabili con ampiezze $h \approx 10^{-22} - 10^{-23}$ [12].

Esistono inoltre delle sorgenti astrofisiche in grado di generare costantemente delle onde gravitazionali, come ad esempio le *stelle di neutroni ruotanti*. Si stima che nella nostra galassia siano presenti alcune decine di milioni di stelle di neutroni che ruotano con una frequenza che può variare da frazioni di Hz, fino a centinaia di Hz. Come noto, più di un migliaio di queste sono state osservate direttamente in quanto sorgenti concentrate di onde radio (*Pulsar*). Se la forma di una stella di neutroni si discosta dalla simmetria sferica, la propria rotazione genera una radiazione gravitazionale principalmente al doppio della frequenza di rotazione. Il valore della perturbazione h che raggiunge un osservatore ad una distanza R può essere ricavato mediante la seguente relazione:

$$h \approx \frac{4\pi^2 G}{Rc^4} \mathcal{E} I f^2 \tag{1.12}$$

dove ε rappresenta l'ellitticità della pulsar, *I* il suo momento di inerzia ed *f* la frequenza di rotazione. In Fig.3 si possono osservare delle previsioni di emissione gravitazionale di pulsar note. Come si può constatare i valori in esame sono alcuni ordini di grandezza inferiori ai valori appena citati per i sistemi binari coalescenti e per le supernovae. La possibilità di osservare questi segnali per un lungo periodo aumenta tuttavia le loro possibilità di rivelazione. Il rapporto tra il segnale monocromatico ed il rumore nell'antenna cresce infatti con la radice del tempo di osservazione.

Citiamo infine un'altra costante fonte di radiazione gravitazionale definita come *fondo stocastico*. Questo segnale stocastico è generato sia dalla sovrapposizione incoerente di sorgenti astrofisiche che da fenomeni di natura cosmologica. A questa radiazione ad esempio possono contribuire sia il collasso della popolazione dei buchi neri così come i processi quantici che hanno generato l'espansione del nostro universo. Il fondo stocastico, sia di natura astrofisica che cosmologica, sembra tuttavia essere troppo debole per essere rivelato con le antenne di prima generazione.



Fig.3: Ampiezze h del segnale gravitazionale emesso da pulsar conosciute nell'ipotesi ottimistica che la diminuzione della frequenza di rotazione osservata sia dovuta totalmente all'emissione gravitazionale. Le linee rappresentano le curve di sensibilità di alcuni interferometri (tra i quali VIRGO), ottenute assumendo un anno di acquisizione dati.

I.III – L'interferometro di Michelson come rivelatore di onde gravitazionali

Un apparato interferometrico di Michelson è costituito essenzialmente da una sorgente luminosa monocromatica (ad esempio un laser), un vetro divisore (*beam splitter*) che divide la luce da essa generata nei due bracci e due specchi terminali con la funzione di riflettere nuovamente la luce verso il beam splitter. Si ha così che i due fasci, dopo avere percorso i bracci in entrambe le direzioni, vengono ad interferire in prossimità del beam splitter, il quale trasmette il fascio ricombinato in parte al rivelatore ed in parte alla sorgente. L'intensità luminosa che giunge al rivelatore è dunque massima quando il cammino ottico dei due fasci è tale che essi interferiscono in fase (interferenza costruttiva) e minima quando sono in opposizione di fase (interferenza distruttiva).

Si consideri al proposito il campo elettrico di ingresso della forma $E_0 e^{i(2\pi f t - k_x x)}$ e che il beam splitter ripartisca equamente la luce trasmessa e quella diffusa cioè abbia coefficiente di riflessione $r = 1/\sqrt{2}$ e coefficiente di trasmissione $t = i/\sqrt{2}$. Il campo trasmesso verso l'asse x è quindi $i(E_0/\sqrt{2})e^{i(2\pi f t - k_x x)}$ mentre il campo riflesso nell'altro asse è $(E_0/\sqrt{2})e^{i(2\pi f t - k_y y)}$.



Fig.4: L'interferometro di Michelson e Morley.

Quando la radiazione giunge sugli specchi, i due campi elettrici a causa della riflessione cambiano segno per poi essere nuovamente modificati dalla lastra mediante i due coefficienti di riflessione e trasmissione. Quindi il campo che viene rilevato e quello che ritorna verso la sorgente sono rispettivamente:

$$E_{out} = ie^{i(2\pi f t - k_x L_x - k_y L_y)} E_0 \cos(k_x L_x - k_y L_y)$$
(1.13)

$$E_{ref} = -ie^{i(2\pi f i - k_x L_x - k_y L_y)} E_0 \sin(k_x L_x - k_y L_y)$$
(1.14)

dove L_x ed L_y indicano la lunghezza dei bracci dell'interferometro. Considerando invece le potenze (proporzionali ad E^2):

$$P_{out} = P_{in} \cos^2(k_x L_x - k_y L_y)$$
(1.15)

$$P_{ref} = P_{in} \sin^2(k_x L_x - k_y L_y)$$
(1.16)

è immediato verificare la conservazione dell'energia, ovvero che $P_{in} = P_{out} + P_{ref}$.

Passiamo adesso a considerare l'effetto di una perturbazione gravitazionale su un interferometro i cui specchi siano in caduta libera (oppure sospesi come un pendolo¹). Si supponga che il beam splitter giaccia nell'origine del sistema di coordinate di Fig.1 e che i due bracci dell'interferometro siano disposti lungo l'asse x ed y rispettivamente. A questo scopo può essere utile collocarci nel sistema di riferimento TT. Come è stato già osservato nel paragrafo I.I in questo speciale sistema di riferimento i corpi in caduta libera (e dunque anche gli specchi) hanno coordinata spaziale costante, risultando quindi fermi sotto l'azione della perturbazione gravitazionale.

Per il principio di relatività, un raggio luminoso connette diversi punti con un intervallo spazio temporale ds nullo, e dunque nel sistema TT si ha sull'asse x dell'interferometro:

$$ds^{2} = 0 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} = (\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu})dx^{\mu}dx^{\nu} = -c^{2}dt^{2} + (1 + h_{11}e^{i(2\pi ft - k \cdot x)})dx^{2}$$
(1.17)

Con semplice algebra, integrando sull'intera lunghezza del braccio, si ottiene il tempo di attraversamento della luce dalla sorgente allo specchio:

$$\int_{0}^{\tau_{out}} dt = \frac{1}{c} \int_{0}^{L} \sqrt{1 + h_{11}} e^{i(2\pi f t - k \cdot x)} dx \approx \frac{1}{2c} \int_{0}^{L} (2 + h_{11}) e^{i(2\pi f t - k \cdot x)} dx$$
(1.18)

e analogamente si ricava per il tempo di ritorno:

$$\int_{\tau_{out}}^{\tau_n} dt \approx -\frac{1}{2c} \int_{L}^{0} (2 + h_{11} e^{i(2\pi f t - k \cdot x)}) dx$$
(1.19)

Perciò il tempo totale che impiega la luce per attraversare il braccio rivolto verso l'asse x è:

$$\tau = \frac{2L}{c} + \frac{1}{2c} \left(\int_{0}^{L} h_{11} e^{i(2\pi f t - k \cdot x)} dx - \int_{L}^{0} h_{11} e^{i(2\pi f t - k \cdot x)} dx \right)$$
(1.20)

mentre per l'altro braccio si ha come unica differenza la sostituzione di h_{11} con h_{22} .

Come per l'anello di masse libere prima esaminato, si può ora verificare sull'interferometro quale sia l'effetto di una perturbazione polarizzata '+' che si propaga

¹ E' facile dimostrare che un interferometro con le componenti ottiche sospese attraverso dei fili si comporta nel piano orizzontale, al di sopra della frequenza di oscillazione dei pendoli, come un interferometro in caduta libera.

lungo l'asse z a frequenza f_{GW} . In questo caso, inoltre, poniamoci nella condizione $f_{GW}\tau \ll 1/2\pi$, in modo che la perturbazione si mantenga approssimativamente costante durante il tempo τ di attraversamento della luce nei bracci. Con questa approssimazione, i tempi di percorrenza nei bracci sull'asse x e sull'asse y risultano sfasati di $\Delta \tau(t) = h(t)L/c$ e segno contrario da cui consegue una differenza di fase $\Delta \varphi(t) = h(t)4\pi L/\lambda$ tra i due fasci interferenti. Lo stesso processo può essere analizzato nel sistema di riferimento del laboratorio ottenendo lo stesso risultato in termini di sfasamento tra i fasci. In questo sistema di riferimento, a noi più congeniale, l'onda gravitazionale non altera la velocità di propagazione della luce. Viceversa, causa alternativamente l'allungamento di un braccio dell'interferometro ed il contemporaneo accorciamento dell'altro, inducendo l'effetto opposto durante il ciclo successivo. Nel laboratorio si ha perciò che la lunghezza di ogni singolo braccio oscilla con la seguente relazione:

$$\Delta L = \frac{1}{2} Lh \cos(2\pi f_{GW} t) \tag{1.21}$$

da cui si conclude che lo spostamento generato dalla perturbazione (nell'ipotesi appena fatte) è direttamente proporzionale alla lunghezza dei bracci. Anche considerando interferometri a lungo braccio (qualche km) è bene osservare come un'onda gravitazionale tipica, cioè con ampiezze non superiori a $10^{-21} - 10^{-22}$, produca spostamenti da rivelare di solo $10^{-18} - 10^{-19}$ m. E' facile quindi immaginare come molte sorgenti di rumore possano intervenire nel limitare la sensibilità richiesta.

Esistono nei rivelatori interferometrici alcuni accorgimenti che consentono di ridurre i principali rumori e di raggiungere una buona sensibilità nella banda di rivelazione (tipicamente tra le decine di Hz e le migliaia di Hz). Uno di questi è l'utilizzo di speciali sospensioni [13] che sorreggono ciascuno degli specchi dell'interferometro con lo scopo di attenuare la trasmissione delle vibrazioni sismiche del terreno. Come verrà meglio descritto nei prossimo capitoli, uno dei risultati più importanti ottenuti nell'ambito del progetto VIRGO è stata proprio la realizzazione di sospensioni particolarmente efficaci.

Nei rivelatori interferometrici terrestri, per migliorare la sensibilità a parità di spostamento indotto dall'onda gravitazionale sugli specchi, viene utilizzata su ogni braccio una cavità Fabry-Perot che, risuonando alla stessa frequenza del laser, ne moltiplica il cammino ottico e quindi lo sfasamento da rivelare. Non è tuttavia utile incrementare oltre certi limiti la lunghezza del cammino ottico della luce nei due bracci. Se durante il periodo

di permanenza della luce la perturbazione compie un intero ciclo, i contributi allo sfasamento del fascio durante i due semiperiodi avranno segno opposto e tenderanno ad annullarsi. Per questa ragione, data una certa cavità, ovvero fissato una certo cammino ottico, la sensibilità dell'interferometro inizierà a deprimersi a frequenze comparabili con l'inverso del periodo dell'onda.

Poiché le variazioni di intensità luminosa che devono essere rivelate risultano molto modeste, non è nemmeno trascurabile la natura corpuscolare della luce, la quale è la causa di un altro rumore definito come *shot-noise* [1]. Questa sorgente di rumore decresce con la radice quadrata della potenza del fascio incidente sul beam splitter. Come vedremo in seguito, la soluzione che si adotta è quella di aumentare la potenza del fascio usando, oltre che dei laser potenti (decine di W), uno specchio di ricircolo che riflette nell'interferometro la luce che altrimenti tornerebbe verso il laser [14].

Per evitare che il cammino ottico della luce risulti disturbato, e quindi si generi una fluttuazione spuria della fase dei fasci interferenti, è indispensabile limitare il più possibile la presenza di gas lungo l'intero tragitto. A questo scopo tutto l'apparato deve essere collocato sotto un vuoto molto spinto, al di sotto di 10^{-8} - 10^{-9} mbar.

E' infine importante ridurre le dissipazioni interne che si possono generare sugli specchi e sulle strutture che li sorreggono [15]. Per il teorema di *fluttuazione-dissipazione* [16] maggiori sono gli attriti, maggiore è infatti l'agitazione termica che genera una fluttuazione della posizione degli specchi definita come *rumore termico*.

II. – IL RIVELATORE VIRGO

II.I – Lo schema del rivelatore

Nell'antenna sono presenti nove torri da vuoto nelle quali sono contenuti i Superattenuatori per isolare l'ottica dell'interferometro dalle vibrazioni sismiche del terreno. Di queste, sei (*injection bench, power recycling, beam splitter, west input, north input e output bench*) sono raggruppate in un edificio centrale mentre le rimanenti tre (*mode cleaner, west end e north end*) sono collegate a grande distanza mediante tubi a vuoto (vedi Fig.5)².

Per evitare che la presenza di gas residuo possa far variare il cammino ottico del fascio luminoso, tutte le parti ottiche ed i tubi a vuoto si trovano ad una pressione di 10^{-8} - 10^{-9} mbar.



Fig.5: Lo schema ottico di VIRGO con a fianco una delle sospensioni a cui viene agganciata ciascuna componente ottica. Si può notare la "campana" a vuoto che contiene l'intera struttura.

 $^{^{2}}$ Le tre sospensioni del mode cleaner, injecton bench ed output bench sono di dimensioni ridotte e presentano solo due filtri di attenuazione. Le componenti ottiche sospese, essendo collocate prima o dopo l'interferometro, non influenzano la misura differenziale della lunghezza dei bracci e richiedono quindi specifiche meno stringenti sull'isolamento sismico.

Il primo stadio dell'interferometro è costituito da un laser Nd:YAG di 20 W con lunghezza d'onda λ pari a 1064 nm. Prima di entrare nell'interferometro, il fascio laser viene stabilizzato in frequenza, facendolo risuonare in una cavità triangolare di 144 m (*mode cleaner*).

Le due cavità Fabry-Perot che costituiscono i due bracci dell'antenna sono realizzate mediante uno specchio semitrasparente (di riflettività r = 0.88) situato in prossimità del beam splitter ed uno specchio completamente riflettente ($r \approx 1$) a 3 km di distanza. Il percorso effettivo della luce viene ad essere di circa 100 km, da cui risulta una frequenza massima di rivelazione di qualche kHz.

Per ridurre lo *shot noise*, il fascio viene amplificato in potenza fino a circa 1 kW mediante la tecnica del *ricircolo della luce*. L'interferometro lavora in condizioni di interferenza distruttiva e quindi tutta la potenza luminosa immessa (trascurando le perdite) ritorna verso il sistema di iniezione. Introducendo uno specchio semi-trasparente (*power recycling*) tra il sistema di iniezione ed il beam splitter si viene a creare una cavità Fabry-Perot tra l'intero interferometro e lo specchio in questione con conseguente aumento della potenza incidente sul beam splitter.

Come per lo specchio di ricircolo, è necessario che anche le cavità sospese Fabry-Perot si trovino in condizioni di risonanza e cioè posizionate longitudinalmente una rispetto all'altra a meglio di frazioni di nm. La risonanza nelle cavità e la condizione di interferenza distruttiva vengono acquisite e mantenute grazie ad un complesso sistema di feedback, detto *locking* [17]. La posizione longitudinale relativa dei diversi specchi viene misurata attraverso fotodiodi posti alle varie porte di uscita dell'interferometro e viene controllata da attuatori bobina-magnete disposti su più livelli delle sospensioni. Le forze di locking (operanti al di sotto di qualche decina di Hz) compensano tutti gli spostamenti dell'interferometro nella direzione longitudinale, siano essi dovute al rumore che al segnale gravitazionale. In questa regione di frequenze l'uscita dell'antenna è quindi proprio fornita dal segnale di feedback che si oppone al movimento naturale degli specchi, annullandolo.

Una volta che gli specchi dell'antenna sono agganciati nella loro posizione di lavoro devono essere allineati l'uno rispetto all'altro con precisioni dell'ordine del nanoradiante. Alcuni fotodiodi a quadrante collocati nelle diverse porte di uscita dell'interferometro forniscono il segnale di errore e consentono di produrre i necessari segnali di correzione angolari inviati agli attuatori bobina-magnete che agiscono sulla posizione dello specchio.

II.II – Sorgenti di rumore

I rumore che possono disturbare la misura interferometrica possono essere suddivisi in due categorie: i *rumori di spostamento*, che generano una vibrazione degli specchi (rumore sismico, termico, etc.) ed i *rumori di fase* i quali, pur non inducendo alcun movimento delle componenti ottiche, producono una fluttuazione spuria della fase tra i fasci interferenti simulando il passaggio di un segnale gravitazionale (rumore in frequenza del laser, fluttuazioni dell'indice di rifrazione del gas residuo nei bracci, etc.). Per potere stimare la curva di sensibilità del rivelatore VIRGO è necessario conoscere al meglio queste fonti ed il loro effetto sull'interferometro.

II.IIa Il rumore sismico

La superficie terrestre è soggetta continuamente a vibrazioni casuali dovute sia a movimenti di assestamento della crosta cha ad altre sorgenti naturali, quali ad esempio le onde del mare ed il vento. Si devono poi aggiungere a queste le attività umane che durante il giorno sono spesso la principale sorgente di rumore sismico. In condizioni normali, tra circa 1 e 100 Hz, lo spettro delle vibrazioni sismiche risulta più o meno isotropo con una densità spettrale lineare ben approssimata dalla funzione:

$$\tilde{x}_{s}(f) \approx A/f^{2} \ [m/\sqrt{Hz}]$$
(2.1)

dove la costante *A* varia nei dintorni di VIRGO da qualche 10^{-8} a qualche 10^{-7} m·Hz^{3/2} a seconda dei giorni e del periodo in cui viene effettuata la misura [18]. In Fig.10 si può osservare la densità spettrale lineare dello spostamento del terreno rilevata sul sito di VIRGO confrontata con la funzione $10^{-7}/f^2$.

Queste vibrazioni, miliardi di volte più ampie del piccolo segnale da rivelare, prima di ripercuotersi sugli specchi vengono attenuate dalle sospensioni. Senza la loro azione sarebbe infatti impossibile non solo raggiungere una sensibilità sufficiente per misurare il passaggio di onde gravitazionali ma anche, come vedremo a breve, mantenere l'interferometro sulla frangia scura agendo con forze di locking sufficientemente piccole da non reintrodurre rumore nella banda di rivelazione.

A causa delle deformazioni della superficie terrestre dovute al rumore sismico, anche il campo gravitazionale statico è soggetto a delle variazioni che prendono il nome di *rumore newtoniano* [19, 20]. Mentre il rumore sismico si propaga dal punto di sospensione del

superattenuatore passando per gli stadi di attenuazione, il rumore newtoniano, seppure molto piccolo rispetto al rumore generato dalle vibrazioni sismiche, agisce come una forza esterna direttamente applicata agli specchi.



Fig.6: Densità spettrale lineare del rumore sismico orizzontale presente nell'edificio centrale durante le ore notturne di un giorno in cui erano trascurabili sia i contributi sismici del mare che quelli del vento. Lo spettro di spostamento è stato ottenuto mediante una doppia integrazione della misura effettuata da uno degli accelerometri che rivelano le vibrazioni del terreno.

La densità spettrale lineare dello spostamento spurio dello specchio risulta essere:

$$\tilde{x}_{N}(f) = \frac{2G\rho}{3\sqrt{\pi}} \frac{\tilde{x}_{s}(f)}{f^{2}} \approx \frac{2G\rho}{3\sqrt{\pi}} \frac{10^{-7}}{f^{4}}$$
(2.2)

dove *G* è la costante gravitazionale, ρ è la densità della superficie terrestre e \tilde{x}_s è il rumore sismico (con l'assunzione che *A* valga 10⁻⁷ m·Hz^{-3/2}).

II.IIb Il rumore termico

Secondo il teorema di fluttuazione-dissipazione ogni volta che in un sistema fisico sono presenti dei meccanismi di dissipazione, si hanno delle forze stocastiche di origine termica. Questo effetto, definito *rumore termico*, è presente sugli specchi dell'interferometro e in tutte le parti in contatto con essi come le sospensioni [16]. La densità spettrale lineare dello spostamento spurio dello specchio è fornito dalla relazione:

$$\tilde{x}^{2}(\omega) = \frac{k_{\rm B}T}{\omega^{2}} \Re(Y(\omega))$$
(2.3)

dove *T* indica la temperatura ed $Y(\omega)$ è l'*ammittanza* del sistema, definita come rapporto tra la densità spettrale lineare della velocità dello specchio e quella di una generica forza esterna ad esso applicata. La parte reale dell'ammittanza tiene appunto conto dei meccanismi di dissipazione presenti a livello dello specchio.

Nel caso di VIRGO, che opera in ultra alto vuoto, lo smorzamento viscoso dovuto al gas residuo risulta trascurabile rispetto alle dissipazioni interne del pendolo. L'attrito interno nel filo viene descritto attraverso l'introduzione di una parte immaginaria $\phi(\omega)$ nella costante di richiamo elastica, tipicamente dell'ordine di 10⁻⁶ [15]. Dall'equazione del moto

$$\ddot{x} + \omega_0^2 (1 + i\phi(\omega))x = F / m$$
(2.4)

risulta immediato calcolare la parte reale dell'ammittanza:

$$\Re(Y(\omega)) = \frac{\omega \phi(\omega) \omega_0^2}{m \left[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \phi^2(\omega) \omega_0^4 \right]}$$
(2.5)

e quindi, dal teorema di fluttuazione-dissipazione (Eq.2.3), lo spettro generato dalle fluttuazioni termiche:

$$\tilde{x}(\omega) = \sqrt{\frac{4k_{B}T\phi(\omega)\omega_{0}^{2}}{m\omega[(\omega_{0}^{2}-\omega^{2})^{2}+\phi^{2}(\omega)\omega_{0}^{2}]}}$$
(2.6)

Dalla relazione 2.6 si osserva che, per frequenze molto superiori alla frequenza di risonanza, la densità spettrale lineare del rumore termico presenta un andamento del tipo $f^{-5/2}$. Questa decrescita risulta più rapida dell'andamento f^{-2} che si otterrebbe per un pendolo in un mezzo viscoso, cioè soggetto ad una forza del tipo $F = -\gamma \dot{x}$.

Al di sopra delle decine di Hz il rumore di origine termica dominante è quello dovuto ai meccanismi di dissipazione nella struttura dei singoli specchi. Schematizzando la struttura dello specchio come un insieme di oscillatori armonici, ciascuno caratterizzato da una frequenza, da una massa equivalente e da un tempo di rilassamento è possibile dimostrare che questo rumore ha un andamento del tipo $f^{-1/2}$ fino alla prima frequenza di risonanza degli specchi (in VIRGO a circa 3 kHz). Picchi nello spettro di rumore sono infine indotti dall'eccitazione termica dei fili di sospensione (vedi in seguito Fig.7a).

II.IIc Rumori di tipo ottico

Il numero di fotoni *N* incidenti in una certa unità di tempo sul fotodiodo di uscita non è costante ma rispetta una distribuzione *poissoniana*:

$$\rho(N) = \frac{\overline{N}^N e^{-N}}{N!} \tag{2.7}$$

Se, come nel nostro caso, il valore medio è sufficientemente grande, la distribuzione poissoniana è ben approssimata da una gaussiana:

$$\rho(N) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{N-\bar{N}}{\sigma}\right)^2}$$
(2.8)

Queste variazioni della potenza luminosa generano un rumore sul rivelatore noto come *shot noise* il quale causa una fluttuazione della fase del segnale pari a:

$$\widetilde{\phi}_{shot}(f) = \sqrt{\frac{4\pi\hbar c}{\eta\lambda P_{in}}}$$
(2.9a)

dove η è l'efficienza quantica del rivelatore e P_{in} è la potenza luminosa che giunge ad esso.

Per essere confrontato meglio con le altre sorgenti di rumore può essere utile riscrive il rumore di fase in termini di spostamento equivalente degli specchi [1]:

$$\widetilde{x}_{shot}(f) = \sqrt{\frac{4\pi\hbar c}{\eta\lambda P_{in}}} \frac{\lambda}{4\pi} = \sqrt{\frac{\lambda\hbar c}{4\pi\eta P_{in}}}$$
(2.9b)

A causa delle fluttuazioni del numero di fotoni anche la pressione di radiazione sugli specchi è soggetta a delle variazioni stocastiche. Si genera quindi un movimento spurio degli specchi la cui densità spettrale lineare questa volta cresce all'aumentare della potenza:

$$\widetilde{x}_{Pres}(f) = \frac{2F}{\pi} \frac{1}{mf^2} \sqrt{\frac{\hbar P_{in}}{2\pi^3 c\lambda}}$$
(2.10)

indicando con *F* la *finezza* delle cavità Fabry-Perot (per VIRGO circa uguale a 50), un parametro che dipende dalla riflettività degli specchi, il quale determina il cammino ottico τ della luce nelle due cavità ($\tau = \frac{2L}{c} \frac{F}{\pi}$).

Le due fonti di rumore conducono dunque ad un limite sulla precisione con cui si può effettuare la misura; non è infatti possibile, variando la potenza del fascio, ridurre il primo rumore senza che il secondo cresca. Tuttavia, l'intensità del fascio laser che si è in grado di produrre con la tecnologia attuale è tale che il rumore indotto dalla pressione di radiazione nella banda di rivelazione risulta sempre trascurabile rispetto a quello generato dallo shot noise. Considerando infatti che per VIRGO la potenza del laser che incide sul beam splitter, già amplificata dallo specchio di ricircolo, è di 1 kW si ricava che il rumore di pressione ad 1 kHz risulta solamente circa $10^{-25} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ (Eq.2.10) contro i circa $10^{-20} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ dovuti allo shot noise (Eq.2.9b).

II.III – Sensibilità del rivelatore VIRGO

Per definire la sensibilità di un rivelatore è necessario confrontare il segnale gravitazionale con le diverse sorgenti di rumore. Questo confronto avviene descrivendo ciascuna sorgente di rumore in termini della densità spettrale lineare di un'onda gravitazionale che genera sull'interferometro l'effetto equivalente [21]. La curva di sensibilità è cioè data semplicemente dalla somma incoerente degli spettri del parametro h equivalente alle singole sorgenti di rumore.

Dalla curva, si può osservare che il rumore sismico risulta il principale limite dell'apparato fino a circa 3 Hz, dove sono confinate le risonanze dei superattenuatori. Per frequenze superiori, grazie all'efficacia delle sospensioni, il suo contributo decresce proporzionalmente a f^{-16} .

Al di sopra dei 3 Hz il rumore newtoniano, che presenta un andamento proporzionale ad f^{-4} (Eq.2.2) supera il rumore sismico residuo, rimanendo comunque meno influente rispetto al rumore termico. Il rumore dominante fino a qualche centinaio di Hz è appunto il rumore termico del pendolo che sorregge lo specchio (proporzionale ad $f^{-5/2}$) mentre, per frequenze superiori, prevalgono le oscillazioni generate dalla struttura degli specchi, proporzionali ad $f^{-1/2}$. Superati i 100 Hz si osserva anche la presenza dei modi di violino dovuti alle risonanze dei fili di sospensione degli specchi.



Fig.7a: Curva teorica di sensibilità di VIRGO (in nero) ottenuta come somma incoerente dei contributi dei principali rumori presenti nel rivelatore.

Infine il contributo dello shot noise (vedi relazione 2.9b), rimane approssimativamente costante anche se si può notare, oltre i 500 Hz, una lieve crescita dovuta al fatto che il periodo dell'onda si avvicina progressivamente al tempo di attraversamento dei fotoni (viene cioè meno l'approssimazione $f_{GW}\tau <<1/2\pi$ discussa in I.III).

Attualmente il rivelatore è ancora in fase di messa a punto. In questa fase i sistemi di controllo dell'apparato e le condizioni non perfette di lavoro (potenza del laser ridotta, prestazioni dei sistemi di stabilizzazione e di allineamento dell'interferometro non ottimali) generano del rumore aggiuntivo nell'apparato. Questi rumori di natura tecnica dominano sui

rumori fondamentali che determinano la sensibilità di disegno (curva grigia). Dalla Fig.7b è possibile osservare, durante i *run* tecnici eseguiti negli ultimi anni, il miglioramento nel tempo della sensibilità dell'antenna [22].



Fig.7b: Sensibilità del rivelatore VIRGO ottenute durante le varie fasi di test eseguite negli ultimi anni confrontate con la sensibilità teorica di progetto discussa in Fig.7a.

Si prevede che VIRGO a frequenze superiori di poche centinaia di Hz raggiunga la sensibilità di disegno entro la fine del 2006. Questo consentirà di operare in coincidenza con il rivelatore LIGO [5] e quindi produrre i primi risultati scientifici.

III. – IL SUPERATTENUATORE

Come visto precedentemente lo scopo dei superattenuatori [23] è quello di ridurre di 9-10 ordini di grandezza la trasmissione delle vibrazioni sismiche del terreno allo specchio a partire da pochi Hz, in tutta la banda di rivelazione di VIRGO.

III.I – Il Pendolo multiplo

Il Superattenuatore è essenzialmente un pendolo multiplo costituito da 5 masse collegate in successione tra loro ad una distanza di circa un metro attraverso dei fili di acciaio. L'ultimo filtro della catena (chiamato "filtro sette" perché nel progetto originario era previsto l'utilizzo di 7 filtri) sostiene, tramite un dispositivo a forma di croce ("marionetta"), il componente ottico. Per frequenze maggiori della più alta risonanza della catena di pendoli si ha che il rapporto tra la densità spettrale lineare di spostamento orizzontale dell'ultimo stadio del pendolo (ovvero dello specchio) e quella del punto di sospensione risulta essere:

$$\frac{\tilde{x}_{out}}{\tilde{x}_{in}} \approx f^{-2n} \prod_{i=0}^{n} f_i^2 \quad , \quad f \gg f_{i=0,\dots,n}$$

$$(3.1)$$

dove *n* è il numero di stadi. Se le frequenze di risonanza sono tutte al di sotto di 2 Hz è possibile ottenere un'attenuazione di 10^9 già a partire da 4 Hz.

Nelle sospensioni si è dovuto tenere conto anche del sisma trasmesso lungo il grado di libertà verticale. Infatti a causa della curvatura della superficie terrestre gli specchi, non risultando esattamente paralleli tra loro, trasmettono parzialmente le vibrazioni verticali sul piano dell'interferometro³. Per renderli paralleli l'uno all'altro risulta quindi necessario ruotare gli specchi terminali rispetto alla verticale locale dello stesso angolo. Questo comporta che un movimento verticale degli specchi terminali venga trasmesso sul piano dell'interferometro con un fattore pari all'angolo in questione. Visto che si debbono ottenere attenuazioni dell'ordine di 10⁹ a partire da qualche Hz, questo accoppiamento "geometrico" è tutt'altro che trascurabile. Essendo anche le rotazioni della catena di pendoli inevitabilmente accoppiate con i movimenti lungo la direzione del fascio è importante realizzare una sospensione che attenui il sisma in tutti i gradi di libertà. In particolare una

³ Più precisamente i due specchi terminali, a causa della curvatura terrestre, presentano un'inclinazione rispetto a quelli posizionati all'altra estremità dei bracci (3 km distanti), pari a 2.35×10^{-4} rad.

catena di oscillatori è stata ottenuta anche in direzione verticale, rimpiazzando ciascun pendolo con uno speciale filtro meccanico che sorregge gli stadi sottostanti attraverso delle molle a balestra, combinate con un sistema di antimolle magnetiche (Fig.8) [24].



Fig.8: a) Filtro standard. b) Principio di funzionamento dell'antimolla magnetica: uno spostamento dalla posizione di equilibrio genera una forza verticale nello stesso verso dello spostamento. Per i piccoli spostamenti in questione l'entità della forza risulta direttamente proporzionale allo spostamento, riproducendo l'effetto di una molla di costante elastica negativa.

Le molle a balestra sono costituite da delle lame di acciaio a forma triangolare spesse 3.5 mm e lunghe 385 mm che in assenza di carico risultano curve per assumere, in presenza del peso degli stadi sottostanti, una posizione orizzontale (Fig.9). Esse sono disposte in configurazione concentrica al di sotto di ogni filtro e sono collegate alla loro estremità al *vessel* che a sua volta è agganciato alle lame del filtro superiore attraverso il filo di acciaio.

L'antimolla è formata da due matrici di magneti permanenti affiancante tra loro in configurazione repulsiva e vincolate a muoversi lungo la direzione verticale. Una matrice è solidale al filtro mentre l'altra è rigidamente connessa alla punta delle molle (e quindi al filtro sottostante). Se le due matrici sono perfettamente allineate la forza giace sul piano orizzontale mentre, quando vengono disallineate lungo l'asse verticale, appare una componente verticale della forza repulsiva proporzionale al disallineamento (Fig.8b). Al contrario delle molle, che si oppongono allo spostamento relativo tra il filtro e il filo, le antimolle corrispondono dunque a delle molle con costante elastica negativa.

Con questa combinazione la costante elastica complessiva risulta inferiore rispetto a quella del sistema composto dalle sole molle a balestra, riducendo così ulteriormente la rigidità verticale delle sospensioni.



Fig.9: a) Disposizione delle molle sul filtro (in blu). **b**) In alto vista frontale di una molla. In basso è illustrata la vista laterale in condizione di lavoro (con un carico di circa 45 kg) e in condizioni di riposo (linea rossa).

I modi longitudinali di ciascun filtro vengono in questo modo portati a circa 0.4 Hz (al di sotto del modo naturale del pendolo orizzontale). Ne consegue che la massima frequenza di risonanza verticale della catena risulta minore di 2 Hz, garantendo un'attenuazione più che sufficiente nella banda di VIRGO.

III.II – Il pendolo invertito

Per migliorare il funzionamento delle sospensioni alle basse frequenze il superattenuatore è montato su una struttura portante elastica che funziona da pendolo invertito (vedi Fig.10) [25]. Essa è costituita da tre aste di alluminio alte 6 m fissate alla base di appoggio attraverso dei sottili giunti di acciaio (lunghi 200 mm e larghi 25 mm) che forniscono al sistema l'elasticità richiesta. Ad ogni spostamento orizzontale dalla posizione di equilibrio del pendolo invertito, si oppone un momento nel senso opposto da parte dei giunti elastici.

Se si considera k la costante elastica dei giunti ed l la lunghezza del pendolo invertito, per piccoli angoli di inclinazione, l'equazione del moto traslazionale del punto di sospensione risulta essere:

$$\ddot{x}_{sus} = (g/l - k/m) \cdot x_{sus} \tag{3.2}$$



Fig.10: Visione completa di una sospensione e, in grigio, della sua struttura portante: il pendolo multiplo.

Il pendolo invertito di VIRGO presenta giunti flessibili tali che la frequenza di risonanza $(f_{tras.} = 1/(2\pi)\sqrt{k/m-g/l})$ è di circa 30 mHz e, di conseguenza, per frequenze poco superiori le vibrazioni sismiche che eccitano la struttura sulla base di appoggio risultano attenuate. Esso costituisce quindi un importante stadio di pre-attenuazione del rumore sismico alle basse frequenze, dove sono confinate le risonanze della sospensione (tra 0.2 e 2 Hz). Infatti lo spostamento degli specchi dovuto alle risonanze della sospensione, pur essendo al disotto della frequenza minima di rilevazione, deve comunque essere ridotto per rendere possibile il locking dell'interferometro. La scarsa rigidezza del pendolo invertito consente anche di operare un controllo della posizione del punto di sospensione della catena con piccole forze e, di conseguenza, l'utilizzo di attuatori bobina-magnete a basso rumore. Questi attuatori vengono impiegati in un sistema di retroazione allo scopo di ridurre le oscillazioni dovute alle risonanze della catena di pendoli sottostante (*inertial damping* [26]).

Come discusso in dettaglio nel prossimo paragrafo gli spostamenti del top stage del pendolo invertito nel piano orizzontale (due traslazioni ed una rotazione) sono registrati da un set di tre sensori inerziali (accelerometri) e tre sensori di spostamento (LVDT) e smorzati dall'azione degli attuatori bobina magnete. Lo spostamento residuo degli specchi lungo il fascio alle basse frequenze viene così ridotto da 10 μ m a frazioni di μ m [27]. La riduzione del moto degli specchi nel range di frequenze ultra-basse (cioè al di sotto della banda di rivelazione), diminuendo sensibilmente la velocità con cui le cavità sospese attraversano la risonanza, rende possibile l'aggancio degli specchi nella posizione di lavoro longitudinale.

L'inertial damping riduce inoltre le correzioni da operare al livello dello specchio. Essendo, in generale, il rumore introdotto nella banda di rivelazione proporzionale alla massima forza di azione effettuata sullo specchio, l'inertial damping, pur operando a frequenze ultra-basse, risulta decisivo per la riduzione del rumore nell'apparato. La necessità di limitare il più possibile le forze di correzione sugli specchi ha imposto a VIRGO un criterio di controllo "gerarchico". I grandi spostamenti relativi tra le torri (dovuti a maree, cedimenti del terreno, etc.) sono confinati al di sotto dei 10 mHz e vengono compensati agendo sulla posizione del punto di sospensione con gli attuatori bobina-magnete sopra descritti. Al di sotto delle risonanze della struttura lo specchio si muove infatti esattamente come il punto di sospensione. In questo modo il rumore elettro-meccanico introdotto nella banda di rivelazione da questa ampia compensazione (di diverse centinaia di micron) viene filtrato dalla catena di pendoli. Grazie al sistema di controllo della posizione degli specchi sul lungo periodo ("tidal control") e all'inertial damping (che smorza le risonanze del sistema, nella regione tra 30 mHz e 2 Hz), il movimento residuo da compensare al livello degli specchi è di frazioni di micron. Attraverso degli attuatori-bobina magnete collocati nei pressi dello specchio, è così possibile effettuare solo i controlli fini, necessari per mantenere il locking, senza reintroduzione di rumore in banda.

III.III – Il filtro 0

Sulla parte superiore del pendolo invertito è collegato mediante dei sottili fili d'acciaio il *filtro 0* che costituisce il primo stadio di attenuazione della sospensione. La sua posizione relativa alla struttura di sicurezza, è controllata dai tre LVDT i quali misurano lo spostamento di una bobina solidale al filtro rispetto a due bobine collegate sulla struttura di sicurezza. Gli accelerometri invece, disposti interamente sul filtro, ne misurano il suo movimento inerziale (vedi Fig.11).



Fig.11: In viola si può osservare il filtro 0 (o *top stage*) mentre in grigio è rappresentata la parte superiore della struttura di sicurezza, solidale al terreno.

Le forze di controllo, esercitate tra il filtro e la struttura, sono realizzate come già detto dagli attuatori bobina-magnete. Tra gli attuatori e i sensori non esiste però una corrispondenza biunivoca; l'azione di un attuatore ha effetto su tutti e tre gli LVDT e accelerometri [26]. Si è preferito pertanto, attraverso opportune combinazioni lineari dei segnali, utilizzare dei sensori e degli attuatori "virtuali" che si riferiscono al sistema di coordinate relativo ai tre modi normali del pendolo (due traslazionali e uno rotazionale intorno all'asse verticale). Il controllo agisce così sulle singole risonanze e soprattutto, si ha che i sistemi di feedback sui tre gradi di libertà sono disaccoppiati, ovvero la chiusura di un feedback non modifica le caratteristiche dell'altro. Infatti, nel caso contrario ogni feedback altererebbe in modo dipendente dal proprio guadagno le caratteristiche meccaniche degli altri gradi di libertà, rendendo il controllo del sistema molto più complesso.

Bisogna inoltre osservare che gli LVDT misurano la posizione relativa tra il filtro e la struttura la quale, essendo fissata al terreno, risente completamente del movimento sismico. Gli accelerometri invece, rilevando lo spostamento inerziale del filtro 0, effettuano una misura indipendente dal sistema di riferimento ma, dall'altra parte, non sono in grado di rilevare gli spostamenti a velocità costante. Per questo motivo il controllo attivo necessita delle informazioni di entrambi i sensori. La soluzione adottata è stata perciò quella di usare prevalentemente l'informazione degli LVDT virtuali per ridurre gli spostamenti a bassissima frequenza fino a qualche decina di mHz, mentre per frequenze superiori viene utilizzata soprattutto l'informazione degli accelerometri.

III.IV – Lo stadio terminale

Lo stadio terminale del pendolo multiplo (o *filtro 7*) è fornito di quattro bobine per il controllo attivo della marionetta. Ciascuna di esse è posizionata all'estremità di una colonna di alluminio lunga circa un metro e fissata alla base del filtro in modo da agire su di un magnete permanente montato su ciascuna delle quattro ali della marionetta [28]. Fornendo opportune correnti sulle bobine è possibile muovere la marionetta nella direzione del fascio ottico e ruotarla lungo gli assi ad esso perpendicolari. Lo specchio invece è sospeso dalla marionetta attraverso due fili che lo avvolgono come una culla formando un pendolo di circa 70 cm (Fig.12). Una massa di riferimento è collocata dietro lo specchio ed è sospesa allo stesso modo dalla marionetta. Essa ha la funzione di servire da base di appoggio per quattro bobine che agiscono su dei magneti incollati sul retro dello specchio. Si ha così la possibilità di effettuare direttamente sullo specchio le correzioni fini lungo il fascio ottico necessarie per mantenere il locking dell'interferometro.



Fig.12: Stadio terminale delle sospensioni costituito (in alto) dalla "marionetta" e (in basso) dallo specchio e dalla massa di riferimento, collegati ad esso mediante una coppia di fili.

Il controllo attivo sia dello specchio che della marionetta viene effettuato attraverso un continuo feedback tra gli attuatori e dei sensori PSD che ne monitorano le posizioni angolari tramite due leve ottiche [29]. Questo controllo locale consente di raggiungere un allineamento sufficiente per iniziare le operazioni di locking. Tuttavia, essendo i sensori

collocati a terra, e quindi soggetti al rumore sismico, non è pensabile ottenere una stabilità picco-picco inferiore al decimo di microradiante. Per passare alla stabilità angolare necessaria a non introdurre rumori aggiuntivi nell'antenna (dell'ordine del nanoradiante) è obbligatorio mettere in azione, una volta raggiunto il locking dell'interferometro, un controllo automatico della posizione angolare degli specchi. Questo sistema, basato sui fotodiodi a quadrante, non è infatti soggetto alle vibrazioni sismiche. Una volta messo in funzione l'allineamento globale, i controlli locali, possibile canale di reintroduzione del rumore sismico, vengono spenti.

È infine importante ricordare che le forze di controllo generano un rumore nella banda di rivelazione che dipende dal livello della sospensione su cui le forze vengono effettuate. Il rumore generato dagli attuatori sul top stage, prima di ripercuotersi sull'ottica, viene attenuato dall'intera catena dei pendoli. Anche per i controlli della marionetta il rumore viene parzialmente filtrato, ma solo dall'ultimo stadio di pendolo. Il rumore generato dalle forze applicate allo specchio si trova invece ad essere completamente trasmesso.

Si è reso dunque necessario intervenire sulle sospensioni con un controllo gerarchico che permetta di effettuare grosse correzioni (dell'ordine dei mm) sul filtro 0, minori sulla marionetta (qualche μ m) ed ancora più piccole sulle specchio (pochi nm). Considerato che l'andamento del rumore sismico decresce con la frequenza (vedi Fig.6), la suddivisione in ampiezze è stata tradotta in una divisione dei controlli su diverse bande di frequenza. Sul top stage le forze vengono effettuate al di sotto di 0.01 Hz, sulla marionetta tra 0.01 e 5 Hz, mentre sullo specchio si operano le correzioni tra 5 e 50 Hz.

IV. – ANALISI DEL RUMORE SISMICO

Come già accennato nel paragrafo II.IIa, la densità spettrale lineare di spostamento della superficie terrestre dovuta alle vibrazioni sismiche presenta presso il sito di VIRGO un andamento isotropo ben approssimabile dalla funzione $10^{-7}/f^2$ m Hz^{-1/2}. A queste vibrazioni si sovrappongano talvolta gli effetti dovuti alle onde del mare, al vento e alle attività umane [18, 30]. Il rumore sismico generato dall'uomo è principalmente dovuto alle attività lavorative sul sito, riscontrabili dagli accelerometri che misurano le accelerazioni del terreno nell'intervallo di frequenza tra 4 e 10 Hz, ed al traffico veicolare che si riflette invece nella banda tra 1 e 4 Hz. La loro intensità presenta un andamento ciclico di 24 ore ed assume i valori più alti negli orari lavorativi.

L'intero capitolo, in particolare sarà mirato alla caratterizzazione dei rumori sismici generati dal vento e dal mare ed alla loro ripercussione sulle sospensioni di VIRGO. Dall'analisi svolta verrà dedotto che il rumore sismico dovuto al vento è principalmente concentrato nella regione tra 0.01 e 1 Hz, mentre l'effetto dall'attività del mare si evidenzia tra 0.1 ed 1 Hz.

Queste fonti di rumore producono quindi effetti in una banda di frequenze ben al di sotto di quella di rivelazione dell'interferometro (sensibile a partire da circa 10 Hz). Come discusso in dettaglio nel paragrafo III.II, è comunque importante che il movimento degli specchi sia ridotto anche nella zona di frequenze ultrabasse per garantire le condizioni di locking del rivelatore e per ridurre sufficientemente le correzioni longitudinali al livello degli specchi.

IV.I – Caratterizzazione del rumore sismico dovuto all'attività del mare

La pressione del vento sulla superficie del mare genera un movimento circolare della massa d'acqua che si trasmette alle aree adiacenti, originando un profilo ondoso che si propaga nella direzione del vento. Tali onde, definite con il nome di *onde di gravità*, causano a loro volta una variazione di pressione sul fondale marino generando dell'onde sismiche che per il loro particolare profilo ellittico vengono denominate *onde di Rayleigh* o di *ground-roll* [31] (Fig.13). A causa però dell'interazione non lineare tra le onde di gravità e quelle di ground-roll sperimentalmente si osserva che quelle di gravità hanno periodo circa doppio [32].



Fig.13: La variazione di pressione sul fondale marino dovuta alle onde di gravità genera le onde sismiche di ground-roll.

Grazie ad una boa ondametrica situata a largo della costa di La Spezia abbiamo potuto misurare le caratteristiche (in particolare altezza e periodo medio) delle onde di superficie situate in prossimità delle coste vicine al sito. L'istogramma di Fig.14, da noi preparato, mostra l'andamento statistico delle misure di periodo medio effettuate dalla boa in relazione alla loro altezza media.



Fig.14: Distribuzione del periodo medio, con relativa altezza media (vedi codice dei colori), delle onde a largo di La Spezia (43°55.7 N, 09°49.6 E) dal 1989 al 2005 campionate ogni 30 minuti. L'istogramma è stato elaborato a partire dai dati forniti dalla Rete Ondametrica Nazionale RON: <u>http://www.idromare.com</u>.

Osservando l'istogramma si può notare che nella maggior parte del tempo il periodo dell'onda cade tra i 3 e i 5 secondi. In questo caso si riscontrano anche i momenti di maggiore calma del mare con onde inferiori al metro. Nelle misure in cui il periodo dell'onda risulta maggiore si hanno mediamente delle onde più alte che crescono all'aumentare del periodo. Queste, pur essendo statisticamente meno frequenti, sono le uniche che generano delle onde sismiche di ampiezza consistente, ben rivelabili sia dai sensori situati al livello del suolo presso il sito di VIRGO che dalle sospensioni dell'interferometro. In Fig.15 sono mostrate le densità spettrali lineari misurate da un accelerometro⁴ (indicato con la sigla *Em_SEBDCE*) posto sul pavimento dell'edificio centrale, vicino alla sospensione che sorregge il beam splitter. Le misure riportate nella figura si riferiscono alle due direzioni orizzontali Ovest e Nord ed a quella verticale durante un periodo di mare calmo (linea blu, relativa ad onde alte circa 0.25 m e periodo di 4 s) ed uno di mare mosso (linea rossa, con onde di circa 2 m e periodo di 6.5 s). Come previsto, quando il mare è mosso appare un picco ben visibile intorno a 0.3-0.4 Hz (corrispondente a circa il doppio della frequenza del mare nel medesimo istante). Hanno inoltre luogo due fenomeni di minore entità che non sembrano essere connessi con l'altezza ed il periodo delle onde del mare. Il picco a circa 0.9 Hz, particolarmente pronunciato nella direzione verticale, risulta indipendentemente dalle condizioni del mare. Tra 1 e 4 Hz. si riscontra uno spettro di rumore sismico più alto in condizioni di mare calmo.

Uno studio con ampia statistica del rumore sismico è stato compiuto effettuando delle misure ripetute del valore rms (radice del valore quadratico medio) dell'accelerazione sismica filtrata su diverse bande di frequenza, durante due periodi di 12 ore nei quali si sono presentate le condizioni di mare mosso e di mare calmo. Il calcolo dei valori rms limitato solo all'intervallo di frequenze di interesse *fmin* e *fmax*, è ottenuto a partire dalla densità spettrale lineare $\tilde{x}(f)$ del segnale mediante la seguente relazione:

$$x_{rms} = \sqrt{\int_{fmin}^{fmax} \left| \tilde{x}(f) \right|^2 df}$$
(4.1)

⁴ Lo strumento usato per la misura del rumore sismico del terreno (denominato anche *episensore*) è del tipo FBAs (Force Balance Accelerometers). Lo strumento produce una misura della forza, generata da una bobina, che si oppone al movimento inerziale di una massa collegata ad una molla. L'accelerometro è sensibile a partire da circa 100 mHz (a frequenze inferiori la misura è influenzata dal rumore 1/f) ed è dunque in grado di rivelare il rumore sismico generato dal mare.



Fig.15: Densità spettrale lineare dell'accelerazione al livello del suolo nell'edificio centrale rispettivamente lungo la direzione orizzontale del braccio ovest, del braccio nord e lungo la direzione verticale in situazione di mare mosso (linee rosse) e di mare calmo (linee blu).

I valori rms misurati ripetutamente sono distribuiti con una certa media ed una certa deviazione standard. In Fig.16 sono riportati, durante i due periodi in esame, i valori medi della distribuzione di rms dell'accelerazione orizzontale del terreno al variare della frequenza massima di filtraggio. La frequenza minima di filtraggio è stata mantenuta costante a 0.08 Hz, la minima osservabile dagli accelerometri di questo tipo.



Fig.16: Valori medi della distribuzioni dei valori rms dell'accelerazione sismica orizzontale (lungo la direzione Ovest) registrati ripetutamente al suolo dall'accelerometro *Em_SEBDCE01* al variare delle frequenze massime di filtraggio del segnale (*fmax*). Per ogni banda di frequenza e condizione del mare sono state compiute circa 700 misure di rms: i valori rms medi sono indicati dai marcatori circolari e quadrati nelle due diverse condizione di mare. I marcatori triangolari individuano i valori massimi registrati nelle misure, mentre le barre rappresentano le deviazioni standard delle relative distribuzioni.

La statistica dimostra che fino a 0.25 Hz non si hanno variazioni apprezzabili tra le due condizioni sismiche. Al contrario, tra 0.25 e 0.5 Hz, si conferma il rapido incremento dei valori rms in condizioni di mare mosso, non riscontrato durante la situazione di quiete. Come già osservato dalle densità spettrali lineari (Fig.15), al disopra di 1 Hz si registra una lenta inversione di tendenza che porta le differenze tra i due valori ad assottigliarsi.

Il contributo dovuto alle onde di gravità generate dal mare sembra dunque influenzare il valore dell'accelerazione rms del terreno tra circa 0.1 ed 1 Hz. Come mostrato in Fig.17 le distribuzioni degli rms, filtrati tra 0.1 ed 1 Hz, durante le due condizioni del mare si sovrappongono solo per pochi valori. Si riscontra inoltre che la curva delineata dalla due distribuzioni assomiglia a quella di un chi-quadro, così come previsto da una distribuzione stocastica di una variabile quadratica.



Fig.17: Distribuzioni dei valori rms dell'accelerazione orizzontale del terreno filtrata tra 0.1 e 1 Hz registrata dall'episensore Em_SEBDCE01 durante le condizioni di mare mosso e calmo.

Un'ulteriore verifica che il picco a 0.3 Hz sia dovuto ad una sorgente distante dal sito, come appunto il mare, e non a fonti di rumore locali, si può ottenere con una misura di coerenza tra episensori dislocati a grande distanza sul sito di VIRGO. La coerenza tra due variabili stocastiche x de y è definita dal rapporto tra la *cross densità spettrale* $P_{xy}(f)$ ed il prodotto delle loro potenze spettrali $P_{xx}(f)$ e $P_{yy}(f)$:

$$Cohe_{xy}(f) = \frac{|P_{xy}(f)|^2}{P_{xx}(f)P_{yy}(f)}$$
(4.2)

In Fig.18 è riportata nelle due diverse condizioni del mare la coerenza, rispettivamente nelle direzioni orizzontali Ovest e Nord, tra l'episensore situato in prossimità della sospensione terminale del braccio Ovest e quello situato vicino al mode cleaner a circa tre chilometri distanza. Nella stessa figura è riportata la coerenza tra l'episensore collocato accanto al mode cleaner e quello vicino alla torre del beam splitter, distanti tra loro circa 150 metri. È ben visibile una maggiore coerenza alle frequenze di interesse quando si hanno condizioni di mare mosso. Misurazioni di coerenza analoghe, relative all'episensore posizionato vicino allo specchio terminale del braccio Nord con quelli presenti all'altra estremità del braccio, hanno invece fornito sempre valori molto bassi (inferiori a 0.1).



Fig.18: Coerenze tra gli episensori situati in prossimità del beam splitter, del mode cleaner (circa 150 m dal beam splitter) e della sospensione terminale del braccio Ovest (3 km distante dagli altri). Le misure di coerenza tra i diversi sensori sono state effettuate nelle direzioni Ovest e Nord durante le condizioni di mare mosso (in blu) e di mare calmo (in rosso).

Mediante l'analisi della correlazione tra gli episensori è stato infine possibile misurare il tempo di attraversamento dell'onda sismica filtrata nell'intorno di frequenza in cui la coerenza è massima. La correlazione tra due funzioni x(t) e y(t), funzione del tempo di ritardo, è definita come:

$$Corr_{xy}(\tau) = \frac{\int_{0}^{T} x(t)y(t+\tau)dt}{\overline{xy}}$$
(4.3)

dove il prodotto al denominatore (tra i valori medi dei due segnali durante l'intervallo temporale *T* di integrazione) è necessario per la normalizzazione. Essa, come noto, rappresenta una stima di quanto sono simili gli andamenti temporali di due segnali al variare del loro ritardo temporale. Nel caso in esame ci si aspetta quindi che i segnali, filtrati intorno alle frequenze interessate dal sisma generato dal mare, siano nei diversi punti identici a meno di un ritardo dovuto al tempo di propagazione dell'onda sismica. In Fig.19 è riportato l'andamento temporale della funzione di correlazione lungo la direzione Ovest misurata tra l'accelerometro vicino al beam splitter con quello vicino al mode cleaner e tra quest'ultimo con quello situato in prossimità della west end. La distanza molto ravvicinata tra i primi due sensori non consente di fornire una stima apprezzabile del tempo di ritardo. Al contrario la misura effettuata tra il mode cleaner e la west end mostra il primo massimo ben visibile ad un tempo di circa 2.5 secondi (evidenziato dalla linea bianca), con ogni probabilità dovuto al tempo di attraversamento dell'onda sismica tra i due sensori.



Fig.19: Variazione nel tempo della funzione di correlazione (vedi scala dei colori) al variare del tempo di ritardo tra gli accelerometri situati vicino al beam splitter ed il mode cleaner e tra il mode cleaner e west end. I dati elaborati sono stati filtrati mediante un filtro di tipo "Butterworth" del 6° ordine intorno alla frequenza di 0.2 Hz. A questa determinata frequenza è stata infatti riscontrata maggiore coerenza (vedi Fig.18) presumibilmente a causa del sisma generato dal mare.

La velocità derivante dalla misura del ritardo, dell'ordine di varie centinaia di m/s, risulta infatti in accordo con quanto previsto per le onde di ground-roll. In entrambe le misure di correlazione, dopo il primo massimo, si osservano anche dei massimi secondari ritardati di multipli di circa 5 secondi. Questo è dovuto al fatto che i segnali si ripresentano in fase dopo dei multipli interi del periodo dell'onda sismica.

IV.II – Risposta delle sospensioni al rumore generato dal mare

Durante le due situazioni esaminate con mare mosso e calmo (29 e 31 Luglio 2005) si stava svolgendo il *Run C6* con l'interferometro nella condizione di *science mode*. In questa configurazione i controlli attivi sono limitati al minimo e di conseguenza anche il rumore da essi generato. Si hanno quindi delle condizioni ottimali per osservare gli effetti del sisma dovuto al mare sui vari stadi delle sospensioni e sugli specchi dell'interferometro.

IV.IIa – Effetti sui top stage

In Fig.20a e 20b sono riportate le densità spettrali lineari dello spostamento del punto di sospensione lungo le direzioni orizzontali x e z registrate dai sensori di posizione LVDT e dagli accelerometri. Le misure sono state compiute sulle sospensioni mode cleaner (MC), west end (WE) e west input (WI) durante le due diverse condizioni del mare.



Fig.20a: Densità spettrali lineari dello spostamento orizzontale x e z del punto di sospensione del pendolo multiplo delle sospensioni mode cleaner, west end e west input ottenute dai sensori LVDT situati sui rispettivi top stage. Le misurazioni sono state effettuate durante i periodi di mare mosso (linee rosse) e di mare calmo (linee blu).



Fig.20b: Densità spettrali lineari dell'accelerazione orizzontale $x \in z$ dei top stage delle sospensioni mode cleaner, west end e west input durante le condizioni di mare mosso (linee rosse) e di mare calmo (linee blu).

Le stesse considerazioni riguardanti la misura con gli episensori a terra sono ancora valide per il top stage. L'effetto dell'attività del mare risulta tuttavia più marcato con la misurazione degli LVDT poiché questi sensori effettuano una misura relativa tra il filtro 0 ed il terreno. Ricordiamo infatti che sul top stage agisce il controllo inerziale e, di conseguenza, nei limiti dei guadagni dei loop, esso, e quindi la bobina primaria dell'LVDT, è fermo rispetto alle stelle fisse. La bobina secondaria, solidale alla struttura di sicurezza, risente invece completamente del rumore sismico (vedi par. III.III). Gli accelerometri, rilevando invece lo spostamento inerziale del filtro 0 sono meno sensibili al rumore sismico. Il confronto risulta più chiaro se i due tipi di misura (posizione e accelerazione) vengono convertiti entrambi in velocità. Per far ciò è sufficiente moltiplicare le densità spettrali lineari di posizione ed accelerazione rispettivamente per la pulsazione ed il suo inverso. Una volta ottenuti nei due diversi periodi i valori in velocità, abbiamo operato un confronto tra le misure di rms ricavate su diverse bande di frequenza, utilizzando lo stesso procedimento applicato per gli episensori (vedi Fig.16). Le statistiche dei valori rms, riportate in Fig.21, mostrano dei valori nettamente superiori per i segnali registrati dai sensori LVDT. In particolare, su questi sensori, si evidenzia in modo più pronunciato l'effetto del mare a partire da circa 0.3 Hz. Dalla figura si può comunque evincere che anche i sensori disposti sul top stage, ed in particolare gli LVDT, sono in grado di rivelare gli effetti del rumore indotti dal mare. A questo proposito è possibile osservare dalla Fig.22 come esista un'alta correlazione tra l'andamento temporale dei valori rms dello spostamento orizzontale registrato dagli LVDT di uno dei top stage, dell'accelerazione sismica sul terreno (entrambi filtrati tra 0.1 e 1 Hz) e dell'altezza delle onde del mare.



Fig.21: Valori medi (con relative deviazioni standard rappresentate dalle barre) della distribuzione degli rms della velocità del punto di sospensione lungo il modo orizzontale *x* misurate rispetto a terra (LVDT) e rispetto ad un sistema inerziale (accelerometri). I risultati, relativi al top stage della west end, sono rappresentati al variare della frequenza massima di filtraggio e mantenendo la frequenza minima costante a 0.08 Hz. Ogni valore medio di rms è stato ottenuto da 700 fette temporali di 16 secondi equamente distribuite su circa 12 ore di mare mosso e altrettante di mare calmo.



Fig.22: Valori rms dell'accelerazione orizzontale del terreno ($Em_SEBDCE01$) e dello spostamento del top stage del mode cleaner lungo il modo traslazionale *x* (LVDT). Entrambi i segnali sono filtrati tra 0.1 ed 1 Hz e normalizzati con un valore che consenta di operare un semplice confronto con l'altezza delle onde del mare.

IV.IIb – Effetti sugli specchi

In Fig.29 sono riportate le densità spettrali lineari dei movimenti angolari degli specchi intorno all'asse orizzontale (*tx*) e verticale (*ty*) giacenti sul piano dello specchio. Le misure sono ottenute dal segnale di errore residuo misurato dai PSD dei controlli locali durante le situazioni di mare mosso e di mare calmo e riguardano le tre sospensioni già esaminate al livello del top stage (mode cleaner, west end e west input). La risposta degli specchi alla variazione delle condizioni sismiche differisce da torre a torre. Queste differenze sono giustificate sia dalle diverse sospensioni (il mode cleaner è sospeso da una catena di solo due filtri) che dalla performance dei controlli attivi, che può variare nel corso della messa a punto dell'apparato sulle diverse sospensioni. L'unica conclusione è che, relativamente ai filtri dei controlli locali che erano in azione durante le nostre misure, il mare mosso sembra influenzare alcuni modi di risonanza delle strutture sottostanti. Solo nel caso dei movimenti angolari dello specchio WI intorno all'asse verticale sembra esserci un effetto generalizzato che investe la zona di frequenze tra i 200 ed i 500 mHz.



Fig.29: Densità spettrale lineare dei movimenti angolari tx e ty degli specchi situati sulle tre sospensioni mode cleaner, west end e west input misurate dai PSD dei controlli locali durante le condizioni di mare calmo (in blu) e di mare mosso (in rosso).

Gli effetti del vento sono riscontrabili anche sui segnali di correzione spediti sulla massa di riferimento con la funzione di correggere gli spostamenti longitudinali degli specchi per mantenere il locking dell'apparato. Come risulta evidente nella Fig.30 quando il mare è mosso si riscontra sullo specchio della power recycling una maggiore intensità delle forze di controllo lungo il fascio ottico nella zona di frequenze intorno a 300 mHz.



Fig.30: Densità spettrale lineare del segnale di correzione lungo il fascio ottico fornito all'attuatore bobinamagnete agente sullo specchio power recycling. La misura è stata effettuata durante la situazione di mare calmo (linea blu) e quella di mare mosso (linea rossa).

Dalla forza effettuata sullo specchio (proporzionale al segnale di correzione) è possibile stabilire quanto questo venga spostato orizzontalmente lungo l'asse ottico. Una volta misurata la calibrazione in DC che lega lo spostamento dello specchio al voltaggio applicato alle bobine di correzione (circa 12 μ m/V) è possibile infatti ricavare lo spostamento dello specchio, considerando la funzione di trasferimento meccanica del pendolo semplice che costituisce l'ultimo stadio della sospensione (con una frequenza fondamentale di 0.6 Hz). La densità spettrale lineare della posizione è stata poi convertita in quella di velocità (moltiplicando il suo valore per la pulsazione) e quindi confrontata con lo spettro della velocità nella stessa direzione ottenuta dagli accelerometri presenti sul filtro 0 (dividendo la densità spettrale lineare dell'accelerazione per la pulsazione).

Le diverse condizioni del mare influiscono sia sulla velocità dello specchio che su quella del top stage all'incirca nella stessa misura (Fig.31). Questo è dovuto alla scarsa attenuazione della catena dei pendoli nella regione di frequenze influenzate dal mare. Si può anzi osservare che tra circa 0.1 e 0.6 Hz la velocità dello specchio risulta lievemente maggiore di quella del filtro 0.⁵ A partire da circa 1 Hz, l'effetto del pendolo multiplo comincia a manifestarsi rendendo la velocità dello specchio decisamente inferiore.



Fig.31: Densità spettrale lineare della velocità del top stage e dello specchio lungo l'asse ottico della sospensione power recycling, ottenute rispettivamente dagli accelerometri presenti sul filtro 0 e dal segnale di correzione dello specchio.

Come per le distribuzioni del sisma al livello del suolo rilevate dagli episensori, anche il valore rms della velocità dello specchio tra 0.1 e 1 Hz durante gli stessi periodi esibisce una distribuzione tipica di una variabile quadratica, senza misurazioni che si discostano significatamene dal rispettivo valore medio (Fig.32).

⁵ In realtà bisogna tenere conto del fatto che lo spostamento dello specchio della power recycling tende a compensare tutte le sorgenti di rumore che determinano uno spostamento dalla condizione di risonanza del fascio nella cavità di ricircolo. Al rumore sismico dello specchio in questione si sommano i rumori sismici degli altri specchi ed i rumori di natura ottica.



Fig.32: Distribuzioni dei valori rms della velocità dello specchio di power recycling lungo il fascio ottico tra 0.1 e 1 Hz. Ciascuno degli istogrammi è stato ottenuto da 700 misurazioni di rms durante due periodi di 12 ore con mare mosso (in rosso) e mare calmo (in blu).

IV.III – Rumore sismico generato dal vento

La pressione generata dal vento sul suolo e sulle strutture fissate ad esso (edifici, alberi etc.) causa delle vibrazioni del terreno a bassa frequenza concentrate nella banda tra 0.01 e 1 Hz. A differenza però di altre fonti di rumore sismico, come ad esempio quello dovuto al mare, sembra che l'attività del vento non dia origine a delle vere e proprie onde sismiche ma solamente induca una lieve oscillazione della superficie del suolo su cui incide.

IV.IIIa – Relazione tra l'attività del vento e quella del mare

Dato che il moto ondoso del mare è generato dall'azione del vento sulla sua superficie, viene naturale supporre che vi sia una diretta correlazione tra la velocità del vento in prossimità delle coste e l'altezza delle onde mare e quindi anche tra le due fonti di rumore sismico. Come verrà confermato anche dalle osservazioni sperimentali quest'ultima affermazione non è completamente vera. La formazione delle onde non dipende infatti unicamente dalla velocità del vento, ma anche da almeno due altri fattori, quali la sua persistenza ed il "fetch", ovvero il tratto di mare sul quale il vento agisce con direzione ed intensità costanti.

Il primo obbiettivo è quello di caratterizzare il vento che agisce sul sito di VIRGO, individuando legami con quello misurato in prossimità delle coste vicine e possibili fenomeni localizzati dovuti alla geografia locale (ad esempio a causa della vicinanza di alcuni monti). Le misure di direzione e velocità del vento effettuate sul sito per un periodo di circa due anni sono state confrontate con quelle pervenute da un altro rivelatore di vento in prossimità della costa di Livorno⁶. I due istogrammi polari di Fig.33 mostrano, nei due casi, la direzione di provenienza del vento con associate le velocità medie lungo ogni direzione. Il vento forte sul sito risulta pervenire con un angolo spostato di circa 30 gradi in direzione West rispetto al mare. Inoltre, sul sito, si registra con maggiore frequenza un vento forte proveniente da Est.



Fig.33: Diagrammi polari (calcolati per fette di circa 5°) della direzione di provenienza del vento misurata sulla costa di Livorno (43° 32' N 10° 17' E) e sul sito di VIRGO, con le relative velocità medie (vedi scala dei colori). L'elaborazione sulla costa di Livorno da noi effettuata è stata eseguita utilizzando i dati, campionati ad intervalli di un'ora durante un periodo di 7 anni, forniti dalla rete Mareografica Nazionale RMN <u>http://www.idromare.com</u>. Sul sito è stata invece eseguita una campionatura ad intervalli di 15 minuti in un periodo di 2 anni.

L'andamento temporale del modulo della velocità del vento misurata durante un periodo di circa tre mesi (vedi Fig.34) evidenzia una correlazione tra le rilevazioni sui due diversi siti. Non risulta invece un rapporto diretto tra la velocità del vento e l'attività del mare. Se ad

⁶ Pur essendo distanti tra loro circa 60 km, le condizioni del mare dovrebbero essere circa le stesse anche sui tratti di mare più vicini a Livorno. L'alta correlazione tra l'altezza delle onde a La Spezia e l'attività sismica dovuta al mare rilevata a VIRGO (vedi Fig.22) si spiega infatti solo se anche nei tratti di mare più vicini al sito, come appunto Livorno (distante circa 15-20 km), si hanno condizioni di mare analoghe.

esempio si osserva il periodo compreso tra il 4/10/05 ed il 4/12/05, durante il quale il vento ha raggiunto la massima velocità riscontrata nell'anno 2005 (quasi 50 km/h), il moto ondoso tende addirittura ad attenuarsi. Sembrerebbe invece che le onde del mare tendano a crescere quando il vento risulta intenso e proviene da Est (per esempio durante il periodo compreso tra il 4/19/05 ed il 4/21/05). La somiglianza dei grafici temporali consente di escludere le formazioni localizzate di vento nella zona di VIRGO.



Fig.34: Direzione e velocità del vento sulla costa di Livorno e a VIRGO confrontate con l'altezza delle onde a La Spezia durante un periodo di circa due mesi.

IV.IIIb – Risposta delle sospensioni al sisma generato dal vento

Durante il giorno più ventoso dell'anno 2005 (11 Aprile) il mare risulta calmo. E' quindi possibile studiare l'effetto del vento sulle sospensioni in assenza del rumore sismico indotto

dal mare. In Fig.35 sono riportate le densità spettrali lineari dello spostamento dei punti di sospensione lungo le direzioni orizzontali x e z misurate in questo giorno dagli LVDT e dagli accelerometri del mode cleaner, della west end e della west input. Le misure sono confrontate con quelle ottenute in un giorno con assenza di vento e con il mare calmo.



Fig.35: Densità spettrali lineari di spostamento e di accelerazione del punto di sospensione del pendolo multiplo lungo le direzioni orizzontali x e z, registrate rispettivamente dagli LVDT e dagli accelerometri disposti sui top stage mode cleaner (MC), west end (WE) e west input (WI). Le linee rosse sono relative alle misure compiute in condizioni di vento forte e quelle blu in assenza di vento.

Il contributo dovuto al vento è distribuito in una banda molto più ampia di frequenze rispetto al caso del mare. Gli effetti sono infatti ben visibili tra almeno 0.01 Hz ed 1 Hz e sembrano estendersi fino a circa 10 Hz per quanto riguarda alcuni degli accelerometri.

Una conferma con più ampia statistica si ha dalla Fig.36, dove sono riportate le medie delle distribuzioni dei valori rms dello spostamento orizzontale lungo la direzione *x* del top stage della west end registrati dai sensori LVDT. Le misure ripetute dei valori rms sono state compiute in tre periodi di 12 ore con condizioni rispettivamente di mare mosso, vento forte ed in assenza di entrambe le sorgenti di rumore. I valori rms, calcolati ad intervalli di frequenza crescenti (mantenendo la frequenza minima di filtraggio a 0.008 Hz), dimostrano infatti che il sisma generato dal vento contribuisce alla misura di spostamento già a partire da almeno 0.01 Hz.



Fig.36: Valor medio delle distribuzioni degli rms dello spostamento del modo orizzontale x del punto di sospensione del pendolo multiplo registrati dai sensori LVDT durante le condizioni di vento intenso e mare calmo, mare mosso e vento debole ed in assenza di entrambe le sorgenti di rumore sismico. I valori sono stati calcolati in funzione della frequenza massima di filtraggio (*fmax*). I risultati sono stati ottenuti per ogni condizione attraverso 300 campionamenti di 150 secondi, per un periodo totale di circa 12 ore.

Alle frequenze interessate dall'azione del vento si riscontra una maggiore coerenza tra gli LVDT delle sospensioni presenti all'interno dell'edificio centrale (Fig.37). Le stesse misure di coerenza effettuate tra sospensioni distanti forniscono valori di coerenza trascurabili (inferiori a 0.1). Questo confermerebbe il fatto che il sisma generato dal vento non si propaga mediante delle onde sismiche su vaste aree come accade per il mare, ma causa solamente una perturbazione localizzata.



Fig.37: Coerenza tra i segnali provenienti dagli LVDT che misurano gli spostamenti orizzontali rispetto a terra di alcuni dei top stage presenti nell'edificio centrale (injection bench, power recycling, beam splitter, west input e north input) durante le condizioni di vento forte (linee rosse) e in assenza di vento (linee blu).

L'effetto del vento sui movimenti angolari *tx* e *ty* degli specchi risulta meno evidente rispetto a quanto appena osservato sui top stage. Le densità spettrali lineari degli spostamenti angolari dei tre specchi mode cleaner, west end e west input, già studiate al livello del top stage, sono riportate in Fig.38. Gli effetti si manifestano in maniera analoga al top stage, cioè interessando l'intera banda tra 0.01 ed 1 Hz, solamente nel caso del mode cleaner. Sulle altre due torri gli effetti del vento sui moti angolari si evidenziano solo nella zona intorno ai 200-300 mHz. La maggiore sensibilità del mode cleaner è dovuta probabilmente alle differenze sul suo pendolo invertito, il quale, come per tutte le altre torri corte, è progettato per avere le due frequenze di risonanza orizzontali intorno ai 100 mHz (contro le poche decine di mHz delle sospensioni lunghe).



Fig.38: Densità spettrali lineari dei movimenti angolari tx e ty dei tre specchi mode cleaner, west end e west input con vento forte (linee rosse) e in assenza di vento (linee blu).

E' stata infine misurata la densità spettrale lineare della velocità dello specchio della power recycling lungo il fascio ottico durante le due diverse condizioni di vento (Fig.39). La misura è stata ottenuta dalla forza di correzione agente sullo specchio seguendo lo stesso procedimento adottato nel paragrafo IV.IIb. L'azione del vento risulta ben evidente alle frequenze inferiori della risonanza dell'ultimo stadio uguale a circa 0.6 Hz.



Fig.39: Densità spettrale lineare dello velocità dello specchio di power recycling durante le condizioni di vento forte e vento debole.

Conclusioni

Gli effetti del rumore sismico indotti dal mare mosso e dal vento sul terreno, sullo stadio superiore delle sospensioni e sugli specchi dell'interferometro sono stati misurati e caratterizzati con ampia statistica. Grazie ai sistemi di controllo attivo ed al filtraggio delle sospensioni antisismiche gli spostamenti registrati al livello degli specchi, e quindi sull'interferometro, non si discostano troppo da quelli misurati in condizioni ambientali normali. In particolare le correzioni longitudinali degli specchi durante i periodi di maggiore eccitazione sono molto simili a quelle misurate durante le condizioni normali di operazione. Sui gradi di libertà angolari si registra tuttavia l'eccitazione di alcune risonanze della catena di sospensione. Nei periodi in cui il mare è molto mosso si è potuto osservare, durante l'attività di commissioning, che l'eccitazione di queste risonanze può rendere difficoltoso il raggiungimento ed il mantenimento del locking dell'interferometro, limitando il tempo di funzionamento dell'antenna. Sono ad oggi in fase di implementazione migliorie nei controlli locali degli specchi atte a smorzare le risonanze in questione.

Referenze

[1] P.R.Saulson, *Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors*, World Scientific (1994).

- [2] J.Taylor et al., Nature, **355**, 133 (1992).
- [3] L.P.Grinshchuk et al., *Gravitational wave Astronomy: In anticipation of first sources to be detect*, Phys.Usp., **44**:1-51 (2001).
- [4] D.E.McClelland et al., Class. Quantum Grav., 23, 41 (2006).
- [5] D.Sigg et al., Class. Quantum Grav., 23, 51 (2006).
- [6] H.Lück et al., Class. Quantum Grav., 23, 71 (2006).
- [7] B.Willke et al., Class. Quantum Grav., 23, 207 (2006).
- [8] P.Astone et al., Class. Quantum Grav., 23, 169 (2006).
- [9] A.Vinante et al., Class. Quantum Grav., 23, 103 (2006).
- [10] L.D.Landau, E.M.Lifšits, *Teoria dei campi*, Editori Riuniti Edizioni Mir (1976).
- [11] V.Kalogera et al., Astrophys. 556 (2001) 340 (e referenze allegate).
- [12] C.Palomba, astro-ph, 0003321 (2000).
- [13] S.Braccini et al., The VIRGO suspensions, Class. Quantum Grav., 19, 1623 (2002).
- [14] A.Brillet et al., "Advantaged techniques: recycling and squeezing", in The detection of
- gravitational waves, D.G.Blair Ed. Cambridge University Press, New York (1991).
- [15] P.R.Saulson, Phys. Rev., 42-8, 2437-2445 (1990).
- [16] G.E. Uhlenbeck, L.S.Ornstein, Phys. Rev., 36, 823 (1930).
- [17] F.Acernese et al., Class. Quantum Grav., 23, 85 (2006).
- [18] I.Fiori et al., Seismic noise characterization at VIRGO, Private Communication, (2003).
- [19] M.Beccaria et al., Relevance of newtonian seismic noise for interferometer sensitivity,
- Class. Quantum Grav., 15, 3339 (1998).
- [20] K.S.Thorne, Phys. Rev. D, 58, 122002 (1998).
- [21] M.Punturro et al., VIRGO Internal Report No. VIR-NOT-PER-1390-51 (2004).
- [22] F.Acernese et al., Class. Quantum Grav., 23, 63 (2006).
- [23] P.A.Ruggi, L'attenuazione del rumore sismico nel rivelatore di onde gravitazionali
- VIRGO, Tesi di Laurea, Dipartimento di Fisica, Università degli Studi di Pisa (2003).
- [24] M.Beccaria et al., Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A **394** (3), 397 (1997).
- [25] G.Losurdo et al., An inverted pendulum preisolator stage for the VIRGO suspension system, Rev.Sci.Instrum, **70** (5), 2507 (1999).

[26] G.Losurdo et al., *Inertial control of the VIRGO interferometer for gravitational wave detection*, Rev.Sci.Instrum, **72** (9), 3653 (2001).

[27] G.Ballardin et al., *Measurement of the VIRGO Superattenuator performance for seismic noise suppression*, Rev. Sci. Instrum., **72** (9), 3643 (2001).

[28] A.Bernardini et al., Suspension last stages for the mirrors of the VIRGO interferometric gravitational wave antenna, Rev. Sci. Instrum, **70**, 3643 (1999).

[29] F.Acernese et al., A local control for the test masses of the VIRGO gravitational wave detector, Astroparticle Physics, **20**, 617 (2004).

[30] I.Fiori, F.Frasconi, *Effect of Wind on Mirror Suspensions*, Private Communication (2005).

[31] H.Hoffmann, J.Winterflood, Y.Cheng, D.G.Blair, *Cross-Correlation Studies with Seismic Noise*, Class. Quantum Grav. **19** 1709-1716, (2002).

[32] B.T.R.Lewis, M.L.Dorman, Seismic noise on basalt and sediment seafloor, http://faculty.washington.edu/blewis/papers/noise/paper.html.