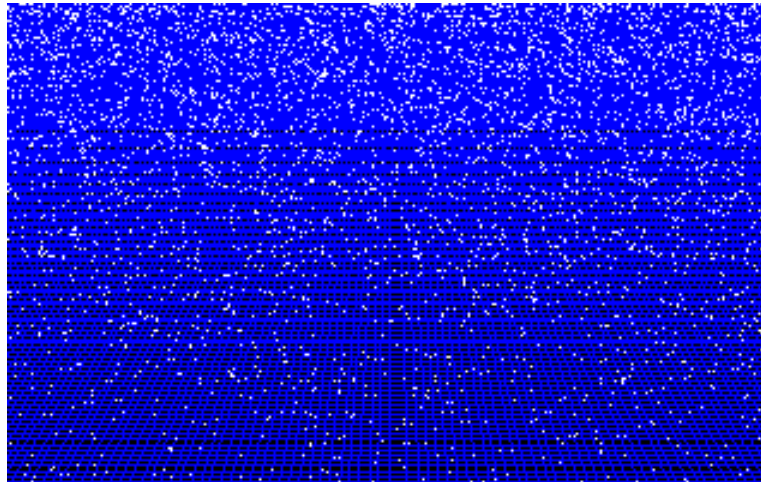


Nuclear energy

FEW course

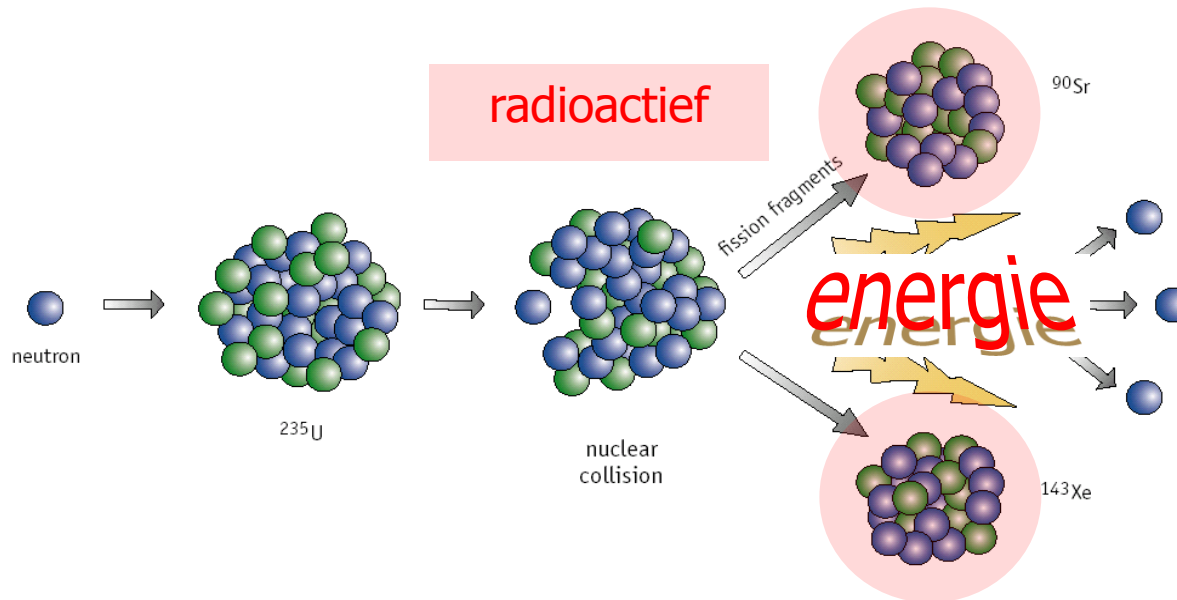


Jo van den Brand
www.nikhef.nl/~jo/ne
March 28, 2011

Inhoud

- **Jo van den Brand**
 - Email: jo@nikhef.nl URL: www.nikhef.nl/~jo
 - 0620 539 484 / 020 598 7900, Kamer T2.69
- **Book**
 - **Elmer E. Lewis, Fundamentals of Nuclear Reactor Physics**
 - Week 1 Nuclear reactions, neutron interactions
 - Week 2 Neutron distributions in energy
 - Week 3 Reactor core, reactor kinetics
 - Week 4 Neutron diffusion, distribution in reactors
 - Week 5 Energy transport
 - Week 6 Reactivity feedback, long-term core behavior
 - Week 7 Nuclear fusion
 - Website: www.nikhef.nl/~jo/ne
- **Werkcollege**
 - Woensdag, Mark Beker (mbeker@nikhef.nl)
- **Tentamen**
 - 23 mei 2011, 8:45 – 11:45 in HG-10A05
 - Herkansing: 22 augustus 2011, 8:45 – 11:45
 - Beoordeling: huiswerk 20%, tentamen 80% (alles > 5)

Kernsplijting



Splijting van **1 gram uranium** levert evenveel energie als
het verbranden van **2500 liter benzine**
of **3000 kilogram kolen**

Kernreactor versus kolencentrale (1 GW(e)):

- 20 ton uranium **per jaar**
- 10.000 ton kolen **per dag** (5% wordt as, de rest CO_2)

alle elektriciteit in Nederland nucleair: 0,4 gram uranium verspleten (=afval) per gezin per jaar

'Borssele' produceert 1,3 m³ afval per jaar



Definities

Kern: onderdeel van een atoom. Kernen worden ook nucleiden genoemd

Kern is een dicht quantumsysteem van nucleonen (verzamelnaam voor protonen en neutronen)

Proton: kern van waterstofatoom (positief geladen, spin $\frac{1}{2}$)

$$m_p = 1.67262 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Neutron: neutraal deeltje (spin $\frac{1}{2}$) $m_n = 1.67493 \times 10^{-27} \text{ kg}$
(waarom geen gebonden toestand van p en e ?)

Atoomgetal Z is het aantal protonen in de kern $Z = N_p$

Neutrongetal N is het aantal neutronen in de kern $N = N_n$

(Atomair) massagetal A is het aantal nucleonen in de kern $A = Z + N$

Notatie voor een nucleide (met X als chemisch symbool)



Z bepaalt aantal elektronen en dus het type element (isotopen) $^{11}_6\text{C}$, $^{12}_6\text{C}$, $^{13}_6\text{C}$, $^{14}_6\text{C}$, $^{15}_6\text{C}$

Natuurlijke abundantie op Aarde is 98.9% natuurlijk $^{12}_6\text{C}$ en ongeveer 1.1% is $^{13}_6\text{C}$

Massawaarde die je in Periodiek Systeem vindt, is het gemiddelde

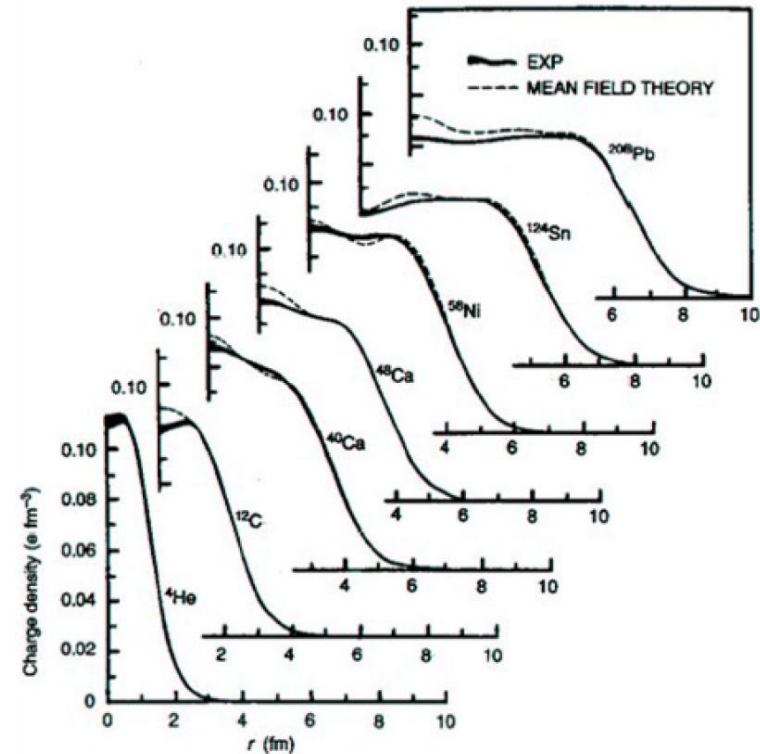
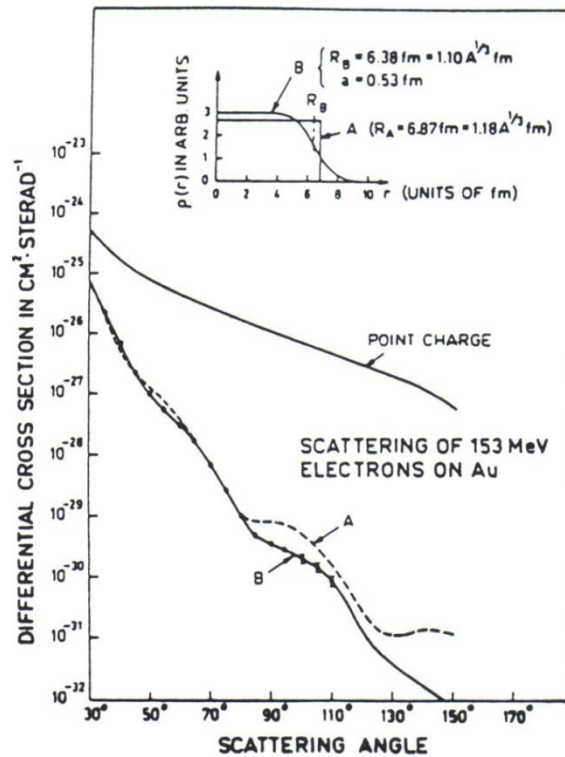
Structuur van kernen

Ladingsverdeling van kernen is gemeten met elektronenverstrooiing

Ruwe benadering

$$r \approx (1.2 \times 10^{-15} \text{ m})(A^{\frac{1}{3}})$$

$10^{-15} \text{ m} = 1 \text{ femtometer} = 1 \text{ fermi}$



Eigenschappen van kernen

Massa's van isotopen zijn bepaald met massaspectrometers

Unified atomic mass unit [u]: massa $^{12}_6\text{C}$ atoom is 12.000000 u

We vinden dan

TABLE 41–1 Masses in Kilograms, Unified Atomic Mass Units, and MeV/c²

Object	Mass		
	kg	u	MeV/c ²
Electron	9.1094×10^{-31}	0.00054858	0.51100
Proton	1.67262×10^{-27}	1.007276	938.27
^1_1H atom	1.67353×10^{-27}	1.007825	938.78
Neutron	1.67493×10^{-27}	1.008665	939.57

Totaal impulsmoment van kern met spin I wordt gegeven door $\sqrt{I(I + 1)} \hbar$

Magnetische momenten van de kern worden gegeven in nuclear magneton

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$$

Metingen geven $\mu_p = 2.7928 \mu_N$

$$\mu_n = -1.9135 \mu_N$$

Neutron lijkt dus uit geladen deeltjes (quarks) te bestaan

Toepassingen als NMR en MRI zijn hierop gebaseerd

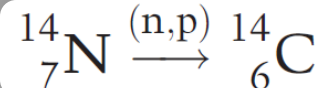
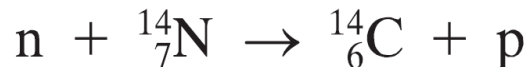
Kernreacties

Transmutatie: verandering van een kern naar een andere

Kernreactie: een kern botst met een andere kern (of een gamma, etc.)

Rutherford observeerde in 1919 de reactie ${}^4_2\text{He} + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$

Notatie



Behoudswetten gelden (ook baryon- en leptongetal)

Beschouw reactie $a + X \rightarrow Y + b$

Reactie energie of Q-waarde

$$Q = (M_a + M_X - M_b - M_Y)c^2$$

$$Q = K_b + K_Y - K_a - K_X$$

Indien Q-waarde positief (negatief): reactie is *exotherm* (*endotherm*)

Indien $Q < 0$, dan verloopt de reactie enkel als projectiel voldoende energie heeft

Indien $Q < 0$, spreken we over *drempelenergie*

Neutronen en kernen in een reactor bewegen *niet-relativistisch*

Bindingsenergie en kernkracht

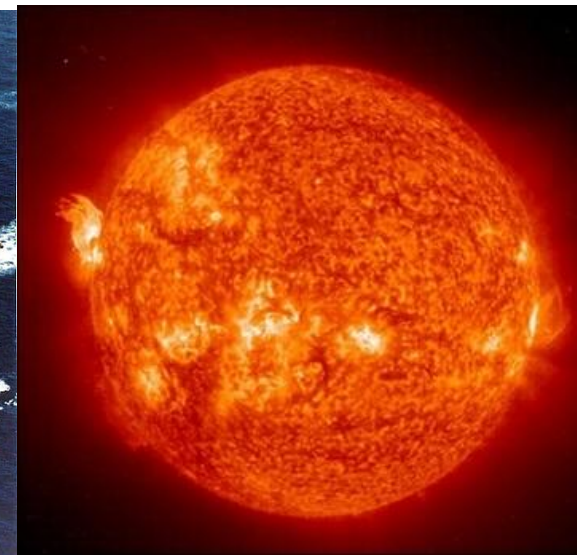
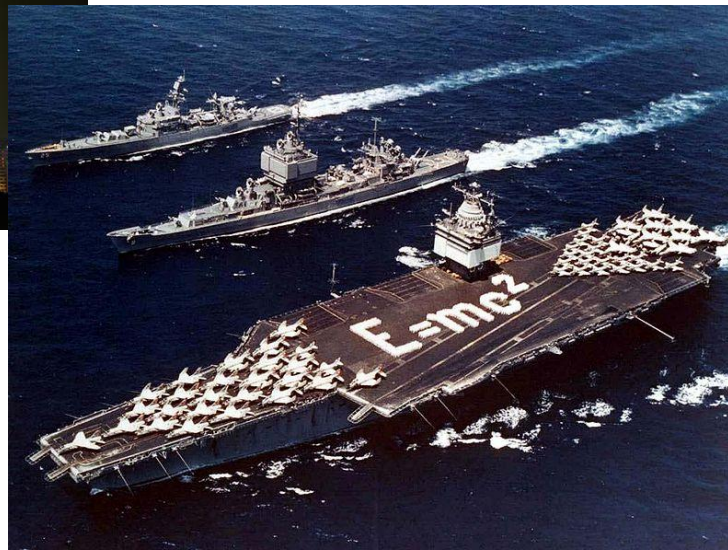
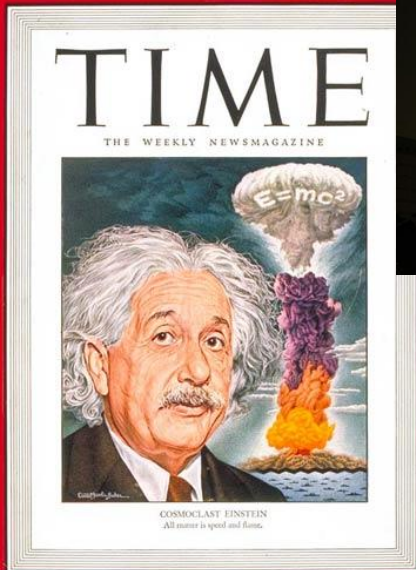
Massa kern is altijd kleiner dan de som van proton en neutron massa's

Dit massa-defect is de bindingsenergie van het systeem (voor ^4He : 28.3 MeV)

Deze energie komt vrij bij de vorming van het systeem (daarom straalt de zon)

Deze energie moet je erin stoppen als je het systeem wilt opbreken in delen

Dit is eigenlijk altijd zo: massa van waterstofatoom is 13.6 eV kleiner dan de som van proton en elektron rustenergie (effect is 1 op 10^8)



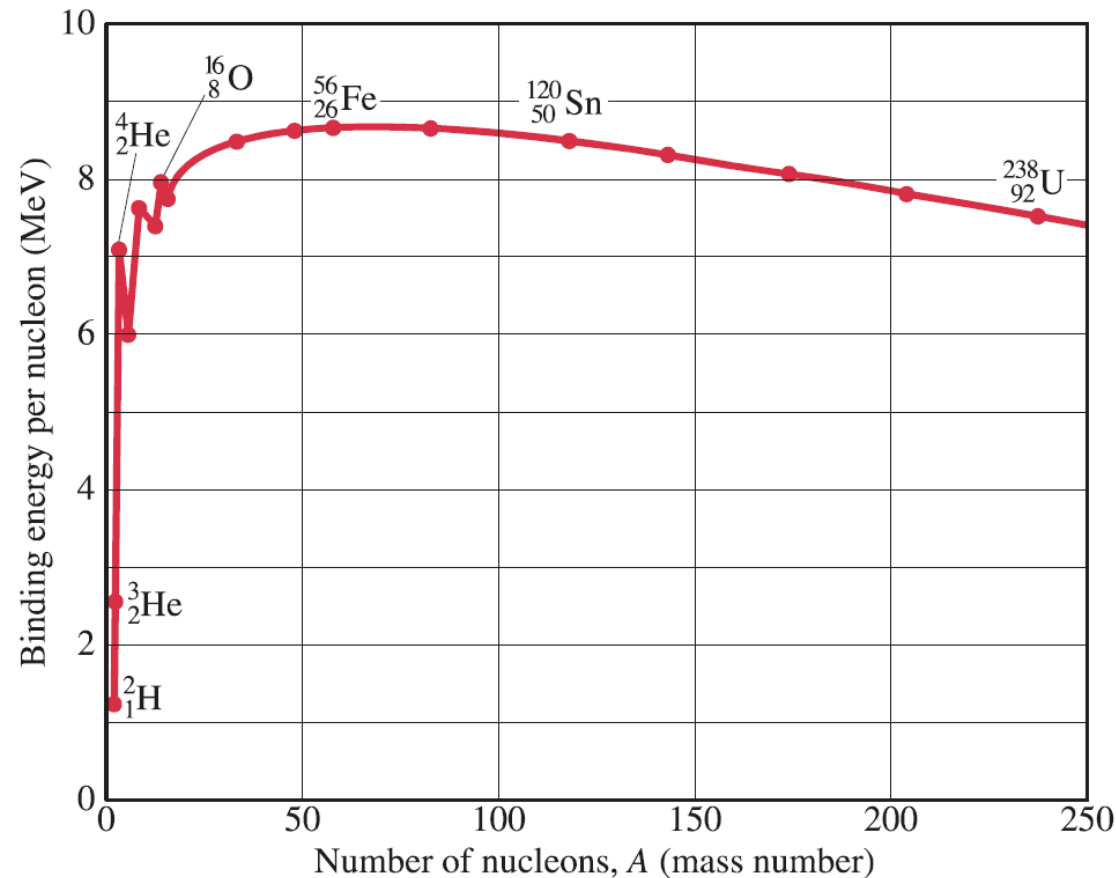
Bindingsenergie

Bindingsenergie per nucleon. Voor ${}^4_2\text{He}$ is dat $28.3 \text{ MeV} / 4 = 7.1 \text{ MeV}$

Curve (versus A) heeft een plateau bij 8.7 MeV per nucleon

Daling voor $A > 80$ toont dat zware kernen relatief minder gebonden zijn

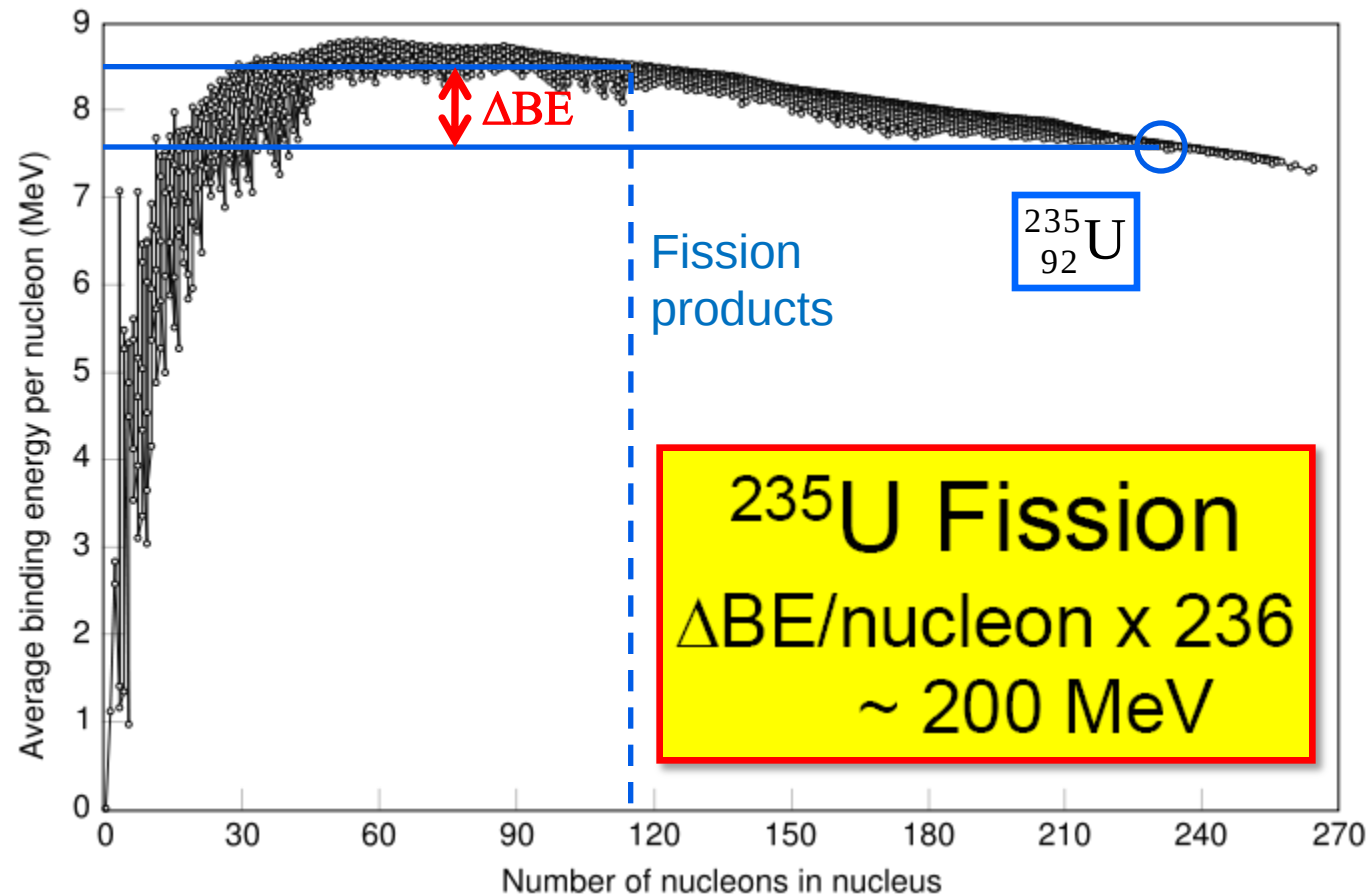
Dit verband is de basis voor kernsplijting en kernfusie



Bindingsenergie

Kernsplijting: neutron + uranium(235) $\rightarrow$ splijting + 200 MeV

Vergelijk met $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$ (4.0 eV)



Kernkracht

Nucleonen gebonden door sterke wisselwerking (kernkrachten)

Dracht: enkele femtometers

Ingewikkelde kracht: functie van $N - Z$, spin, spin-baan koppeling, etc.

Geen stabiele kernen voor $Z > 82$
vanwege elektrostatische afstoting

Stabiele kernen vervallen vanwege de
zwakke wisselwerking

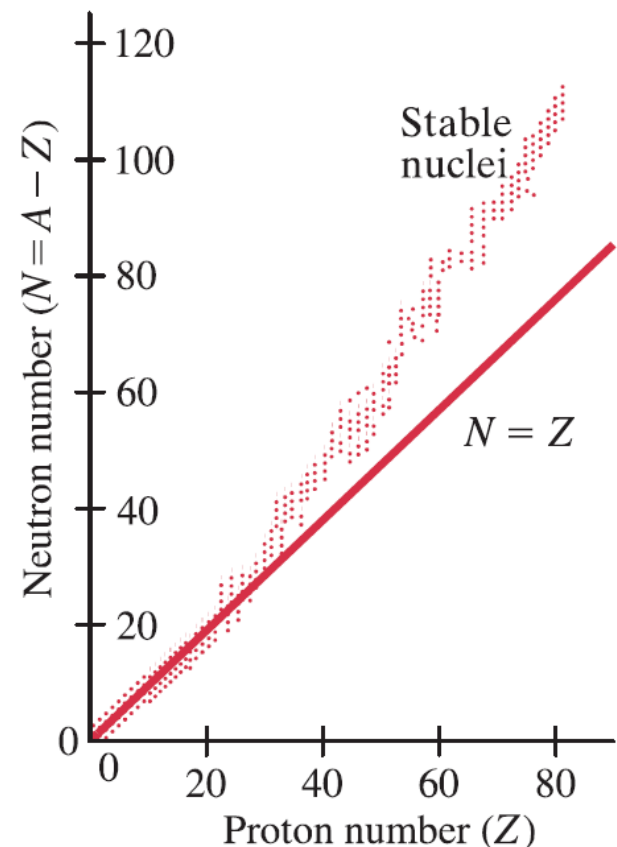
Er bestaan dus vier interacties

- gravitatie

- elektromagnetisme

- sterke wisselwerking

- zwakke wisselwerking



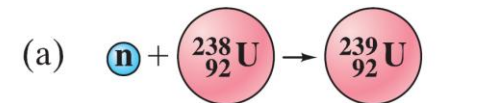
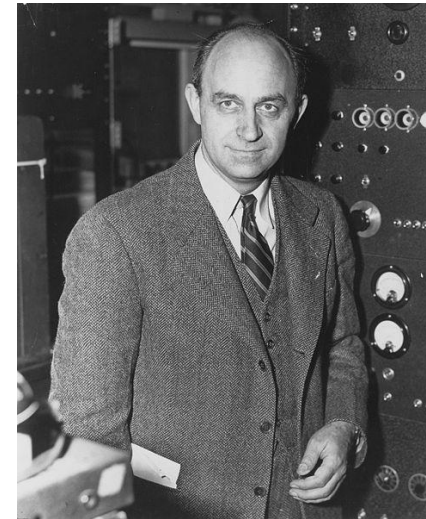
Fysica van neutronen

Enrico Fermi: neutronen zijn de geschiktste projectielen voor kernreacties om transmutaties te veroorzaken: ze zijn onderhevig aan de sterke wisselwerking, en hebben geen last van Coulombafstoting (zoals protonen en alfa-deeltjes)

Enrico Fermi: met uranium ($Z = 92$) kunnen nieuwe elementen kunnen geproduceerd worden

Transuranen: neptunium ($Z = 93$) en plutonium ($Z = 94$) werden gemaakt

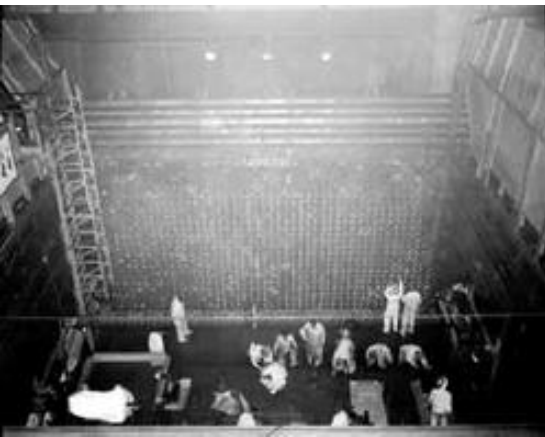
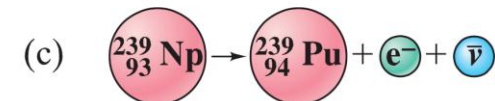
Behoudswetten gelden
(ook baryon- en leptongetal)



Neutron captured by ${}^{238}_{92}\text{U}$.



${}^{239}_{92}\text{U}$ decays by β decay to neptunium-239.



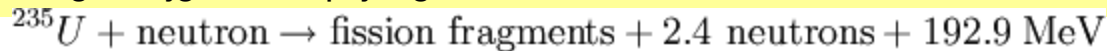
Splijting van ^{235}U

Verval van zware kernen kan geïnduceerd worden door absorptie van neutronen. Dat was voorspeld door Enrico Fermi en werd ontdekt door Otto Hahn, Lise Meitner en Fritz Strassmann (Dec.1938)

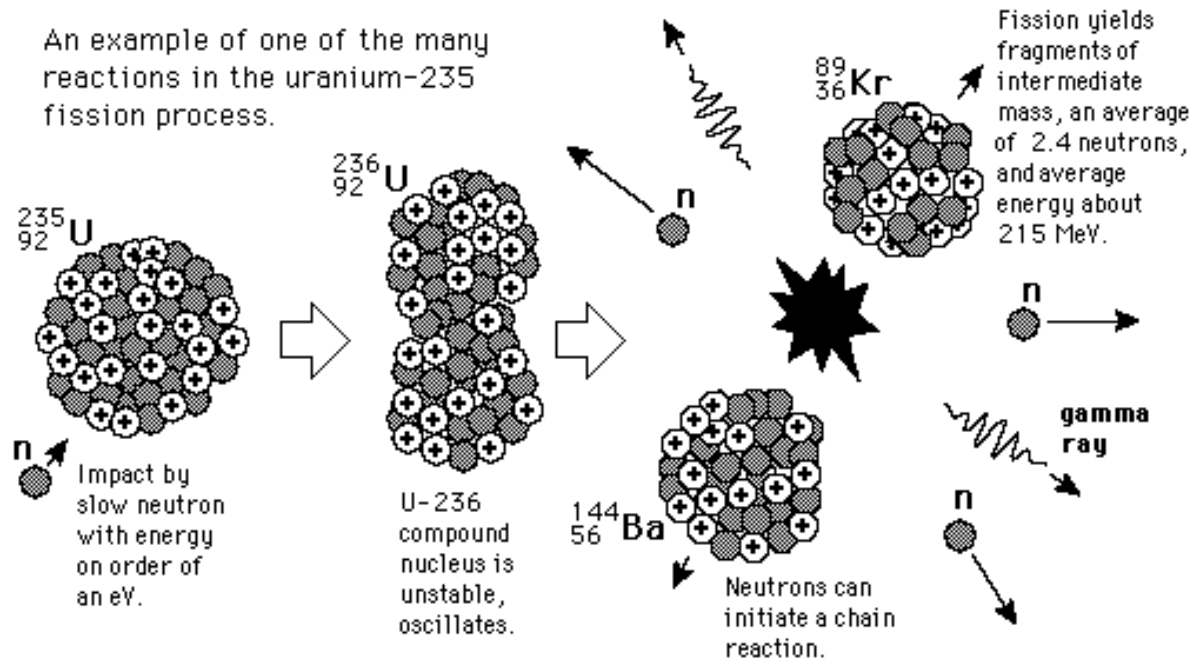
Verandering van elementen: verander lood in goud...

Sporen van Barium gevonden

Energie vrijgave in splijting van uranium



An example of one of the many reactions in the uranium-235 fission process.



Uranium Ore (0.7%)



Fuel Pellet (3.5%)

Kernsplijtingsreacties

Kernsplijting van uranium-235

Levert 200 MeV energie, 2 – 3 neutronen, 2 lichte kernen, gamma's, neutrino's

Ongeveer 80% van de energie is kinetische energie van splijtingsfragmenten

De rest gaat naar neutronen, beta-deeltjes, gamma's en neutrino's

De neutrino's ontsnappen uit de reactor.

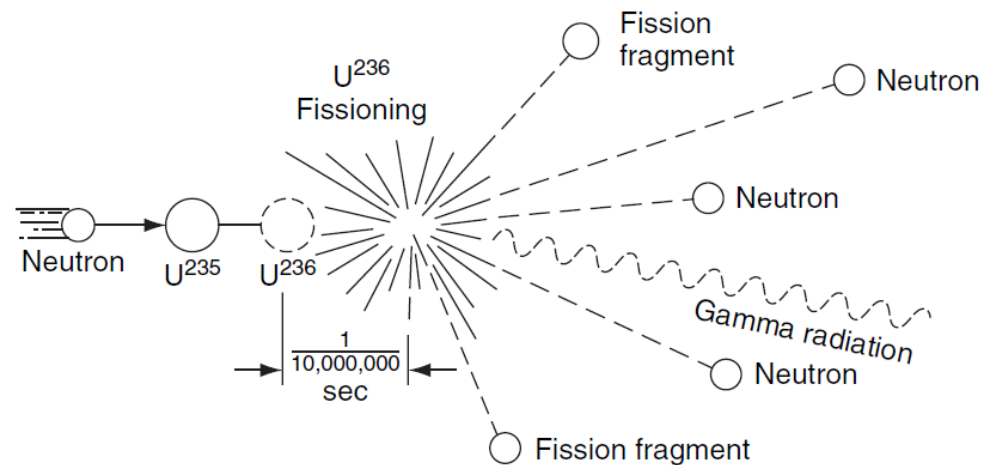
Merendeel van de energie (193 MeV per splijting) wordt geabsorbeerd

Mechanisme van energiedissipatie verschilt voor

splijtingsfragmenten

geladen deeltjes

fotonen, neutronen en neutrino's



Kettingreactie

Neutronen worden geboren in kernsplijting
Neutronen botsen met kernen

Als een neutron door *splijtbaar* materiaal wordt geabsorbeerd, kunnen er nieuwe neutronen gevormd worden

Dit proces kan zich herhalen en we spreken van een kettingreactie

De *vermenigvuldigingsfactor* k is de verhouding van splijtingsneutronen geboren in generatie i tot die in $i - 1$

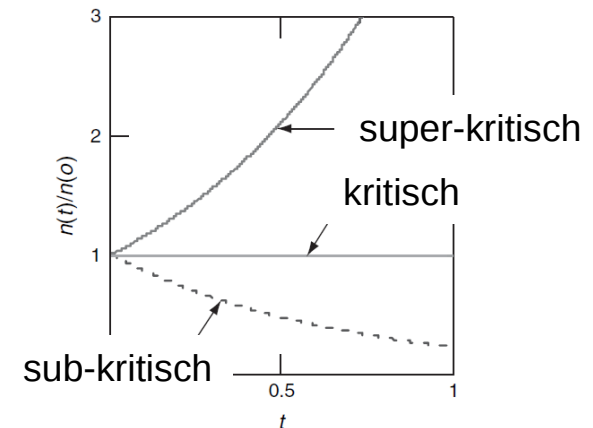
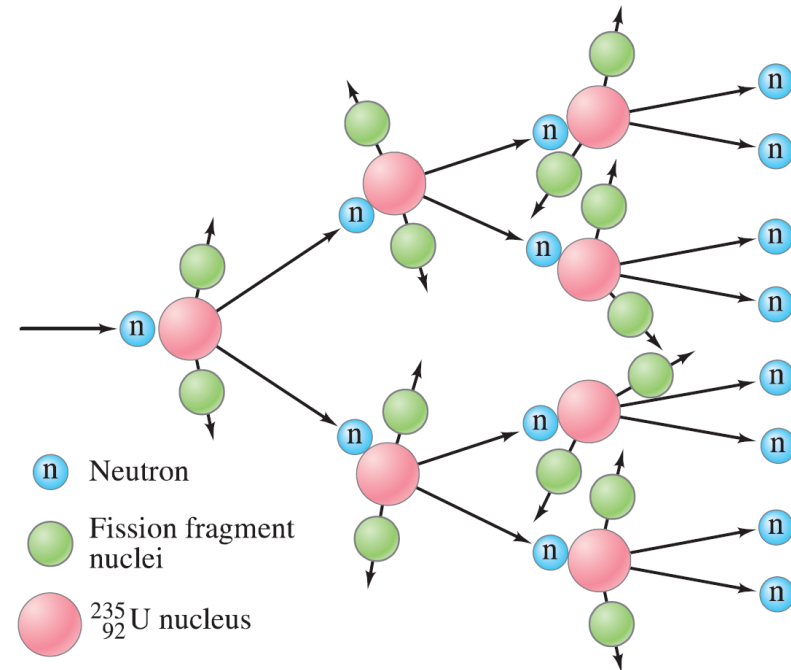
Stel n_0 is het aantal neutronen op tijdstip $t = 0$

De levensduur van neutronen noemen we l

Aantal neutronen op tijdstip t is dan $n(t) = n_0 k^{t/l}$

Als $k \approx 1$ geldt $n(t) = n_0 \exp[(k - 1)t/l]$

Regeling is mogelijk dankzij een kleine fractie *delayed* neutrons



Kernsplijting

Kernsplijting: ontdekt in 1938 door Otto Hahn en Fritz Strassmann

Verklaring door Lisa Meitner en Otto Frisch

door vloeistofdruppelmodel

Vloeistofdruppelmodel

Beschouw bijvoorbeeld

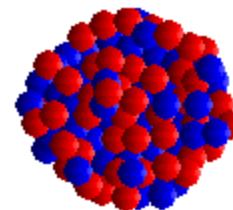
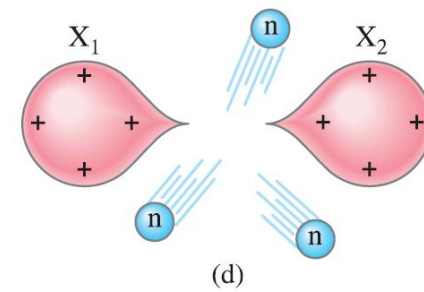
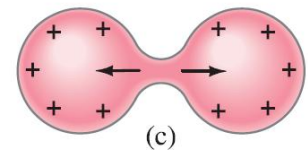
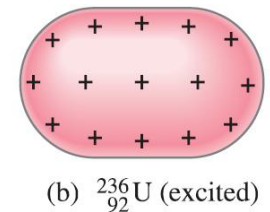
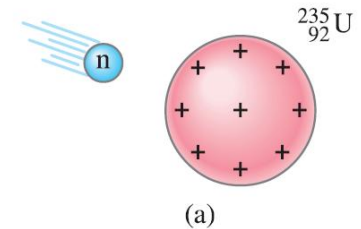


Absorptie van neutron resulteert in aangeslagen
compound kern ${}^{236}_{92}\text{U}$

Deze kern leeft 10^{-12} s en vervalst dan (Coulomb interactie) in
grote splijtingsfragmenten en enkele neutronen

Er komt $(8.5 - 7.6) = 0.9$ MeV / nucleon vrij (*236 = 200 MeV)

Dat is miljoenen keren hoger dan bij
conventionele reacties

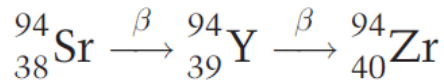
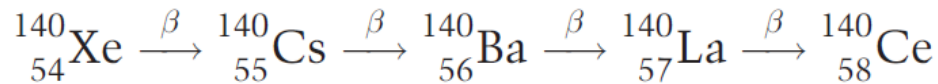


Splijtingsproducten

Splijtingsfragmenten zijn instabiel (neutronenoverschot)
Minder dan 1% van deze fragmenten vervallen door delayed emissie van neutronen

Dominant verval is beta-emissie in combinatie met gamma-emissie

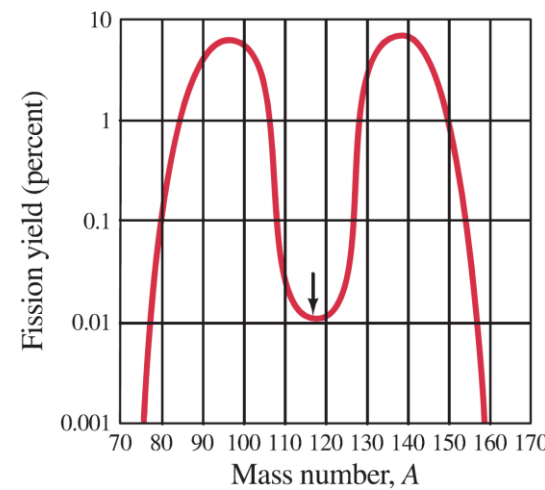
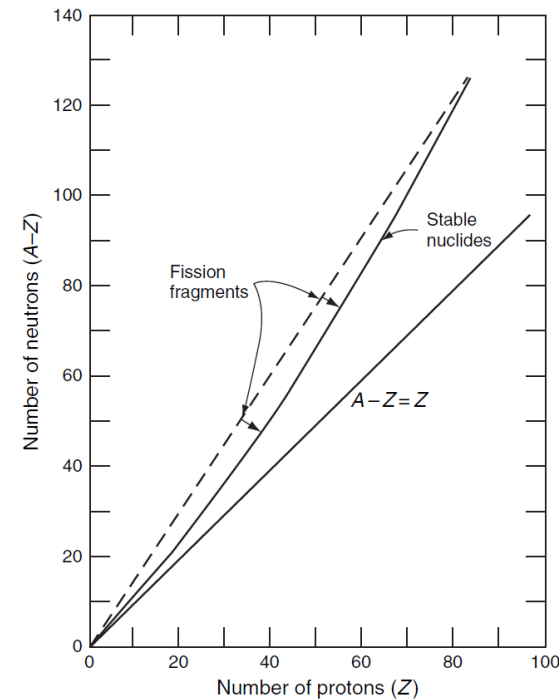
Vaak zijn vervalsreeksen belangrijk, bijvoorbeeld



De begin-stappen verlopen vaak het snelst

Er zijn meer dan 40 fragment-paren waargenomen,
met een lichte en een zware groep

Meer dan 200 verschillende splijtingsproducten
worden geproduceerd in een reactor



Splijtingsproducten

Ongeveer 8% van de 200 MeV splijtingsenergie wordt toegeschreven aan dit beta- en gammaverval (na shutdown moet een reactor gekoeld blijven!)

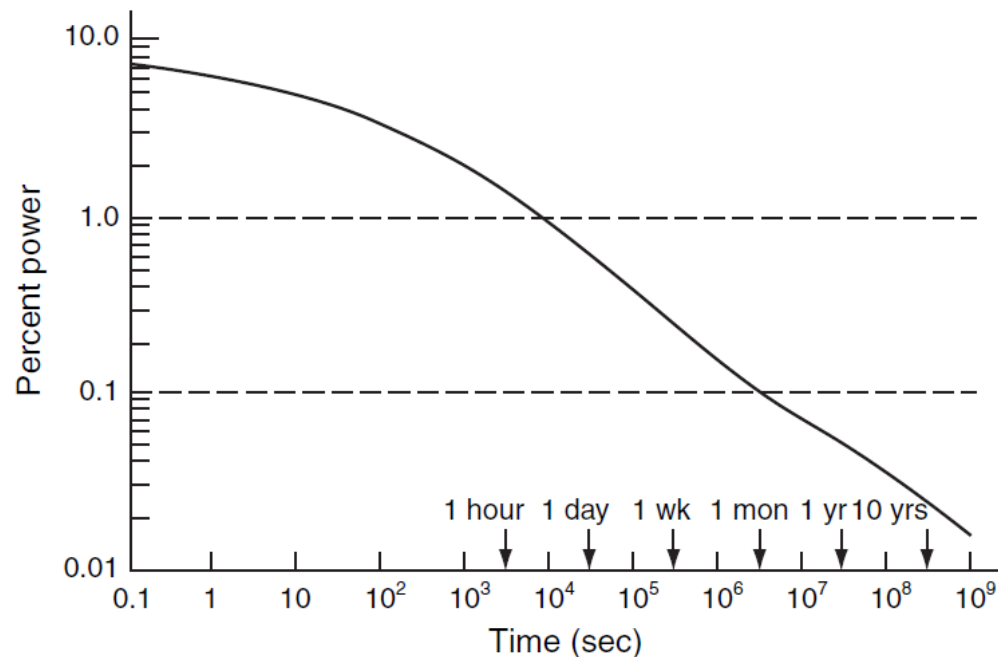
Verval-warmte wordt gegeven door de Wigner-Way relatie

$$P_d(t) = 0.0622 P_o \left[t^{-0.2} - (t_o + t)^{-0.2} \right]$$

$P_d(t)$ = power generation due to beta and gamma rays,
 P_o = power before shutdown,
 t_o = time, in seconds, of power operation before shutdown,
 t = time, in seconds, elapsed since shutdown.

Figuur: de verval-warmte voor een reactor die lange tijd heeft aan gestaan

Nog megawatt vermogen door verval op 1 maand na shutdown

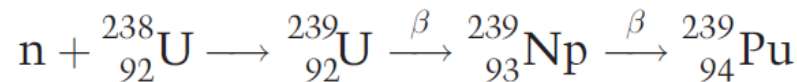


Fissile en fertile materiaal

Fissile (splijtbaar) materiaal kan kernsplijting ondergaan als het met neutronen wordt gebombardeerd

In de natuur is enkel ^{235}U (0.7% abundantie) splijtbaar; de rest ^{238}U

Fertile materiaal kan neutronen absorberen, om dan fissile te worden



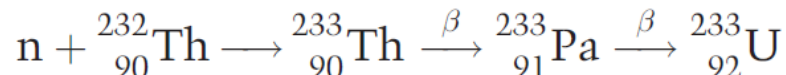
Plutonium-239 is fissile (en radioactief $t_{1/2}=24.4$ duizend jaar)

Ook geldt $\text{n} + {}^{239}_{94}\text{Pu} \rightarrow {}^{240}_{94}\text{Pu}$

Plutonium-240 is weer fertile, want plutonium-241 is fissile

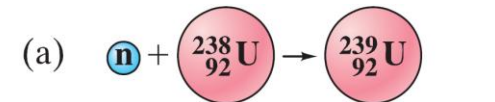
In de natuur is behalve ^{238}U ook thorium-232 fertile

Thorium komt relatief veel voor in de aardkorst

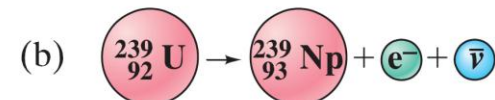


Uranium-233 is fissile

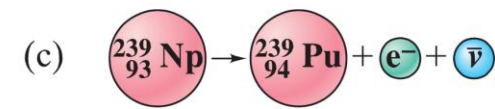
Een reactor die meer fissile materiaal maakt dan hij gebruikt, noemen we een *kweekreactor* (breeder)



Neutron captured by $^{238}_{92}\text{U}$.



$^{239}_{92}\text{U}$ decays by β decay to neptunium-239.



Start-up neutronen

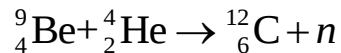
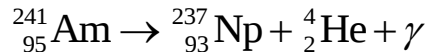
Waar komen de *initiële* neutronen vandaan die nodig zijn om de kettingreactie te starten?

Kosmische straling is een continue bron, maar de flux is laag en moeilijk meetbaar (en 'blind' start risico)

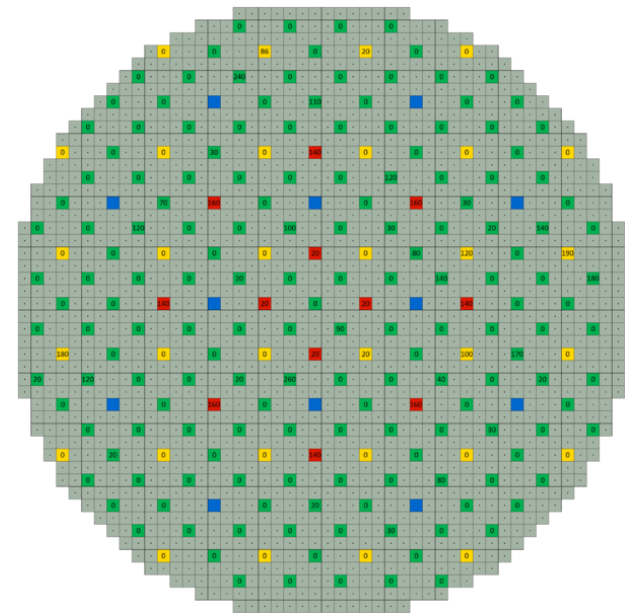
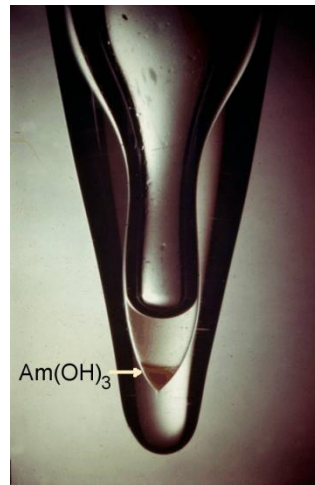
De figuur toont schematisch de reactor core van Chernobyl (laatste opname uit de control room. In blauw zien we de 12 startup neutronenbronnen



Americium-beryllium bron (ook Ra-Be)



Americium is een transuraan en ontdekt in 1994. Wordt in reactor gesynthetiseerd



Radioactief verval: radioactiviteit

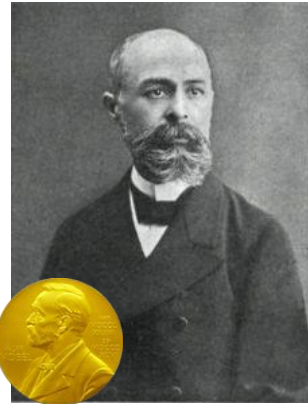
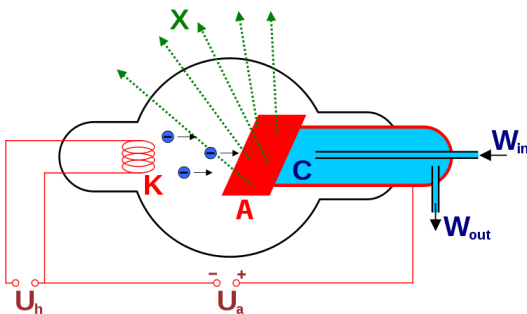
Kernfysica begon in 1896 met de ontdekking van fosforescentie (foute naam overigens) door Henri Becquerel: mineraal (dat uranium bevat) kan een fotografische plaat zwarten.

Er komt dus een of andere straling uit:
radioactiviteit (natuurlijke emissie)

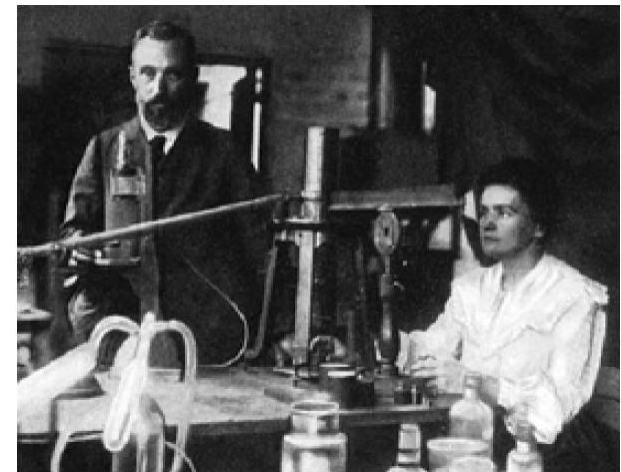
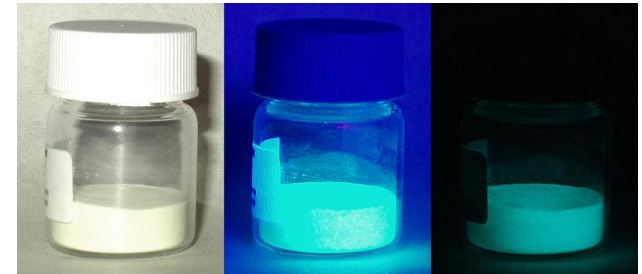
Marie en Pierre Curie ontdekten radium
(voorbeeld van radioisotoop of radionuclei)

Eigenschap radioactiviteit niet makkelijk te beïnvloeden (door verhitten, magneetveld, etc.)

Rontgen had in 1896 al X-straling ontdekt,
maar dat wek je kunstmatig op



1903



Radioactief verval

Rutherford gaf klassificatie van radioactiviteit in 1898

Type α gaat zelfs niet door papier

Type β gaat door 3 mm aluminium

Type γ gaat door een aantal cm lood

Elk type heeft bepaalde eigenschappen: bijvoorbeeld lading

Uiteindelijk bleek

α straling zijn kernen van helium atomen

β straling zijn elektronen

γ straling zijn hoogenergetische fotonen

Eenheden:

1 Becquerel (Bq) is 1 disintegratie per seconde

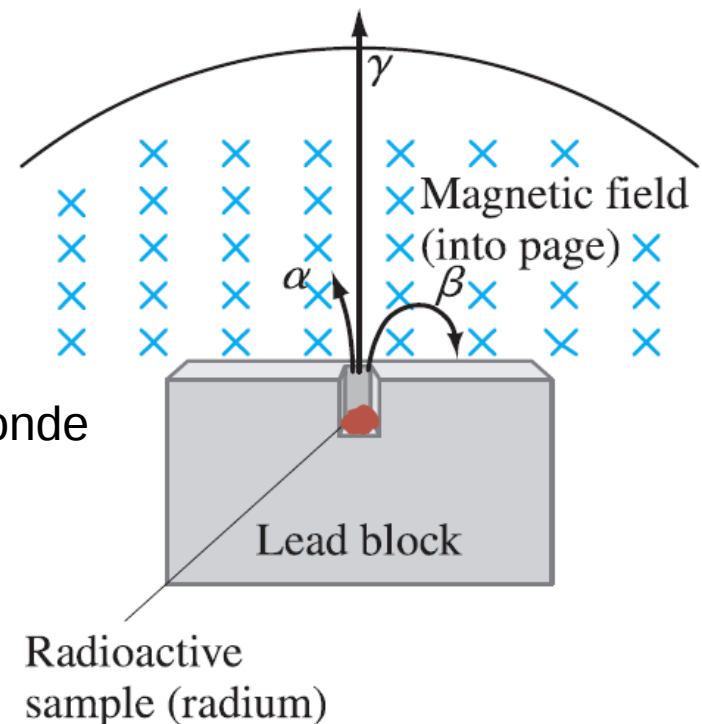
1 Curie (Ci) is 3.7×10^{10} disintegraties per seconde

1 Curie correspondeert met het verval van 1 gram radium-226

Getal van Avogadro: $N_A = 6.023 \times 10^{23}$

Aantal atomen: mN_A/A met m in gram

Concentratie [$\#/cm^3$]: $\rho N_A/A$ met ρ in $gram/cm^3$



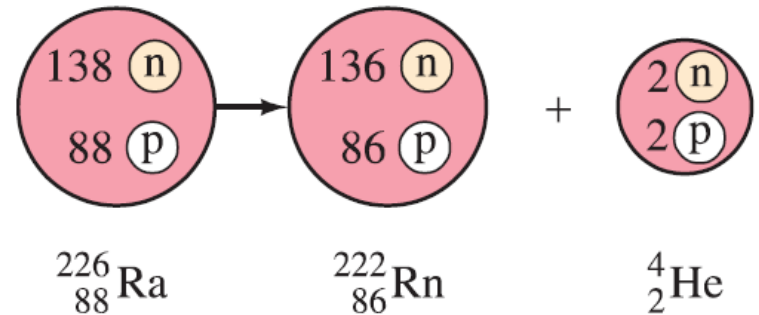
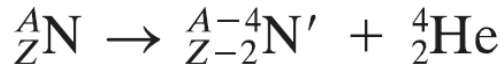
Alfa verval

Na het verval is de originele kern 2 protonen en 2 neutronen kwijt

Bijvoorbeeld ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$

De dochterkern verschilt van de parent
(dit proces heet *transmutatie*)

Algemeen



Alfa verval treedt op omdat de sterke wisselwerking niet in staat is om een grote kern bij elkaar te houden. De sterke wisselwerking heeft korte dracht, terwijl de elektrostatische afstoting over de hele kern werkt

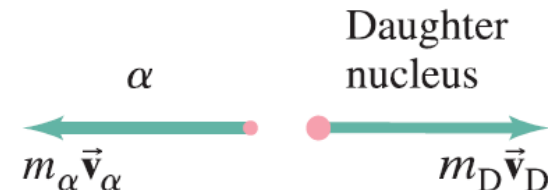
Q-waarde: totale energie die vrijkomt in het verval

$$M_P c^2 = M_D c^2 + m_\alpha c^2 + Q \quad \longrightarrow \quad Q = M_P c^2 - (M_D + m_\alpha) c^2$$

Als $Q < 0$ dan is het verval verboden vanwege energiebehoud

We hebben te maken met verval naar twee deeltjes

Dat geeft een *discreet* energiespectrum



Alfa verval: tunnелеffect

Als $Q > 0$, waarom zijn de parent kernen dan niet al vervallen?

Om dit te begrijpen, beschouw potentiele energie van alfa deeltje

De Q -waarde is de energie van het alfa deeltje op grote afstand

Tunnelerfect betekent sprong van punt A naar B

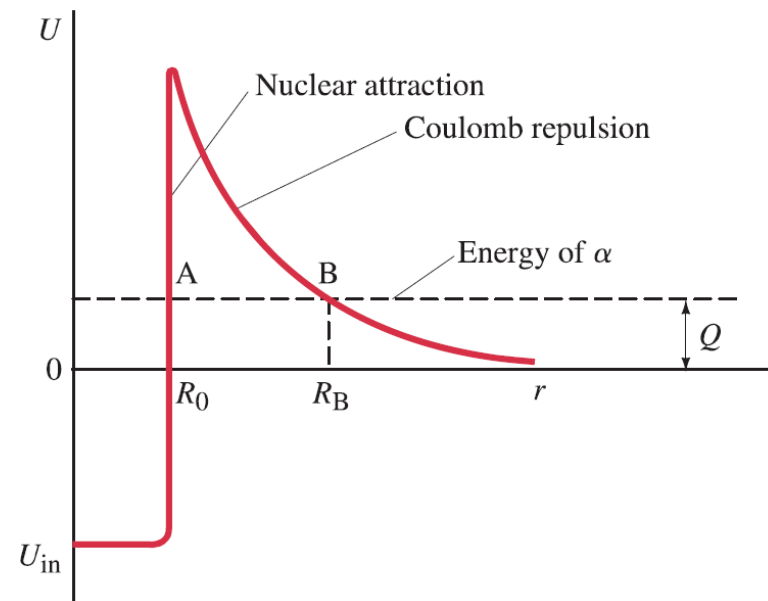
Mogelijk vanwege onzekerheidsrelatie

$$(\Delta E)(\Delta t) \approx \frac{h}{2\pi}$$

Schending van energiebehoud is mogelijk voor een tijd Δt die lang genoeg is om door de barriere heen te tunnelen

De Q -waarde, hoogte en breedte van de barriere bepaalt de levensduur van de isotoop (tot miljarden jaren)

Waarom α deeltjes? Vanwege de grote bindingsenergie! Bijvoorbeeld de reactie ${}^{232}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{228}_{90}\text{Th} + 2\text{n} + 2\text{p}$ treedt niet op, maar naar α deeltje wel



Alfa verval: rookdetector

Bevat kleine hoeveelheid ($< \mu\text{g}$)

Americium $^{241}_{95}\text{Am}$ in de vorm van oxide

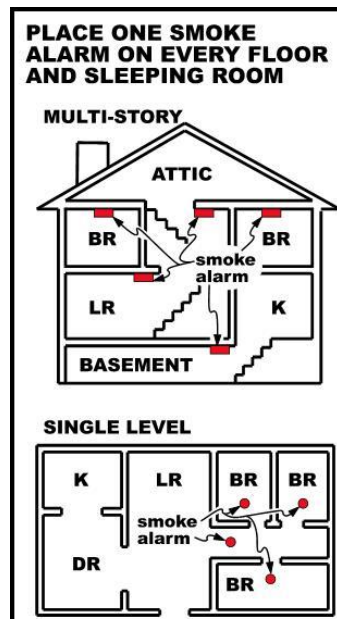
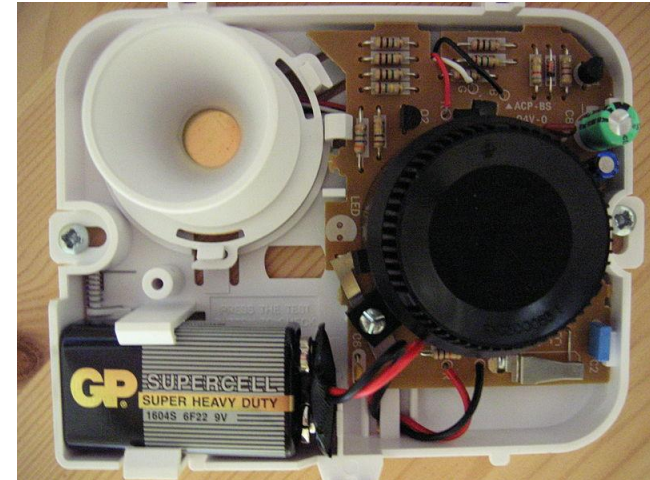
Ionisatiekamer: ioniseer lucht tussen twee tegengesteld geladen platen

Hierdoor ontstaat er een kleine continue stroom tussen deze elektroden

Rookdeeltjes absorberen de α deeltjes, waardoor de stroom afneemt

Dit wordt gedetecteerd door een elektronisch circuit

Stralingsdosis is kleiner dan die van de natuurlijke achtergrondstraling



Beta verval

Transmutatie van elementen door beta verval $^{14}_6\text{C} \rightarrow ^{14}_7\text{N} + e^- + \text{neutrino}$

Neutrino was oorspronkelijk een hypothese

Atoomgetal blijft hetzelfde, maar Z (en dus ook N) verandert

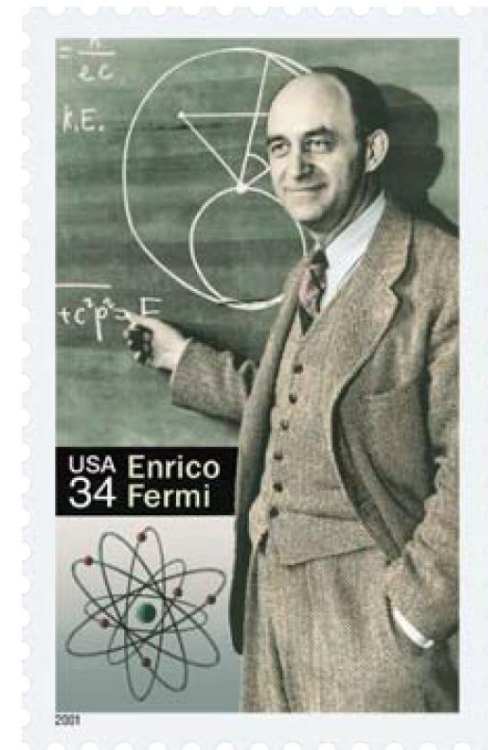
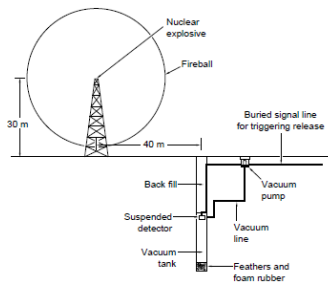
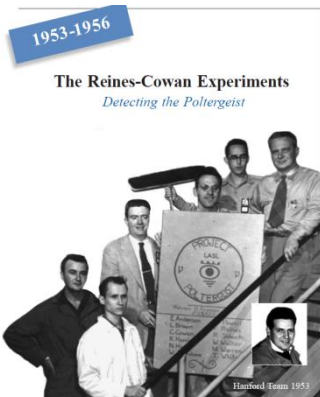
Het uitgezonden elektron is geen baanelektron!

Reactie in de kern $n \rightarrow p + e^- + \text{neutrino}$

Verval naar drie deeltjes: continue energiespectrum (daarom neutrino postulaat)

Neutron is geen gebonden toestand van proton en elektron!

Neutrino ontdekt in 1956 (experiment Poltergeist)



Neutrino's (en antineutrino's) hebben massa en spin $\frac{1}{2}$

Correcte notatie $^{14}_6\text{C} \rightarrow ^{14}_7\text{N} + e^- + \bar{\nu}$

Beta verval is voorbeeld van zwakke wisselwerking

Beta+ verval en electron capture

Kernen met teveel neutronen tonen beta verval (elektron wordt uitgezonden)

Kernen met te weinig neutronen tonen beta+ verval (positron wordt uitgezonden)

Positron is het antideeltje van een elektron

Voorbeeld ${}^{19}_{10}\text{Ne} \rightarrow {}^{19}_9\text{F} + e^+ + \nu$

Merk op dat er nu een neutrino uitkomt

Er geldt dus

$${}^A_Z\text{N} \rightarrow {}^A_{Z+1}\text{N}' + e^- + \bar{\nu}$$

$${}^A_Z\text{N} \rightarrow {}^A_{Z-1}\text{N}' + e^+ + \nu$$

Er is nog een derde mogelijkheid: electron capture

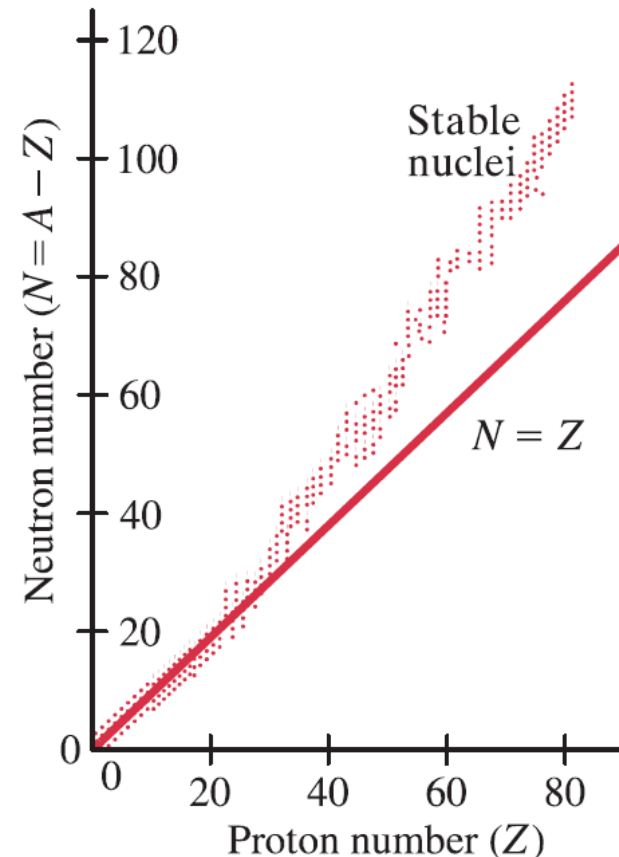
Een kern absorbeert een baanelektron

Voorbeeld ${}^7_4\text{Be} + e^- \rightarrow {}^7_3\text{Li} + \nu$

Er geldt dus

$${}^A_Z\text{N} + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1}\text{N}' + \nu$$

Meestal wordt het elektron uit de binnenste K-schil gevangen. Andere elektronen springen in dit gat en er wordt karakteristieke X-straling uitgezonden

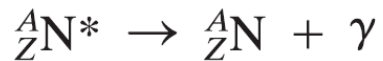


Gamma verval

Hoogenergetische fotonen worden uitgezonden door aangeslagen kerntoestanden (niveaus hebben MeVs energieverval)

Kern komt in aangeslagen toestand door
botsingen met andere deeltjes
radioactief verval

Er geldt



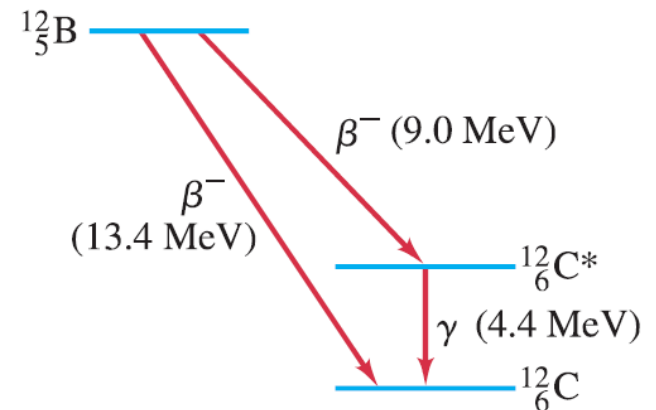
De asterisk * duidt een aangeslagen toestand aan

Nomenclatuur:

X straling is van elektron-atoom interactie
gamma straling is van een kernreactie

Kern in metastabiele toestand: *isomeer*

Interne conversie: het foton stoot een
baanelektron uit de kern



Behoudswetten

Alle klassieke behoudswetten zijn van toepassing

wet van behoud van energie

behoud van impuls

behoud van impulsmoment

behoud van lading

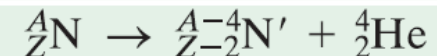
We zien ook nieuwe behoudswetten

behoud van nucleongetal (baryongetal)

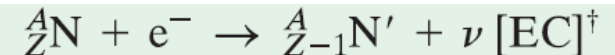
behoud van leptongetal

TABLE 41-2 The Three Types of Radioactive Decay

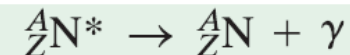
α decay:



β decay:



γ decay:



[†] Electron capture.

*Indicates the excited state of a nucleus.

Halfwaardetijd en vervalsnelheid

Radioactief verval is een random proces

Aantal vervallen kernen ΔN binnen korte tijd Δt

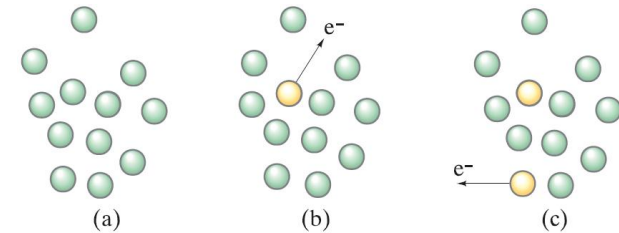
$$\Delta N = -\lambda N \Delta t$$

Dus geldt $\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N$, met λ de vervalconstante

Radioactief verval is een 'one-shot' proces

We nemen de limiet en integreren

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = - \int_0^t \lambda dt \quad \longrightarrow \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t \quad \longrightarrow \quad \boxed{N = N_0 e^{-\lambda t}}$$



Dit heet de radioactieve vervalswet

Het aantal vervallen kernen per seconde $\left| \frac{dN}{dt} \right|$ noemt men de *activiteit*

Er geldt

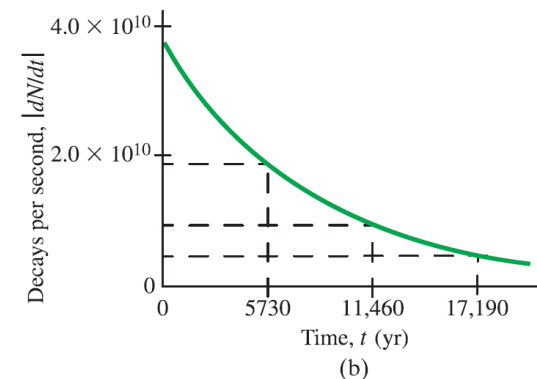
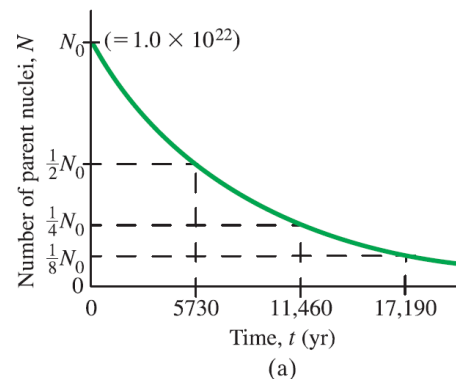
$$\boxed{\left| \frac{dN}{dt} \right| = \left| \frac{dN}{dt} \right|_0 e^{-\lambda t}}$$

Halfwaardetijd

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

Levensduur

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{\frac{1}{2}}}{0.693}$$



Verzadigingsactiviteit

In een reactor kan een nucleide continue geproduceerd worden

We voegen dan een bronterm toe $\frac{d}{dt}N(t) = A_o - \lambda N(t)$

Vermenigvuldig beide kanten met $\exp(\lambda t)$ en gebruik

$$\frac{d}{dt}[N(t) \exp(\lambda t)] = \left[\frac{d}{dt}N(t) + \lambda N(t) \right] \exp(\lambda t)$$

We vinden dan $\frac{d}{dt}[N(t) \exp(\lambda t)] = A_o \exp(\lambda t)$

We beginnen met $N(0)=0$ en integreren tussen 0 en t .

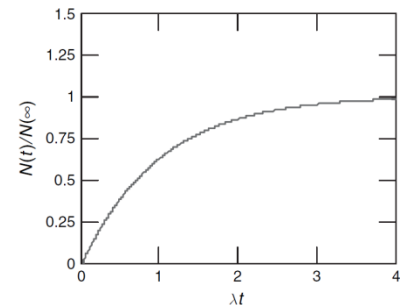
De activiteit (gemeten in # disintegraties per tijdseenheid) is dan

$$\lambda N(t) = A_o[1 - \exp(-\lambda t)]$$

In het begin neemt de activiteit *lineair* met de tijd toe

$$\lambda t \ll 1, \exp(-\lambda t) \approx 1 - \lambda t$$

Na lange tijd (in termen van halfwaardetijd) wordt de verzadigingsactiviteit bereikt: $\lambda N(\infty) = A_o$



Voorbeeld: jodium-131 ($t_{1/2} = 8,05$ dagen) en strontium-90 (10.628 dagen) worden in een reactor geproduceerd. Jodium-131 bereikt verzadiging na ongeveer 1 maand, terwijl de hoeveelheid strontium in de core blijft toenemen

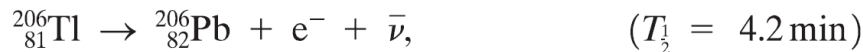
Vervalsreeksen

Een radioactieve parent kern kan vervallen naar een dochter, die ook weer vervalt, *etc.* Op deze wijze ontstaat een reeks van vervallen.

De figuur toont het verval van $^{238}_{92}\text{U}$

Het verval eindigt bij de stabiele isotoop $^{206}_{82}\text{Pb}$

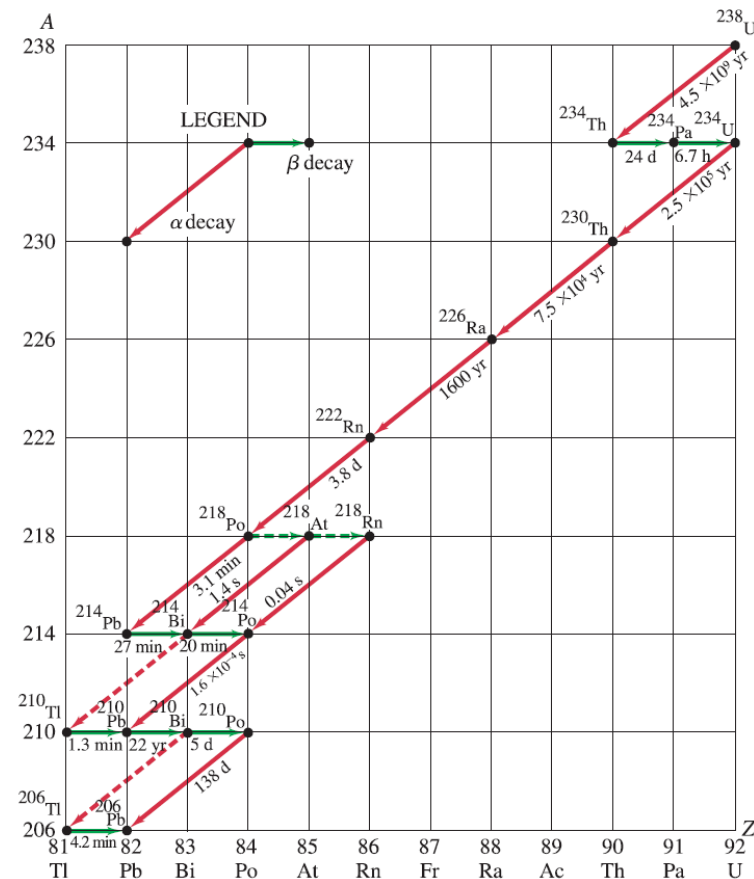
Bijvoorbeeld



Het $^{238}_{92}\text{U}$ is gevormd in de supernova die de vorming van ons zonnestelsel heeft getriggerd. Ongeveer 50% bestaat nog

Origineel radium $^{226}_{88}\text{Ra}$ met halfwaardetijd van 1600 jaar is verdwenen. Al wat voorkomt is van het verval van uranium.

Uit de abundantie (0,7%) en halfwaardetijd (700 miljoen jaar) van ^{235}U kan men afleiden dat deze supernova meer dan 6 GJ geleden is ontploft.



Vervalsreeksen

Beschouw het 2-staps verval $A \rightarrow B + C$

Voor isotoop A kennen we het antwoord $D + E$

$$\frac{d}{dt}N(t) = -\lambda N(t) \quad \longrightarrow \quad N_A(t) = N_A(0) \exp(-\lambda_A t)$$

Voor isotoop B geldt

$$\frac{d}{dt}N_B(t) = \lambda_A N_A(t) - \lambda_B N_B(t) \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{dt}[N_B(t) \exp(\lambda_B t)] = \lambda_A N_A(0) \exp[(\lambda_B - \lambda_A)t]$$

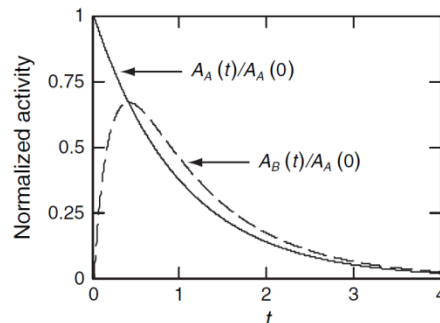
Integreren levert $N_B(t) \exp(\lambda_B t) - N_B(0) = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A(0) \{ \exp[(\lambda_B - \lambda_A)t] - 1 \}$

Neem aan dat er in het begin geen isotoop B aanwezig is $N_B(0) = 0$ We vinden dan

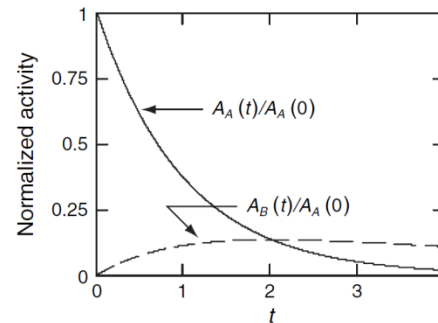
$$N_B(t) = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A(0) (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t})$$

Beschouw

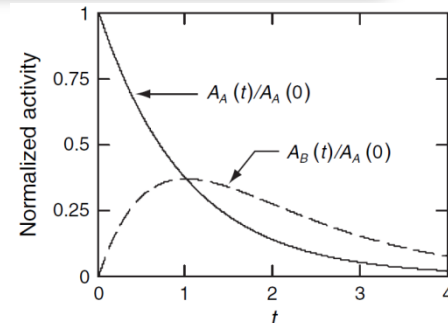
- (a) $\lambda_A \ll \lambda_B$
- (b) $\lambda_A \gg \lambda_B$
- (c) $\lambda_A \cong \lambda_B$



(a) $\lambda_B = 5 \times \lambda_A$; $t_{1/2A} = 5 \times t_{1/2B}$



(b) $\lambda_B = \lambda_A/5$; $t_{1/2A} = t_{1/2B}/5$



(c) $\lambda_B = \lambda_A$; $t_{1/2A} = t_{1/2B}$

N-staps verval gaat analoog

Neutron interacties

Neutron interacties

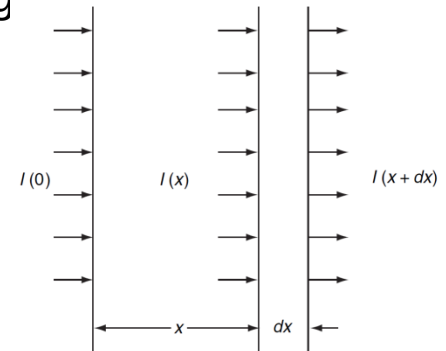
Werkzame doorsnede bepaalt de waarschijnlijkheid dat een reactie verloopt
Effectief oppervlak van een kern σ zoals gezien door neutron

Een bundel neutronen beweegt met snelheid v in de x -richting
De bundel bevat n neutronen per cm^3

De intensiteit van de bundel is $I = nv$ in $[\# / \text{cm}^2 / \text{s}]$

De bundelintensiteit op diepte x in het materiaal is $I(x)$

Neutronen worden verstrooid of geabsorbeerd



Het materiaal bevat N kernen per cm^3

In dikte dx bevinden zich dan Ndx kernen per cm^2

Voor neutronen is dan de fractie $N\sigma dx$ van het oppervlak geblokkeerd

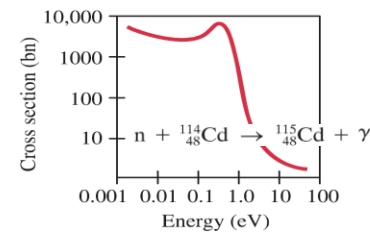
Dan geldt

$$I(x+dx) = (1 - N\sigma dx)I(x) \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{dx} I(x) = -N\sigma I(x) \quad \longrightarrow \quad I(x) = I(0)e^{-N\sigma x}$$

Microscopische werkzame doorsnede σ in $[\text{cm}^2]$

Macroscopische werkzame doorsnede $\Sigma = N\sigma$ in $[\text{cm}^{-1}]$

Eenheid 1 barn (bn) = 10^{-28} m^2



Waarschijnlijkheidsinterpretatie

Er geldt $\frac{d}{dx} I(x) = -N\sigma I(x)$  $\frac{dI(x)}{I(x)} = -N\sigma dx = -\Sigma dx$

Aantal neutronen dat botst in dx is $-dI(x)$

Dat is een fractie van het aantal neutronen $I(x)$ dat in x is aangekomen zonder te botsen

De waarschijnlijk dat een neutron dat nog *niet* gebotst heeft tot x , *wel* zal botsen in dx , wordt dus gegeven door Σdx

Evenzo is $I(x)/I(0) = \exp(-\Sigma x)$ de fractie neutronen die afstand x hebben afgelegd zonder te botsen

Dit kan geïnterpreteerd worden als de waarschijnlijkheid dat een neutron een afstand x aflegt zonder te botsen

De kans $p(x)dx$ dat een neutron zijn eerste botsing maakt in dx is het product $p(x)dx = \Sigma e^{-\Sigma x} dx$

De *gemiddelde vrije weglengte* is de gemiddelde afstand die een neutron tussen botsingen aflegt

$$\lambda = \int_0^{\infty} x p(x) dx = \int_0^{\infty} x \Sigma e^{-\Sigma x} dx = 1 / \Sigma$$

De *uncollided flux* is $\phi_u(x) = I(x) = v n_u(x)$

Mengsels (en moleculen) van nucleïden

Macroscopische werkzame doorsnede $\Sigma = N\sigma$ in $[\text{cm}^{-1}]$

Getal van Avogadro: $N_A = 6.023 \times 10^{23}$

Aantal atomen: mN_A/A met m in gram

Dan geldt $N = \rho N_A/A$ met ρ in gram/cm^3



$$\Sigma = N\sigma = \frac{\rho N_A}{A} \sigma$$

Definieer N^i/N als *atomaire fractie* van isotoop met atomair gewicht A_i

Atomair gewicht van een mengsel is dan

$$A = \sum_i \left(N^i / N \right) A_i \quad \text{met} \quad N = \sum_i N^i$$

De macroscopische werkzame

doorsnede van het mengsel is dan

$$\Sigma = \frac{\rho N_A}{A} \sum_i \frac{N^i}{N} \sigma^i = N^1 \sigma^1 + N^2 \sigma^2 + \dots$$

Als de materialen in *volume fracties*

gecombineerd zijn, geldt

$$\Sigma = \sum_i (V_i / V) N_i \sigma^i, \quad \text{met} \quad N_i = \rho_i N_A / A_i \quad \text{en} \quad V = \sum_i V_i$$

Voor combinaties in *massa fracties* geldt

$$\Sigma = \sum_i (M_i / M) \frac{\rho N_A}{A_i} \sigma^i, \quad \text{met} \quad M = \sum_i M_i$$

Voorbeeld

Legering

An alloy is composed of 95% aluminum and 5% silicon (by weight). The density of the alloy is 2.66 g/cm³. Properties of aluminum and silicon are shown below.

Element	Gram Atomic Weight	σ_a (barns)	σ_s (barns)
Aluminum	26.9815	0.23	1.49
Silicon	28.0855	0.16	2.20



absorptie
verstrooiing

Atomaire dichtheden

$$N_{Al} = \frac{\rho_{Al} N_A}{M_{Al}}$$

$$= \frac{0.95 \left(2.66 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \left(6.022 \times 10^{23} \frac{\text{atoms}}{\text{mole}} \right)}{26.9815 \frac{\text{g}}{\text{mole}}}$$

$$= 5.64 \times 10^{22} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3}$$

$$N_{Si} = \frac{\rho_{Si} N_A}{M_{Si}}$$

$$= \frac{0.05 \left(2.66 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right) \left(6.022 \times 10^{23} \frac{\text{atoms}}{\text{mole}} \right)}{28.0855 \frac{\text{g}}{\text{mole}}}$$

$$= 2.85 \times 10^{21} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3}$$

Macr. werkz. doorsn.



$$\Sigma_a = N_{Al} \sigma_{a,Al} + N_{Si} \sigma_{a,Si}$$

$$= \left(5.64 \times 10^{22} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3} \right) (0.23 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) + \left(2.85 \times 10^{21} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3} \right) (0.16 \times 10^{-24} \text{ cm}^2)$$

$$= 0.0134 \text{ cm}^{-1}$$

$$\Sigma_s = N_{Al} \sigma_{s,Al} + N_{Si} \sigma_{s,Si}$$

$$= \left(5.64 \times 10^{22} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3} \right) (1.49 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) + \left(2.85 \times 10^{21} \frac{\text{atoms}}{\text{cm}^3} \right) (2.20 \times 10^{-24} \text{ cm}^2)$$

$$= 0.0903 \text{ cm}^{-1}$$

VWL

$$\lambda_a = \frac{1}{\Sigma_a}$$

$$= \frac{1}{0.01345 \text{ cm}^{-1}}$$

$$= 74.3 \text{ cm}$$

$$\lambda_s = \frac{1}{\Sigma_s}$$

$$= \frac{1}{0.0903 \text{ cm}^{-1}}$$

$$= 11.1 \text{ cm}$$



Reactiesoorten

Werkzame doorsnede voor verschillende reacties

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$$

Totaal: absorptie + verstrooiing



$$\sigma_a = \sigma_\gamma + \sigma_f$$

Absorptie: invangst en gamma emissie + splijting

$$\sigma_s = \sigma_n + \sigma_{n'}$$

Verstrooiing : elastisch + inelastisch

Gegeven een botsing is σ_s/σ_t de waarschijnlijkheid dat het neutron verstrooid wordt, terwijl σ_a/σ_t de kans is dat hij wordt geabsorbeerd.

Gegeven dat een neutron geabsorbeerd wordt, is σ_γ/σ_a de waarschijnlijkheid dat het neutron ingevangen, terwijl σ_f/σ_a de kans dat er splijting optreedt.

Macroscopische werkzame doorsneden $\Sigma_x = N\sigma_x$ met $x = s, a, \gamma, f$

Ook geldt bijvoorbeeld $\Sigma_t = \Sigma_s + \Sigma_a$