

OPGAVEN SET HOOFDSTUK 3

GRONDSLAGEN KWANTUMMECHANICA

Opgave 1: De golffunctie $\Psi(x, t)$ voor de laagste energietoestand van een eenvoudige harmonische oscillator, bestaande uit een deeltje met massa m waarop een lineaire herstelkracht met krachtconstante C werkt, kan worden geschreven als

$$\Psi(x, t) = Ae^{-(\sqrt{Cm/2\hbar})x^2} e^{-(i/2)\sqrt{C/mt}}, \quad (1)$$

waarbij de reële constante A elke waarde kan aannemen. Verifieer dat deze uitdrukking een oplossing is van de Schrodingervergelijking voor de betreffende potentiaal ($V(x, t) = V(x) = Cx^2/2$).

Opgave 2: Bewijs dat $\Psi(x, t)^*\Psi(x, t)$ reëel is, en enkel positief of nul kan zijn.

Opgave 3: Bereken de waarschijnlijkheidsdichtheid voor de eenvoudige harmonische oscillator in de laagste energietoestand met behulp van de golffunctie gegeven in opgave 1.

Opgave 4: Evalueer de voorspellingen van de klassieke fysica voor de waarschijnlijkheidsdichtheid van een eenvoudige harmonische oscillator in opgave 3 en vergelijk het resultaat met dat gevonden in opgave 3.

Opgave 5: Normaliseer de golffunctie van opgave 1 door de waarde van de willekeurige constante A te bepalen, zodanig dat de totale waarschijnlijkheid het deeltje ergens aan te treffen gelijk wordt aan een.

Opgave 6: Bepaal de verwachtingswaarde $\langle x \rangle$ voor een deeltje in de laagste energietoestand van een harmonische oscillator door gebruik te maken van de golffunctie en waarschijnlijkheidsdichtheid berekend in de vorige opgaven.

Opgave 7: Beschouw een deeltje met massa m dat zich vrij kan bewegen langs de x -as tussen posities $x = -a/2$ en $x = +a/2$, maar waarbij het strikt verboden is dat het deeltje zich buiten dit interval bevindt. De golffunctie van het deeltje kan geschreven worden als $\Psi(x, t) = A \cos \frac{\pi x}{a} e^{-iEt/\hbar}$ binnen het interval en is gelijk aan nul erbuiten. Bepaal de energie van de laagste energietoestand.

Opgave 8: Maak gebruik van de golffunctie uit opgave 7 en bereken de verwachtingswaarden voor x , p , x^2 en p^2 .