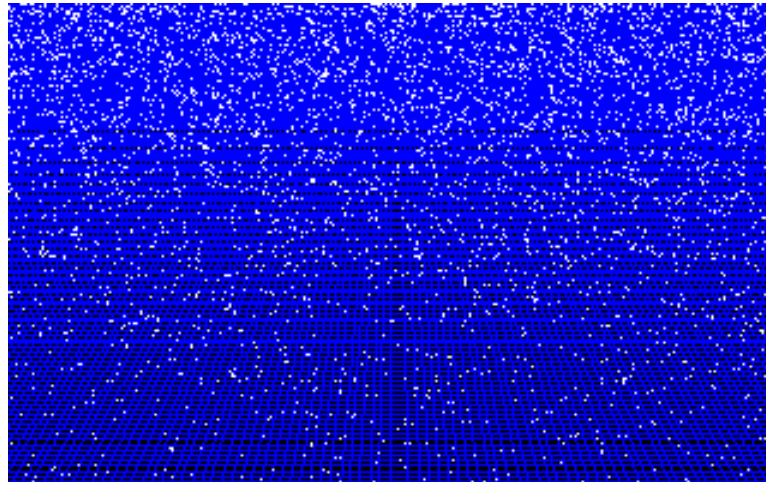


Kwantummechanica

HOVO cursus



Jo van den Brand

Lecture 5: 3 november 2016

Copyright (C) VU University Amsterdam 2016

Overzicht

- **Algemene informatie**
 - Jo van den Brand
 - Email: jo@nikhef.nl
 - 0620 539 484 / 020 592 2015
 - Nikhef, room: N3.47
- **Colleges**
 - Course information: www.nikhef.nl/~jo/kwantum
- **Boeken**
 - Dictaat
- **Zelfstudie**
 - Wiskunde: vectoren, complexe getallen, lineaire algebra
- **Response gedurende het college**

Week 5

- **Les 5: Spin**
 - Impulsmoment en spin
 - Consequenties van een meting
 - Het twee-spleten experiment van Young
 - Delay-choice experimenten
 - De “quantum eraser”
 - Symmetrieën en behoudswetten

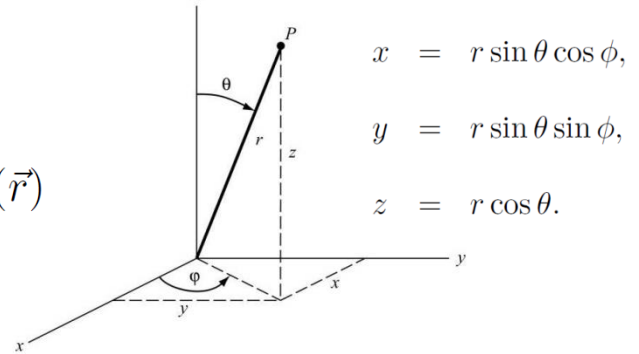
Waterstofatoom

- Schrödingervergelijking $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\phi(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r}) = E\phi(\mathbf{r})$

- Tijdonafhankelijk $\psi(\mathbf{r}, t) = \phi(\mathbf{r}) \cdot e^{-i\omega t}$

- Coulombpotentialiaal $\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}\right]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$

- Sferische coördinaten

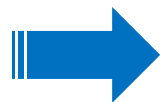


- Operator $\Delta\psi = \nabla^2\psi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}$

- Dit geeft $-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right]\psi(\mathbf{r}) = E\phi(\mathbf{r})$

- Oplossen via scheiden van variabelen

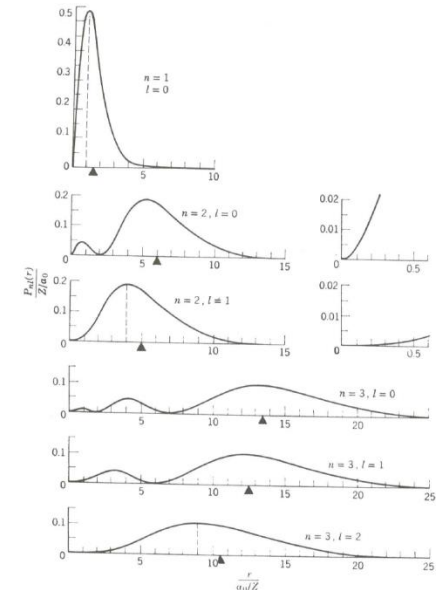
$$\psi(r, \theta, \phi) = \chi(r)g(\theta)h(\phi) = \chi_l(r)Y_l^m(\theta, \phi)$$



$$\psi_{nlm} = \sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3}} e^{-r/na} \left(\frac{2r}{na}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na}\right) Y_l^m(\theta, \phi)$$

- Dit bevat Laguerre polynomen en sferisch harmonische functies

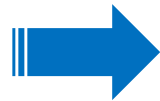
- Quantumgetallen n , l en m



Waterstofatoom

- Energieniveaus

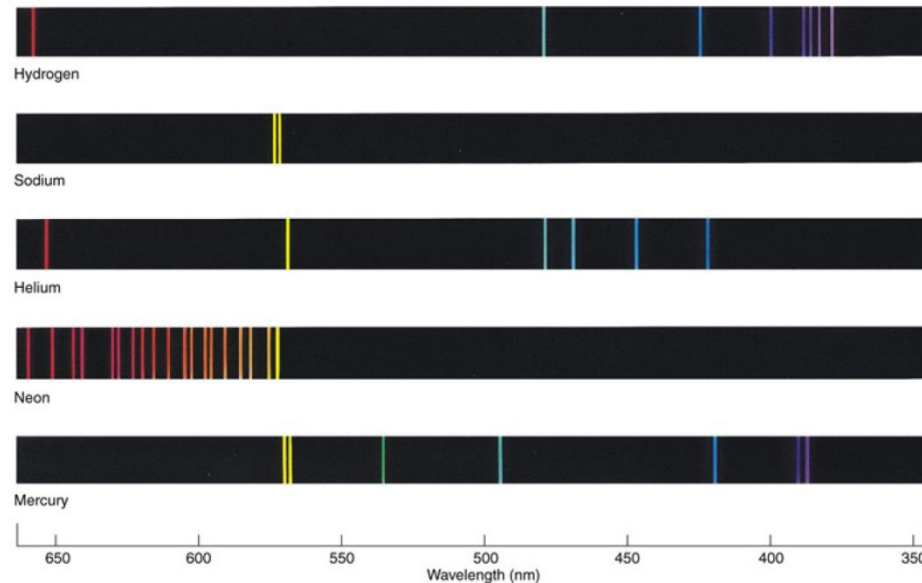
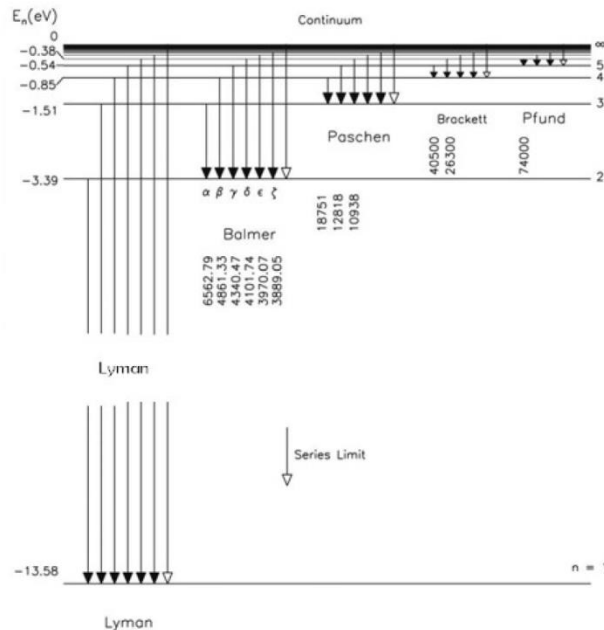
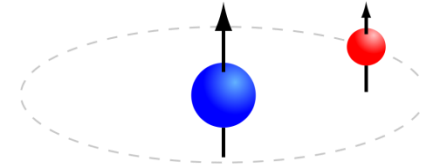
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\phi(\mathbf{r}) + U(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r}) = E\phi(\mathbf{r})$$



$$E_n = - \left[\frac{m}{2\hbar^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \right] \frac{1}{n^2} = -13,6 \text{ eV} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- Overige effecten:

- Relativistische correctie $-9,045 \times 10^{-4} \text{ eV}$ $T = \frac{p^2}{2m} - \frac{p^4}{8m^3c^2} + \dots$
- Spin-baan koppeling – fijnstructuur $Zn^{-3} \times 10^{-4} \text{ eV}$
- Spin-spin koppeling – hyperfijnstructuur 21 cm lijn
- Darwin term $2nE_n^2/m_e c^2$, Lamb-verschuiving 1 GHz



Impulsmoment

We beschouwen de operator voor baanimpulsmoment

Klassiek geldt $\vec{L} \equiv \vec{r} \times \vec{p}$

De kwantummechanische operator $\tilde{\mathbf{L}} \equiv \tilde{\mathbf{r}} \times \tilde{\mathbf{p}} = \frac{\hbar}{i}(\tilde{\mathbf{r}} \times \nabla)$

$$\longrightarrow \quad \vec{L} = -i\hbar \vec{r} \times \nabla = -i\hbar \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix}$$

We vinden $\mathbf{L}_x = -i\hbar \left(y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right)$ en ook $\mathbf{L}_x = i\hbar \left(\sin \phi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cot \theta \cos \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right),$

$$\mathbf{L}_y = -i\hbar \left(z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad \mathbf{L}_y = i\hbar \left(-\cos \phi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cot \theta \sin \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right),$$

$$\mathbf{L}_z = -i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) \quad \mathbf{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}.$$

Voor de grootte geldt $\tilde{\mathbf{L}}^2 = \mathbf{L}_x^2 + \mathbf{L}_y^2 + \mathbf{L}_z^2$

Baanimpulsmoment en commutatierelaties

We beschouwen de commutatierelaties voor de componenten van baanimpulsmoment

$$\begin{aligned}
 \text{Er geldt } [\mathbf{L}_x, \mathbf{L}_y] &= [y p_z - z p_y, z p_x - x p_z] \\
 &= [y p_z, z p_x] - \underbrace{[y p_z, x p_z]}_{=0} - \underbrace{[z p_y, z p_x]}_{=0} + [z p_y, x p_z] \\
 &= [y p_z, z p_x] + [z p_y, x p_z] \\
 &= (y p_z z p_x - z p_x y p_z) + (z p_y x p_z - x p_z z p_y) \\
 &= (y p_z z p_x - p_x z p_z y) + (p_y z p_z x - x p_z z p_y) \\
 &= (y [p_z, z] p_x - x [p_z, z] p_y) \\
 &= -i\hbar(y p_x - x p_y) = i\hbar(x p_y - y p_x) \\
 &= i\hbar L_z.
 \end{aligned}$$

$$\text{We vinden } \mathbf{L}_x \mathbf{L}_y - \mathbf{L}_y \mathbf{L}_x = i\hbar \mathbf{L}_z, \quad \mathbf{L}_y \mathbf{L}_z - \mathbf{L}_z \mathbf{L}_y = i\hbar \mathbf{L}_x, \quad \mathbf{L}_z \mathbf{L}_x - \mathbf{L}_x \mathbf{L}_z = i\hbar \mathbf{L}_y$$

De componenten commuteren niet! We kunnen slechts één component kennen

$$\begin{aligned}
 \text{Ook geldt } [\mathbf{L}^2, \mathbf{L}_x] &= [\mathbf{L}_x^2 + \mathbf{L}_y^2 + \mathbf{L}_z^2, \mathbf{L}_x] \\
 &= [\mathbf{L}_y^2, \mathbf{L}_x] + [\mathbf{L}_z^2, \mathbf{L}_x] \quad (\text{want } [\mathbf{L}_x^2, \mathbf{L}_x] = 0) \\
 &= \mathbf{L}_y \mathbf{L}_y \mathbf{L}_x - \mathbf{L}_x \mathbf{L}_y \mathbf{L}_y + \mathbf{L}_z \mathbf{L}_z \mathbf{L}_x - \mathbf{L}_x \mathbf{L}_z \mathbf{L}_z \\
 &= \mathbf{L}_y \mathbf{L}_y \mathbf{L}_x - \underbrace{\mathbf{L}_y \mathbf{L}_x \mathbf{L}_y + \mathbf{L}_y \mathbf{L}_x \mathbf{L}_y}_{=0} - \mathbf{L}_x \mathbf{L}_y \mathbf{L}_y \\
 &\quad + \mathbf{L}_z \mathbf{L}_z \mathbf{L}_x - \underbrace{\mathbf{L}_z \mathbf{L}_x \mathbf{L}_z + \mathbf{L}_z \mathbf{L}_x \mathbf{L}_z}_{=0} - \mathbf{L}_x \mathbf{L}_z \mathbf{L}_z \\
 &= \mathbf{L}_y [\mathbf{L}_y, \mathbf{L}_x] + [\mathbf{L}_y, \mathbf{L}_x] \mathbf{L}_y + \mathbf{L}_z [\mathbf{L}_z, \mathbf{L}_x] + [\mathbf{L}_z, \mathbf{L}_x] \mathbf{L}_z \\
 &= -i\hbar \mathbf{L}_y \mathbf{L}_z - i\hbar \mathbf{L}_z \mathbf{L}_y + i\hbar \mathbf{L}_z \mathbf{L}_y + i\hbar \mathbf{L}_y \mathbf{L}_z \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

Baanimpulsmoment en eigenfuncties

We beschouwen de eigenfuncties en eigenwaarden van baanimpulsmoment

De sferisch harmonische functies zijn de eigenfuncties

$$\tilde{\mathbf{L}}^2 Y_l^m(\theta, \phi) = l(l+1)\hbar^2 Y_l^m(\theta, \phi) \quad (l = 0, 1, 2, \dots, \infty),$$

$$\mathbf{L}_z Y_l^m(\theta, \phi) = m\hbar Y_l^m(\theta, \phi) \quad (m = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l).$$

We vinden slechts oplossingen voor bepaalde eigenwaarden!

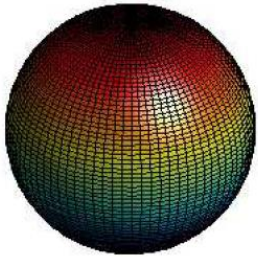
Er zijn $(2l+1)$ lineair onafhankelijke eigenfuncties van $\tilde{\mathbf{L}}^2$ bij eigenwaarde $l(l+1)\hbar^2$

De eigenfuncties zijn $Y_l^m(\theta, \phi)$ met $(m = -l, -l+1, \dots, 0, \dots, l-1, l)$

Voor een systeem kunnen we enkel $\tilde{\mathbf{L}}^2$ en $\mathbf{L}_z$ scherp bepalen

Sferisch harmonische functies

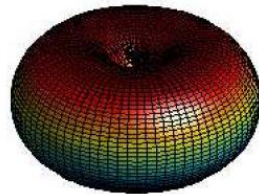
De sferisch harmonische functies voor de laagste waarden van l en m . Voor een gegeven richting is de afstand vanaf de oorsprong gelijk aan $|Y_l^m(\theta, \phi)|^2$



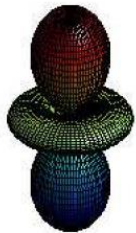
$$l = 0, m = 0$$



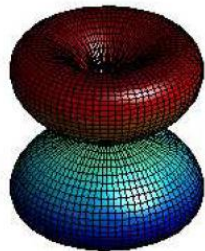
$$l = 1, m = 0$$



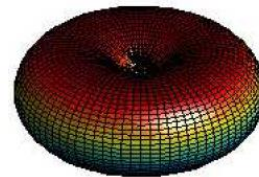
$$l = 1, m = 1$$



$$l = 2, m = 0$$



$$l = 2, m = 1$$



$$l = 2, m = 2$$

Impulsmoment

We beschouwen nu de algemene beschrijving van impulsmoment

$$\text{Er geldt } \mathbf{J}^2 = \mathbf{J}_x^2 + \mathbf{J}_y^2 + \mathbf{J}_z^2$$

Voor de operatoren van impulsmoment geldt

$$\mathbf{J}^2 |J, M\rangle = \hbar^2 J(J+1) |J, M\rangle$$

$$\mathbf{J}_z |J, M\rangle = \hbar M |J, M\rangle,$$

We noemen J het impulsmoment en M het magnetisch kwantumgetal

$$\text{Er geldt } J = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots \quad \text{en} \quad M = J, J-1, \dots, -J$$

We zien dat J ook halftallige waarden kan aannemen

$$\text{Commutatierelaties } [\mathbf{J}_x, \mathbf{J}_y] = i\hbar \mathbf{J}_z, \quad \text{etc.}$$

$$[\mathbf{J}_j, \mathbf{J}^2] = 0, \quad j = x, y, z$$

Spin of intrinsiek impulsmoment

We beschouwen nu spin van elementaire deeltjes

Het elektron en proton hebben $s = 1/2$

Er zijn nu twee mogelijkheden voor de z-component

$$s_z = \pm \frac{1}{2} \hbar$$

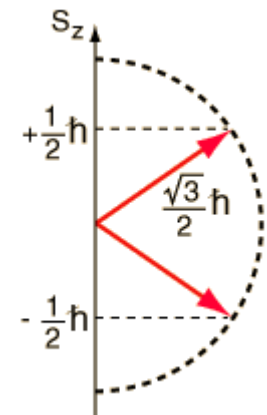
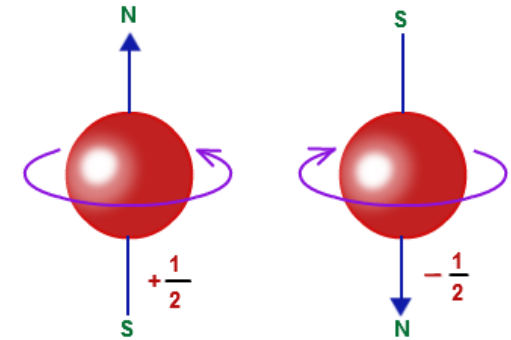
De grootte van het impulsmoment is dan

$$s = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right)} \hbar$$

We noemen dat spin “up” en spin “down”

Dit levert een energiesplitsing $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ (fijnstructuur in het waterstofatoom) op door het magnetisch moment van het elektron

$$\mu_s = -\frac{e}{2m} g s$$



Spin of intrinsiek impulsmoment

We beschouwen de spin van het elektron

$$\text{Er geldt } \hbar^2 s(s+1) = \frac{3}{4}\hbar^2 \quad \longrightarrow \quad \|\mathbf{s}\| = \frac{1}{2}\sqrt{3}\hbar$$

Spin parallel (spin up $\uparrow$) en antiparallel (spin down $\downarrow$)

$$\text{Voor de eigentoestanden geldt } |\alpha\rangle = |m_s = +\frac{1}{2}\rangle \quad |\beta\rangle = |m_s = -\frac{1}{2}\rangle$$

$$\text{Dus } s_z|\alpha\rangle = \frac{\hbar}{2}|\alpha\rangle \quad s_z|\beta\rangle = -\frac{\hbar}{2}|\beta\rangle$$

Deze toestanden horen bij verschillende eigenwaarden en zijn dus orthogonaal

$$\langle \alpha|\alpha \rangle = 1 \quad \langle \beta|\beta \rangle = 1 \quad \langle \alpha|\beta \rangle = 0$$

Operatoren voor spin-1/2

We kunnen spin eenvoudig behandelen met matrices

Er geldt $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Spin-1/2 operatoren $\mathbf{s} = \frac{1}{2}\hbar\boldsymbol{\sigma}$

Pauli spinmatrices $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Er geldt $s_z\alpha =$

Spinmatrices voldoen aan de commutatierelaties $[s_x, s_y] = i\hbar s_z$

Spinoren voor spin-1/2

Algemene toestand van een spin-1/2 deeltje wordt een spinor genoemd

$$\text{Er geldt } \alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{We schrijven de spinor als } \chi = a_1\alpha + a_2\beta = a_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Stel dat } |\eta\rangle = |\alpha\rangle\langle\alpha|\eta\rangle + |\beta\rangle\langle\beta|\eta\rangle = |\alpha\rangle b_1 + |\beta\rangle b_2$$

$$\begin{aligned} \text{Scalair product } \langle\eta|\chi\rangle &= \langle\eta|\alpha\rangle\langle\alpha|\chi\rangle + \langle\eta|\beta\rangle\langle\beta|\chi\rangle \\ &= b_1^*a_1 + b_2^*a_2 = (b_1^*, b_2^*) \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Verwachtingswaarde, bijvoorbeeld

$$\begin{aligned} \langle\chi|s_x|\chi\rangle &= \\ &= \end{aligned}$$

Consequenties van een meting

We analyseren het meetproces aan een spin-1/2 systeem

We beginnen met een deeltje in toestand α dus met spin up

Iemand vraagt: *“Wat is de z-component van het spin-impulsmoment van het deeltje?”*

We antwoorden: $+\hbar/2$

We weten zeker dat een meting van s_z aan het systeem met zekerheid deze waarde oplevert

Onze classicus vraagt *“Wat is de x-component van het spinimpulsmoment van dit deeltje?”*

Ons antwoord *“Als je s_x meet heb je 50-50% kans om $+\hbar/2$ of $-\hbar/2$ te vinden”*

Onze classicus zal dit antwoord niet bevredigend vinden: *“Probeer je me nu te vertellen dat je niet weet wat de echte toestand van het deeltje is?”*

Wij: *“In tegendeel, ik weet precies wat de toestand van het deeltje is, namelijk α ”*

“Maar hoe kan het dan, dat je me niet kunt vertellen wat de x-component van de spin is?”

“Omdat het nog geen bepaalde x-component heeft. Dat kan ook niet zo zijn, want als zowel s_x als s_z precies bekend zijn, dan schenden we de onzekerheidsrelaties”

Consequenties van een meting

We analyseren het meetproces aan een spin-1/2 systeem

Onze uitdager is het beu, grijpt de apparatuur en meet de x-component: $+\hbar/2$

Hij: *“Hah, je hebt gelogen! Het deeltje heeft dezelfde waarde als s_x namelijk $+\hbar/2$ ”*

“Ja, dat heeft het deeltje nu, maar dit bewijst niet dat het deze waarde had voor de meting”

Hij: *“Je begint nu duidelijk te zeuren. Wat is er trouwens met je onzekerheidsrelatie gebeurd? Ik weet nu zowel s_x als s_z ”*

“Sorry, maar dat weet je niet: gedurende je meting heb je de toestand van het deeltje veranderd. Het is nu in een andere toestand. Je weet nu wel de waarde van s_x , maar je weet de waarde van s_z niet meer”

Hij: *“Nee hoor, ik was uitermate voorzichtig om het deeltje niet te verstoren toen ik aan het meten was”*

Wij: *“Goed dan, je gelooft me niet. Waarom controleer je het niet: meet s_z en zie wat je krijgt”*

Kwantummechanisch heeft het deeltje bepaalde eigenschappen niet! Dat volgt uit de axioma's van de theorie

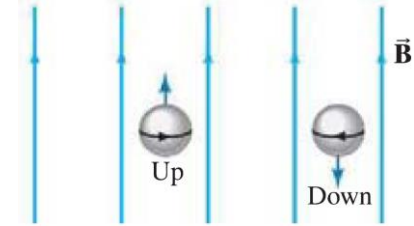
Kernspinresonantie (NMR)

Kern in magnetveld heeft energie $\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

Proton spin kan twee instellingen hebben (up, down)

Dit leidt tot twee energieniveaus

Er geldt $\Delta E = 2 \mu_p B_T$



In NMR opstelling plaatsen we een sample in een statisch veld B

Vervolgens geven we een RF pulse met frequentie f , zodat $hf = \Delta E = 2\mu_p B_T$

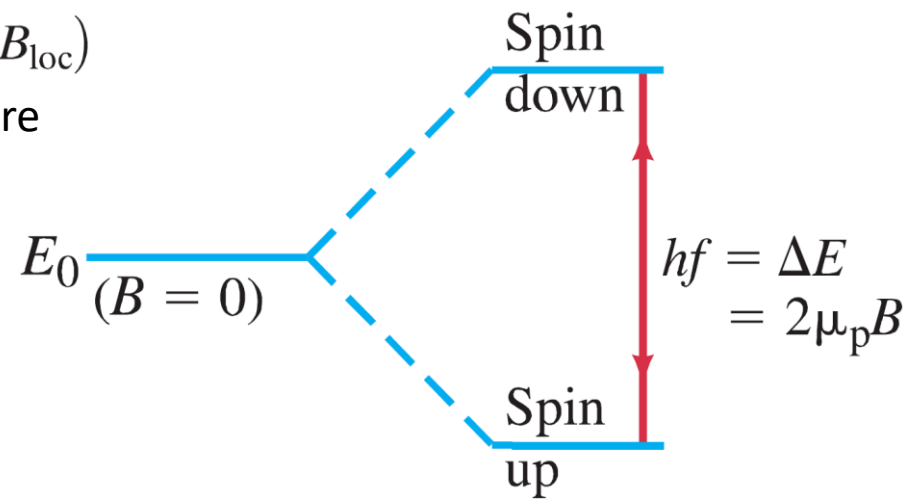
Op deze wijze induceren we overgangen tussen beide niveaus

Voor een proton hebben we 42.48 MHz voor een 1.0 T veld

Voor een gebonden proton geldt

$$hf = 2\mu_p (B_{\text{ext}} + B_{\text{loc}})$$

De frequentieverandering t.g.v. de moleculaire binding noemen we *chemical shift*



Magnetic Resonance Imaging (MRI)

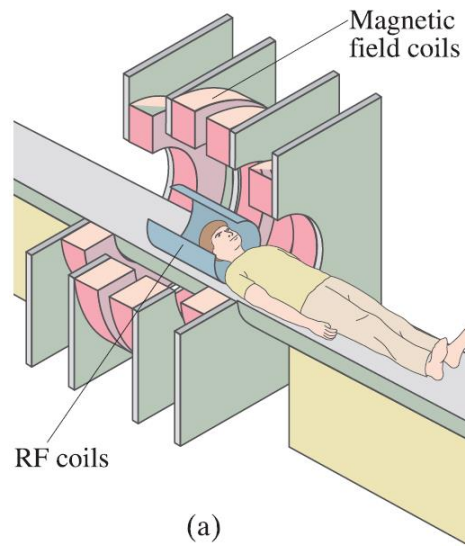
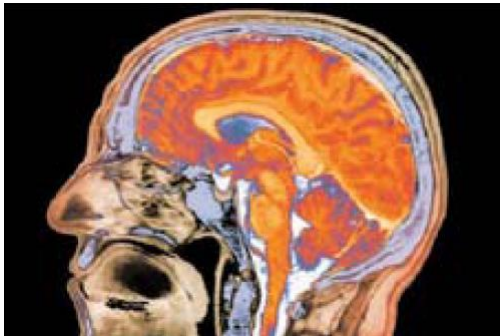
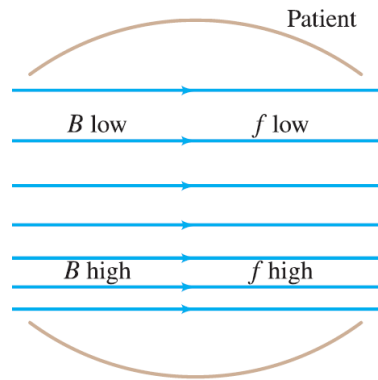
MRI maakt beelden op basis van de proton spin (NMR principe)

CT technieken worden gebruikt in de 2D of 3D beeldproductie

Statisch magneetveld heeft een gradient

Hierdoor is resonantie beperkt tot slechts 1 plaats (voor 1 frequentie)

De plaats van resonantie wordt gevarieerd (door gradienten of frequentie)



Materiegolven

Materiegolven



De Broglie,
1929



- Licht bestaat uit discrete eenheden (fotonen) met deeltjesachtige eigenschappen (energie, impuls) die gerelateerd zijn aan golfachtige eigenschappen (frequentie, golflengte)
- In 1923 postuleerde Prins Louis de Broglie dat gewone materie golfachtige eigenschappen kan hebben, waarbij de golflengte λ op dezelfde manier met de impuls p in verband staat als bij licht
 - Golflengte hangt van de impuls af
 - Niet van de grootte van het object
- Voorspelling: diffractie en interferentie van materiegolven

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Planck's constante

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$$

De Broglie golflengten

- Golflengte van een elektron met 50 eV kinetische energie

$$K = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{h^2}{2m_e \lambda^2} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e K}} = 1.7 \times 10^{-10} \text{ m}$$

- Golflengte van een stikstof molecuul op kamertemperatuur

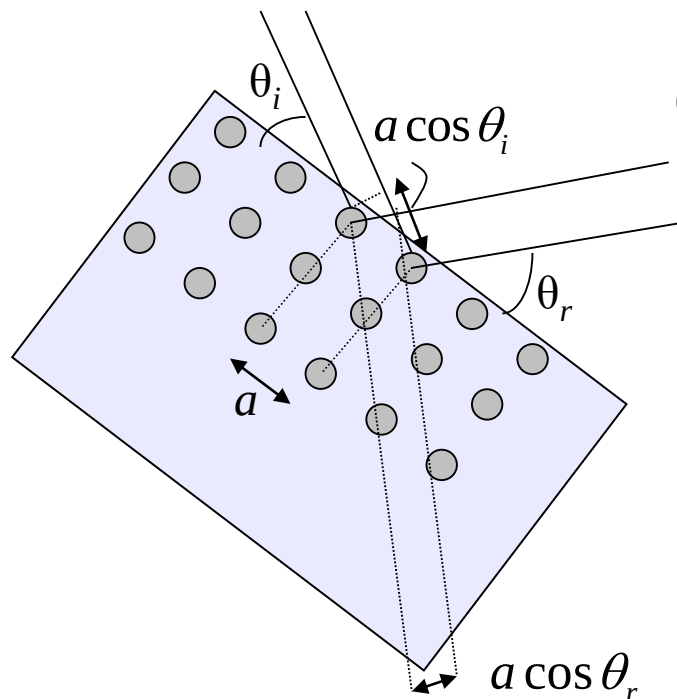
$$K = \frac{3kT}{2}, \quad \text{Mass} = 28m_u$$
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3MkT}} = 2.8 \times 10^{-11} \text{ m}$$

- Golflengte van een rubidium(87) atoom op 50 nK

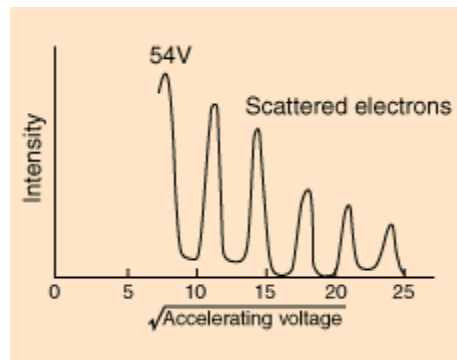
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3MkT}} = 1.2 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Davisson-Germer experiment

- Het Davisson-Germer experiment:
 - verstrooiing van een bundel elektronen aan een Ni kristal



Constructieve interferentie als
$$a(\cos \theta_r - \cos \theta_i) = n\lambda$$



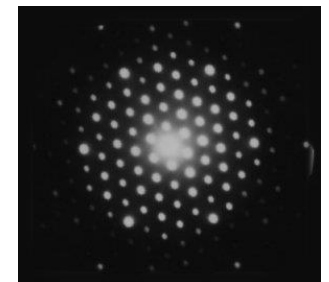
- Bij een vaste hoek worden scherpe pieken in intensiteit gevonden als functie van de elektron energie: interferentie!



Davisson
1937



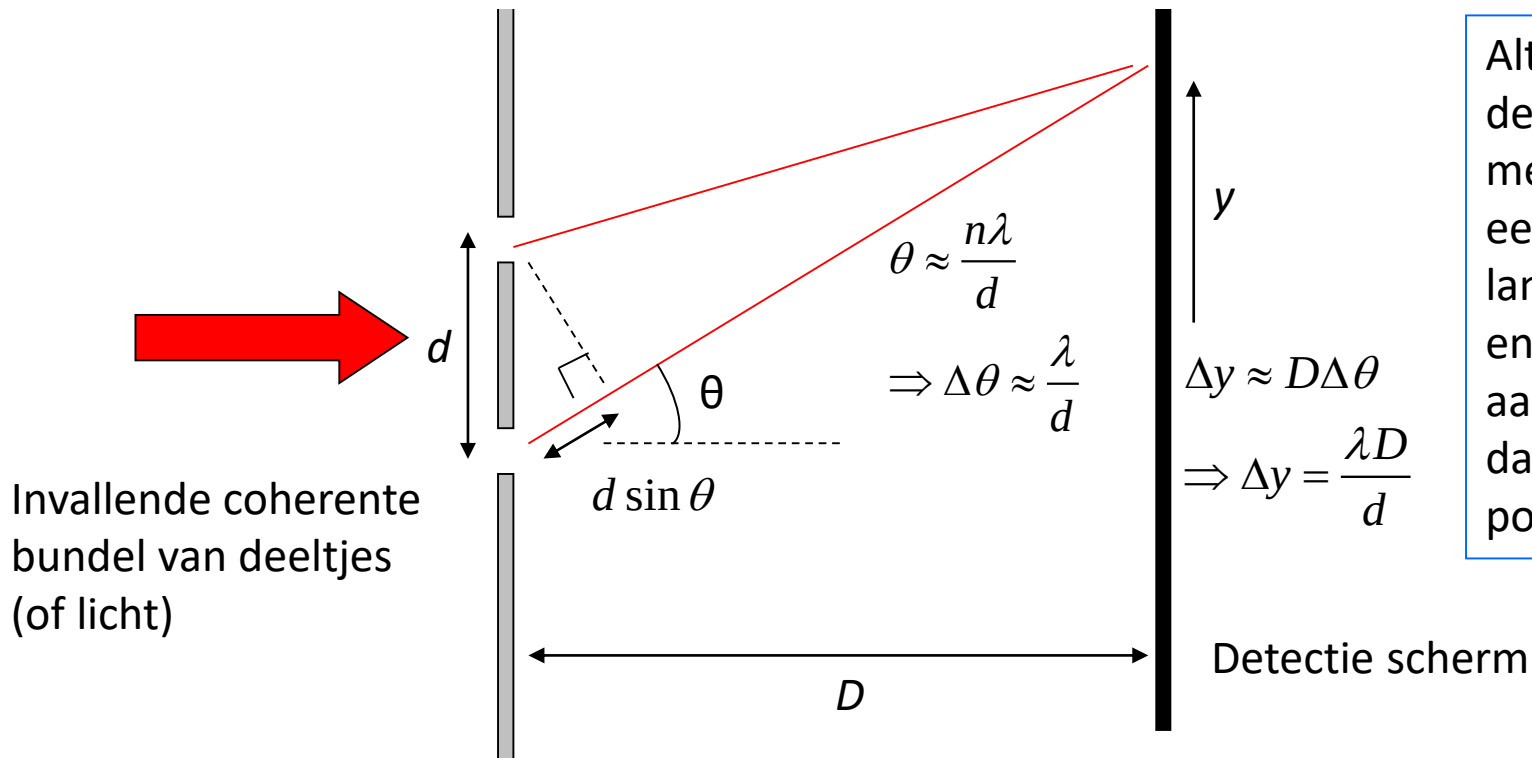
G.P. Thomson
1937



Twee-spleten experiment

- Oorspronkelijk uitgevoerd door Young (1801) om het golfkarakter van licht te demonstreren. Het wordt nu gebruikt voor onder andere elektronen, neutronen, He atomen

– Maxima $d \sin \theta = n\lambda$



Alternatieve detectie methode: scan een detector langs het scherm en registreer het aandeel deeltjes dat op elke positie arriveert.

Two-spleten experiment

Single-slit pattern



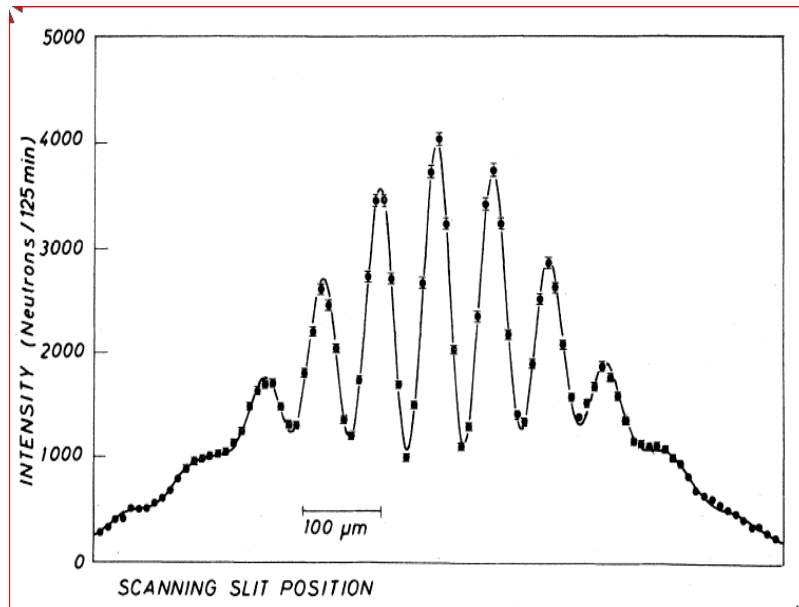
Double-slit pattern



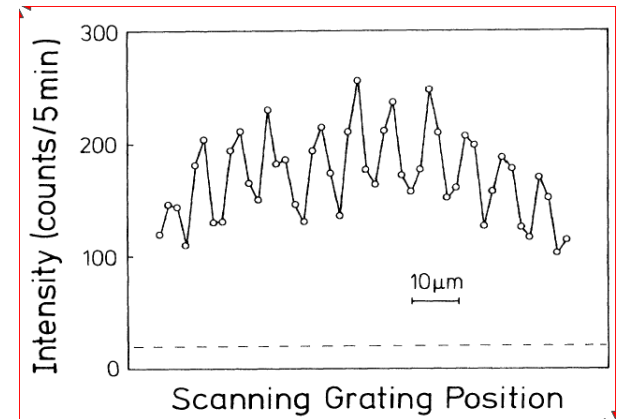
Waarom niet 2x single-slit patroon?

Meetresultaten

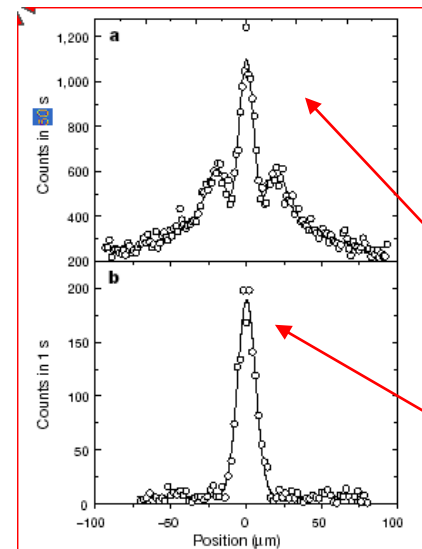
- Interferentiepatronen kunnen niet met klassieke fysica verklaard worden
 - Demonstratie van de hypothese van materiegolven



Neutrons, A Zeilinger *et al.* 1988
Reviews of Modern Physics **60**
1067-1073



He atoms: O Carnal and J Mlynek
1991 *Physical Review Letters* **66**
2689-2692



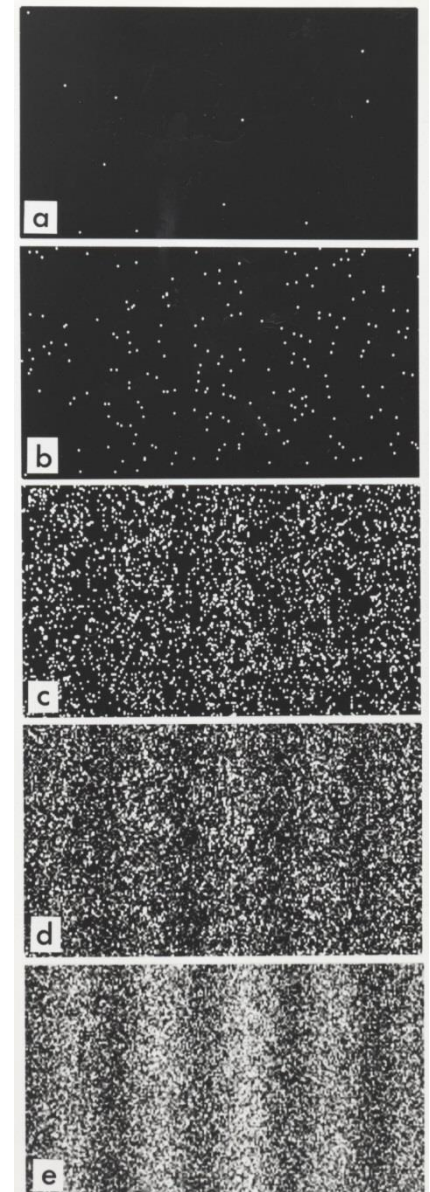
C₆₀ molecules: M
Arndt *et al.* 1999
Nature **401** 680-682

Met multiple-slit grating

Zonder grating

Meetresultaten

- Single elektron events
 - Twee-spleten experiment
 - 10 Hz, 50 kV, 120.000 km/s, 1 m lengte
 - www.hitachi.com



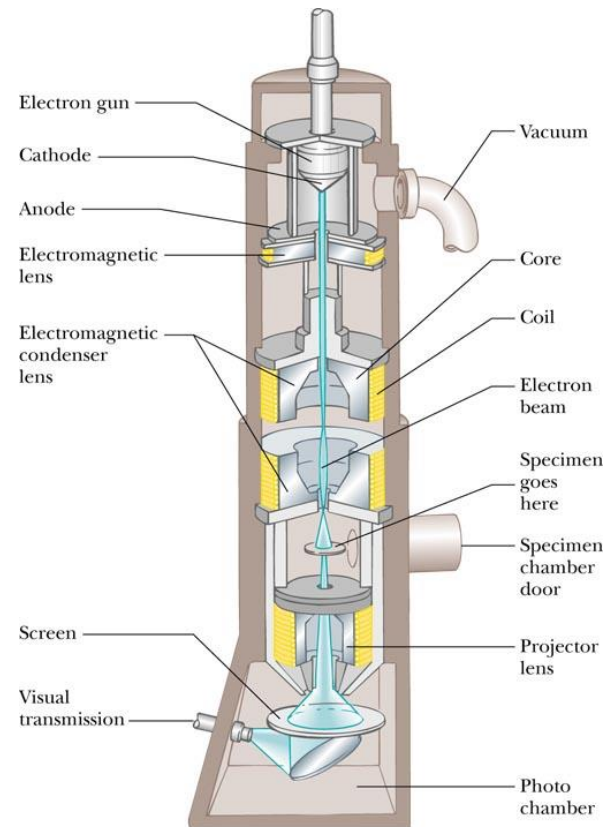
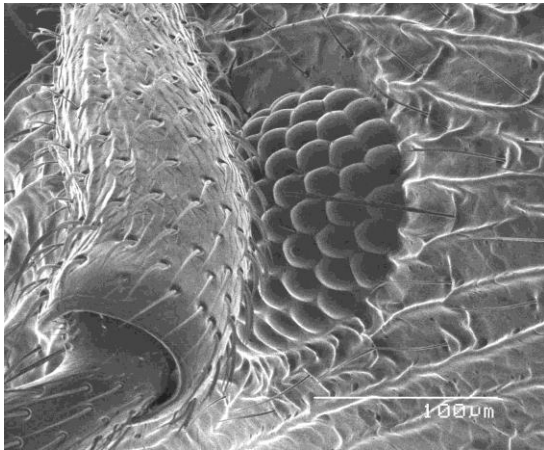
- Golf of deeltje?

Interpretatie

- Deeltjesflux kan gereduceerd worden, zodat er steeds slechts een deeltje per keer op het scherm aankomt
 - We zien dan nog steeds interferentie banden!
 - Elk deeltje gaat door beide spleten tegelijkertijd
- Het golfkarakter kan gedemonstreerd worden voor een enkel object
 - Een materie-deeltje interfereert met zichzelf
- Als we proberen te ontdekken door welke spleet het deeltje gaat, dan verdwijnt het interferentie patroon!
 - We kunnen golf- en deeltjeskarakter niet tegelijkertijd waarnemen
- **Richard Feynman:** “...a phenomenon which is impossible, absolutely impossible, to explain in any classical way, and which has in it the heart of quantum mechanics. In reality it contains the only mystery.”

Toepassing

- Elektronenmicroscop
 - Gebaseerd op golfkarakter van elektronen
 - Gewone microscoop kan details zien ter grootte van de golflengte van het licht
 - De elektronen kunnen versneld worden tot hoge energie en hebben dan een kleine golflengte
 - Vergroting bijvoorbeeld 50 miljoen keer



© 2003 Thomson - Brooks Cole^(a)



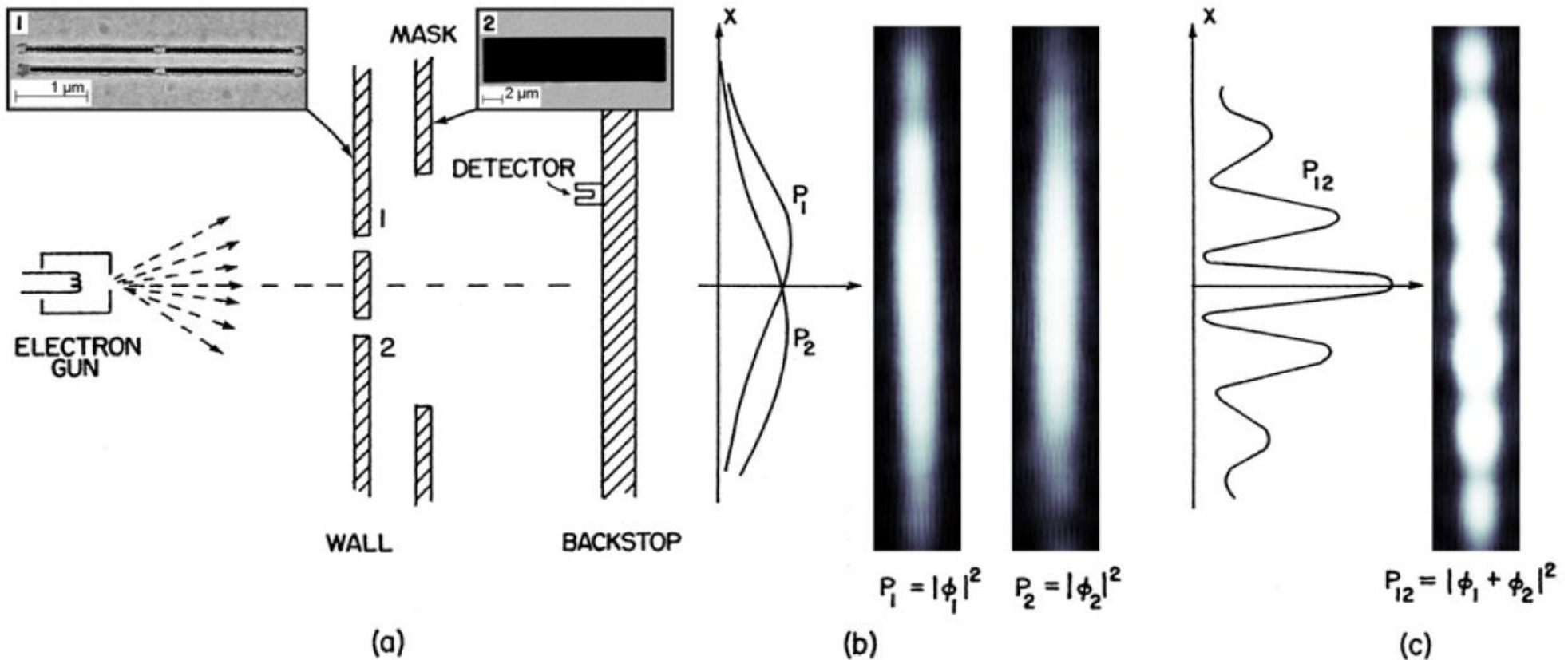
Twee-spleten experiment

We bekijken de video van Brian Greene: <https://www.youtube.com/watch?v=YoQYnhHQ95U>



Twee-spleten experiment

Metingen met een bewegend masker: enkel spleet-1 open, dan beide spleten, dan enkel spleet-2 open



Twee-spleten experiment

Metingen met een bewegend masker: enkel spleet-1 open, dan beide spleten, dan enkel spleet-2 open

Elektronenergie: 600 eV

De Broglie golflengte: 50 pm

Spleten zijn 62 nm breed een 4 um hoog

New Journal of Physics
The open access journal for physics

Controlled double-slit electron diffraction

Roger Bach^{1,3}, Damian Pope², Sy-Hwang Liou¹
and Herman Batelaan^{1,3}

¹ Department of Physics and Astronomy, University of Nebraska-Lincoln,
Theodore P Jorgensen Hall, Lincoln, NE 68588, USA

² Perimeter Institute for Theoretical Physics, 31 Caroline ST N, Waterloo,
Ontario N2L2Y5, Canada

E-mail: roger.bach@huskers.unl.edu and hbatelaan2@unl.edu

New Journal of Physics 15 (2013) 033018 (7pp)

Received 31 December 2012

Published 13 March 2013

Online at <http://www.njp.org/>

doi:10.1088/1367-2630/15/3/033018



—2660 nm

Twee-spleten experiment

Metingen met individuele elektronen: https://www.youtube.com/watch?v=hv12oB_uyFs

Voor de publicatie, zie ook <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1367-2630/15/3/033018/meta;jsessionid=25B47F9A27D1806568BAE7459E292930.c3.iopscience.cld.iop.org>

Twee-spleten experiment

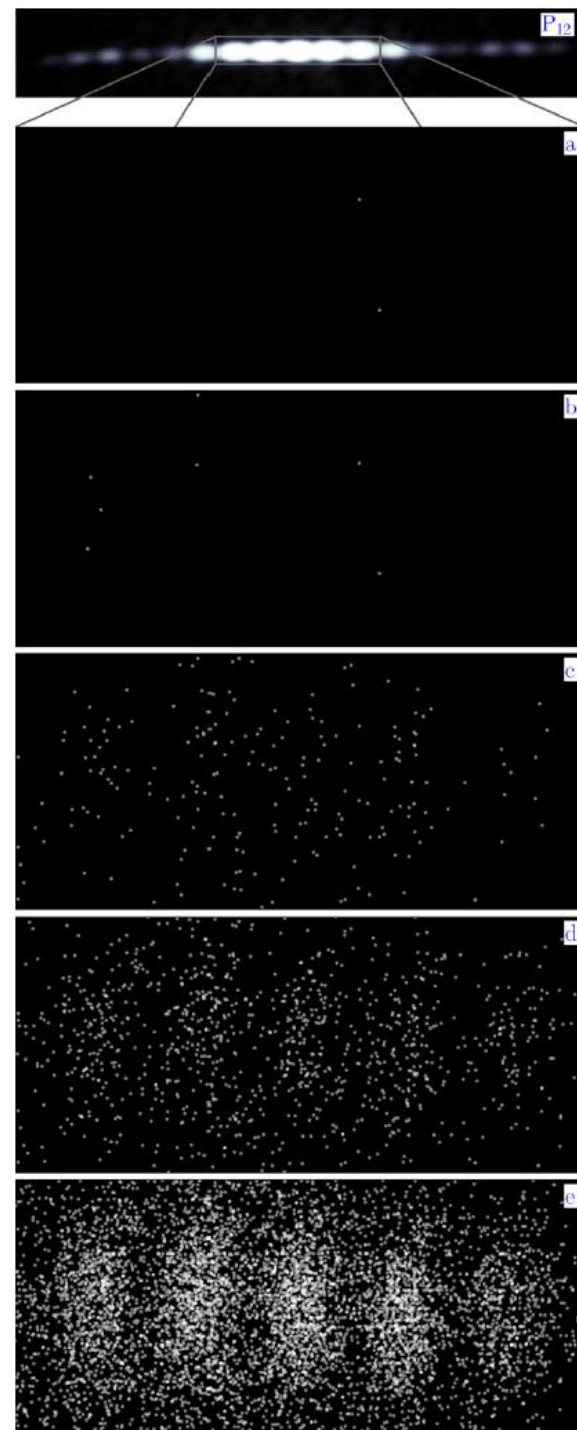
Metingen met individuele elektronen:

https://www.youtube.com/watch?v=hv12oB_uYFs

We observeren *interferentie*

Het elektron volgt *beide* paden *tegelijkertijd*

We observeren *golf-deeltje dualiteit* van materie



Twee-spleten experiment: Jim Al-Khalili

Metingen met individuele elektronen: <https://www.youtube.com/watch?v=A9tKncAdlHQ>



Interferometer met vertraagde keuze

Experiment van Wheeler

Interferometer met vertraagde keuze

Experiment van Wheeler

We beginnen met een foton linksonder

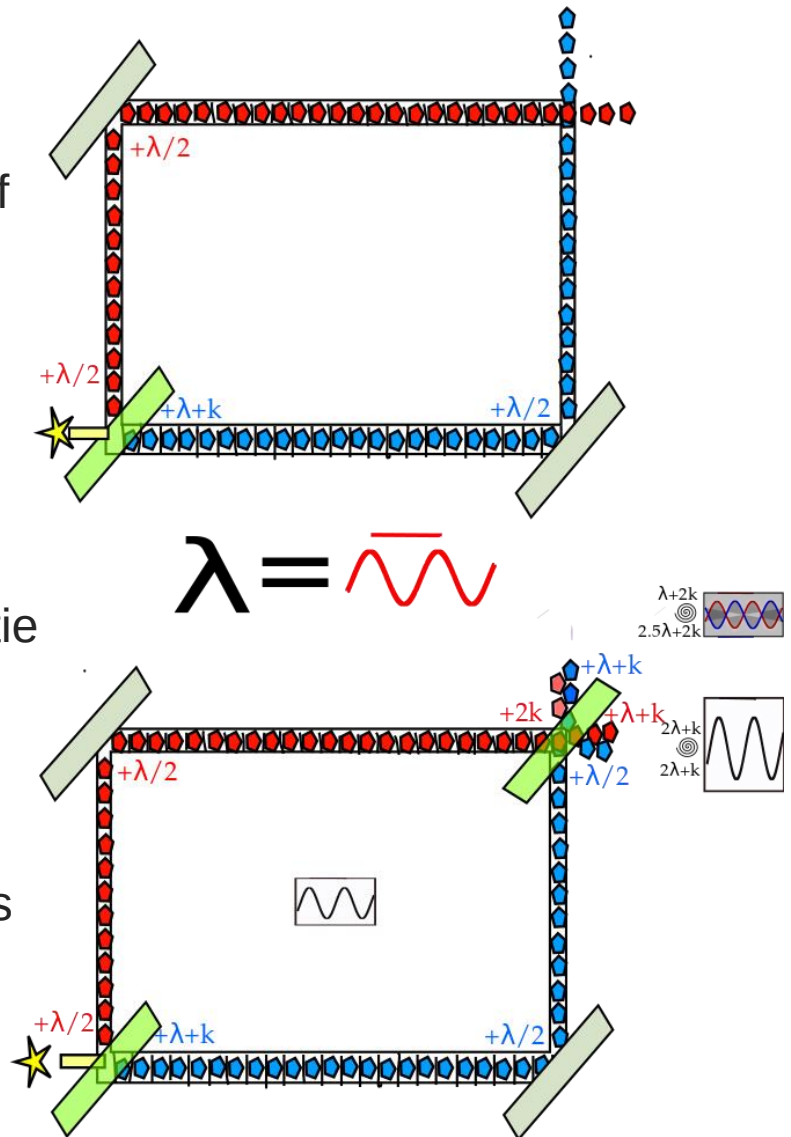
Er is een beam splitter en het foton kan het rode of het blauwe pad volgen

We kunnen detectoren rechtsboven plaatsen en dat ook waarnemen

Als we een tweede beam splitter toevoegen rechtsboven, dan zien beide detectoren interferentie

We kunnen dat doen als het foton al onderweg is

Wanneer besluit het foton om zich als deeltje of als golf te gedragen?



Interferometer met vertraagde keuze

Dubbele quasar QSO 0957+561 ontdekt in 1979

Op bijna 14 miljard lichtjaar van Aarde

Gravitational lensing op 3.7 miljard lichtjaar

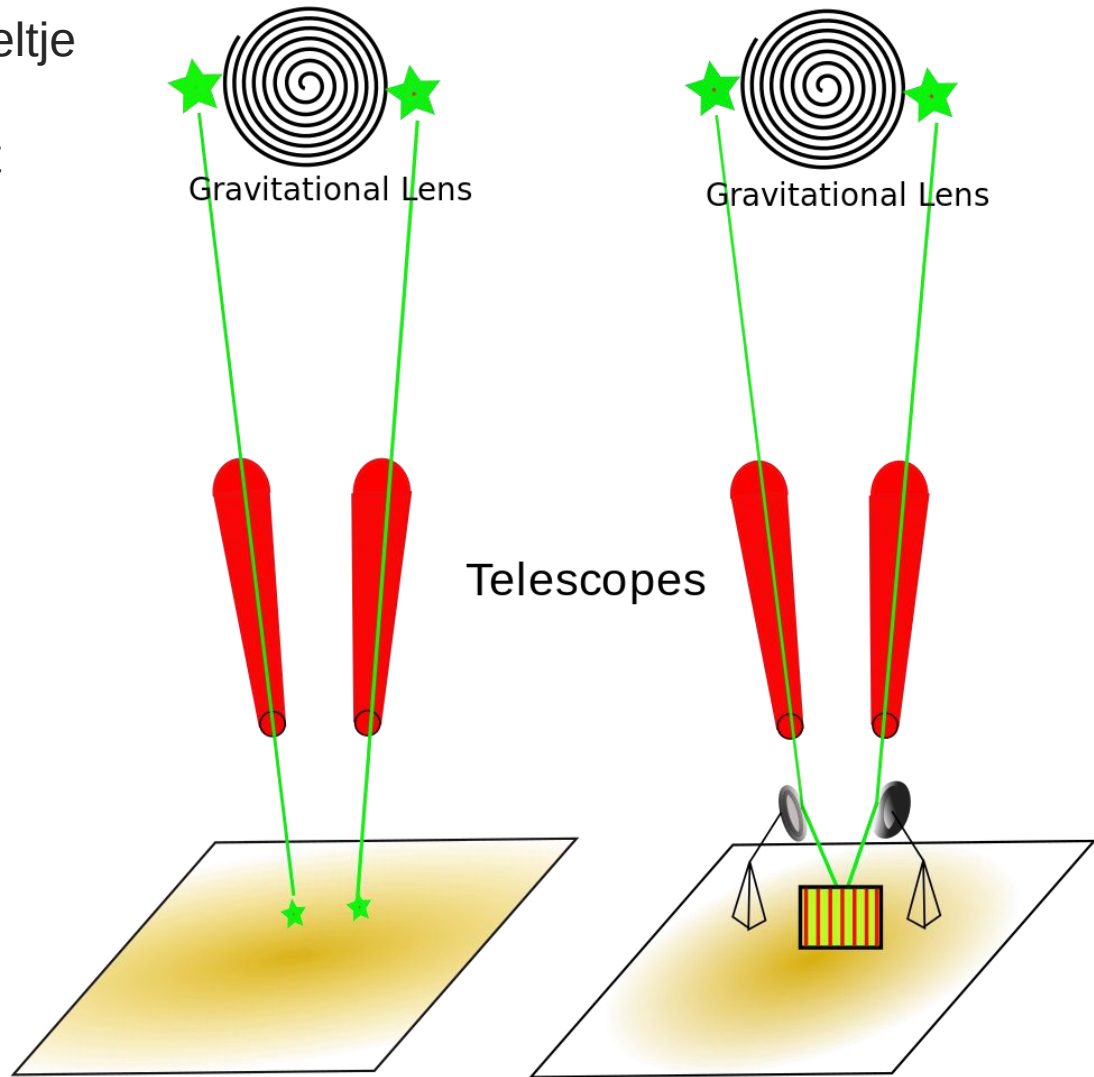
Lichtpaden verschillen 14 maanden in aankomsttijd



Een mogelijk experiment met de Twin Quasar

Dubbele quasar QSO 0957+561 ontdekt in 1979

De eis dat het foton zich of als deeltje of als golf gedraagt, vereist communicatie sneller dan het licht



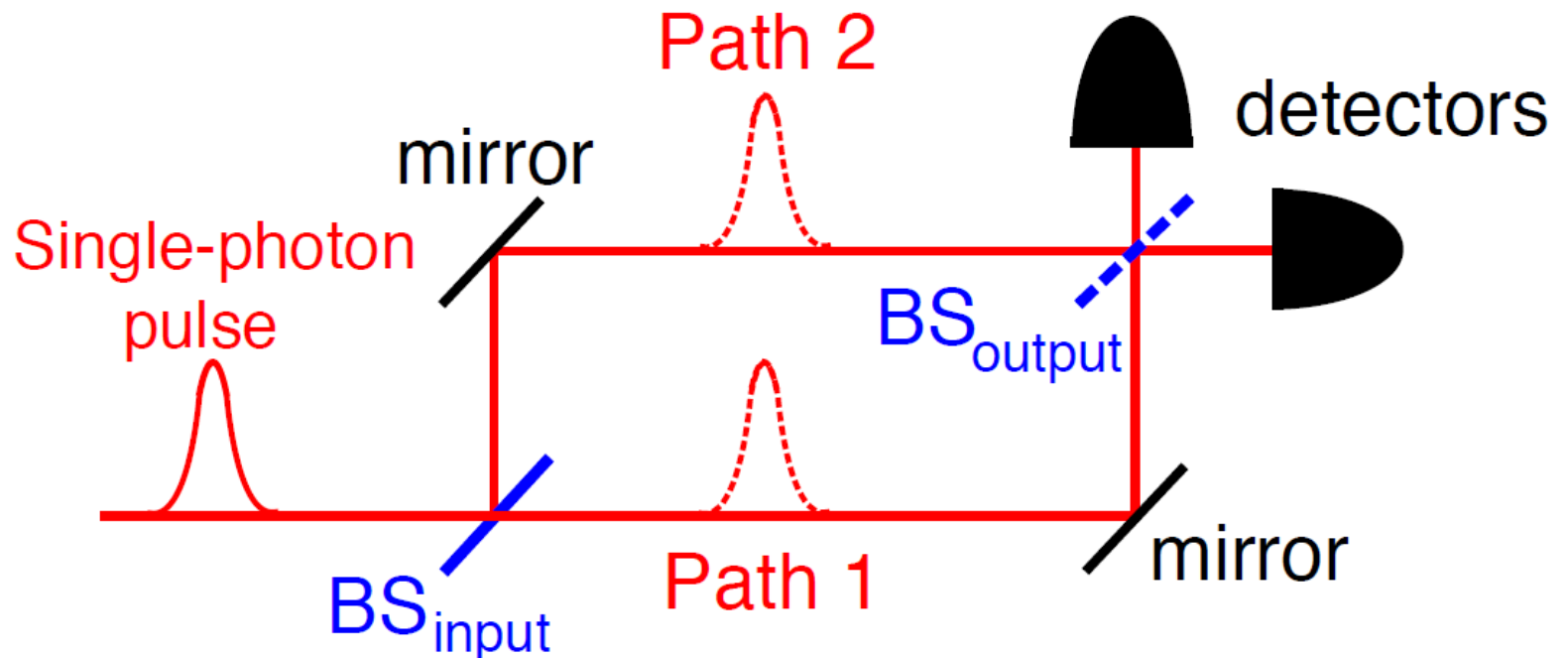
Mach-Zehnder interferometer

V. Jacques, A. Aspect *et al.*, <https://arxiv.org/pdf/quant-ph/0610241v1.pdf>

Een experimentele verificatie van Wheelers vertraagde keuze experiment

De keuze om BS_output te introduceren of te verwijderen (closed en open configuratie) wordt gemaakt *nadat* het foton reeds door BS_input gegaan is

Als het foton de interferometer in gaat, kan het niet “weten” welke meting wij gaan doen



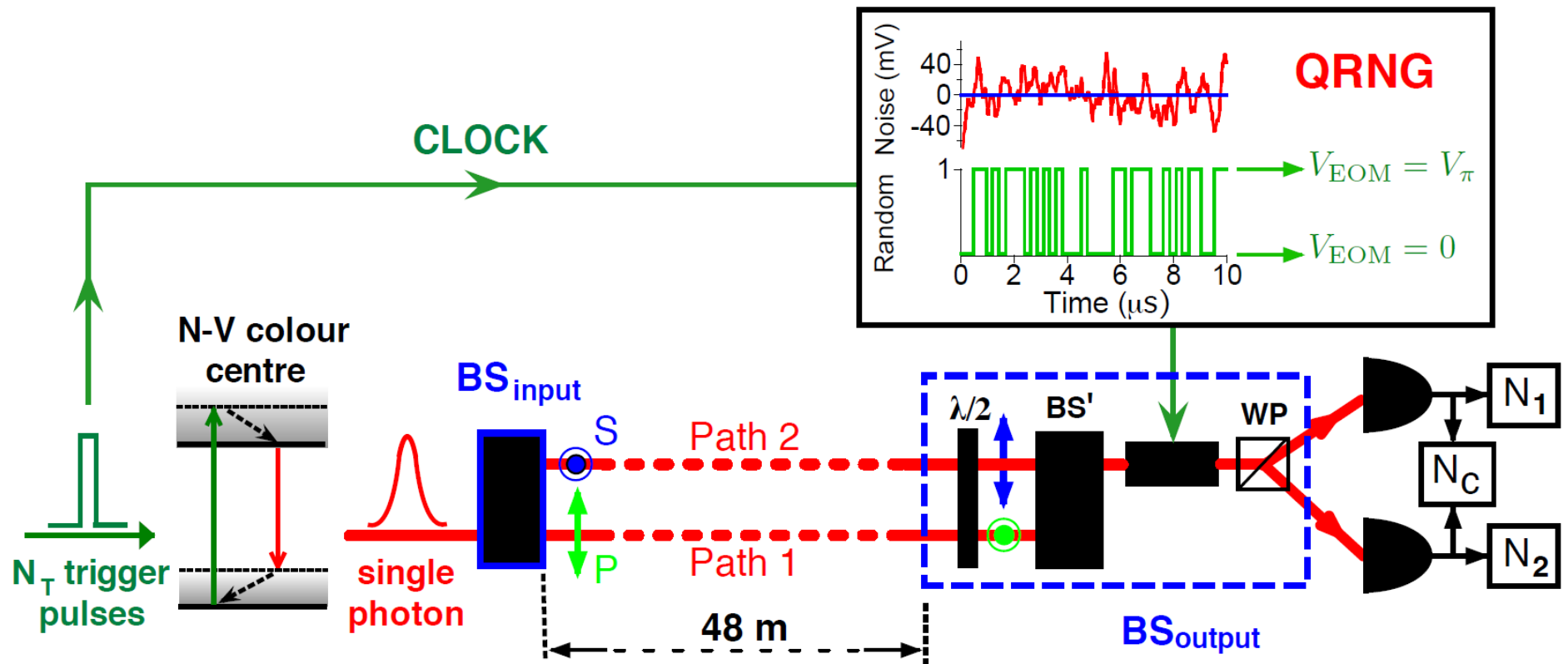
Mach-Zehnder interferometer

V. Jacques, A. Aspect *et al.*, <https://arxiv.org/pdf/quant-ph/0610241v1.pdf>

De lengte van de paden is 48 m voldoende tijd te hebben voor de vertraagde keuze

Er is steeds maar een enkel foton in het instrument

De beslissing wordt *random* genomen



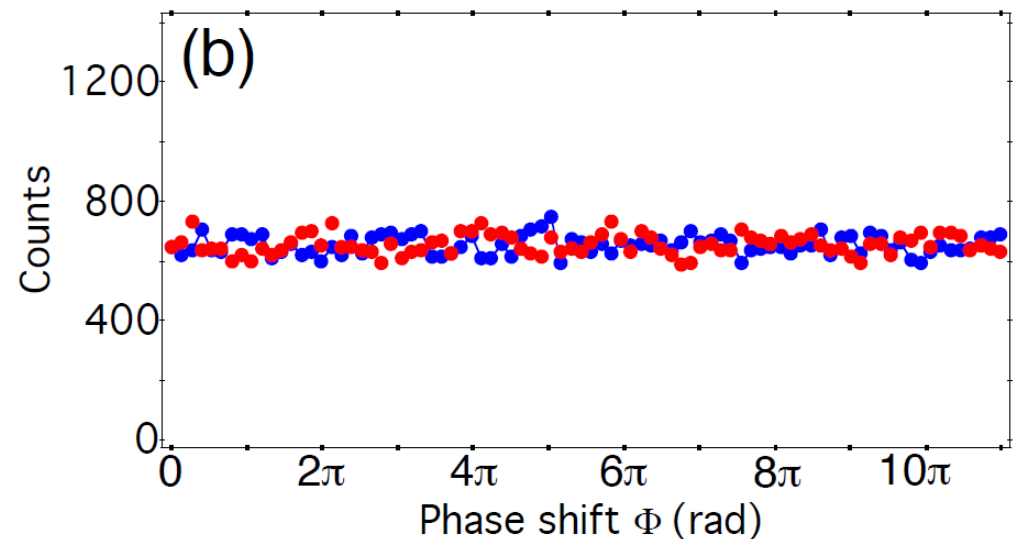
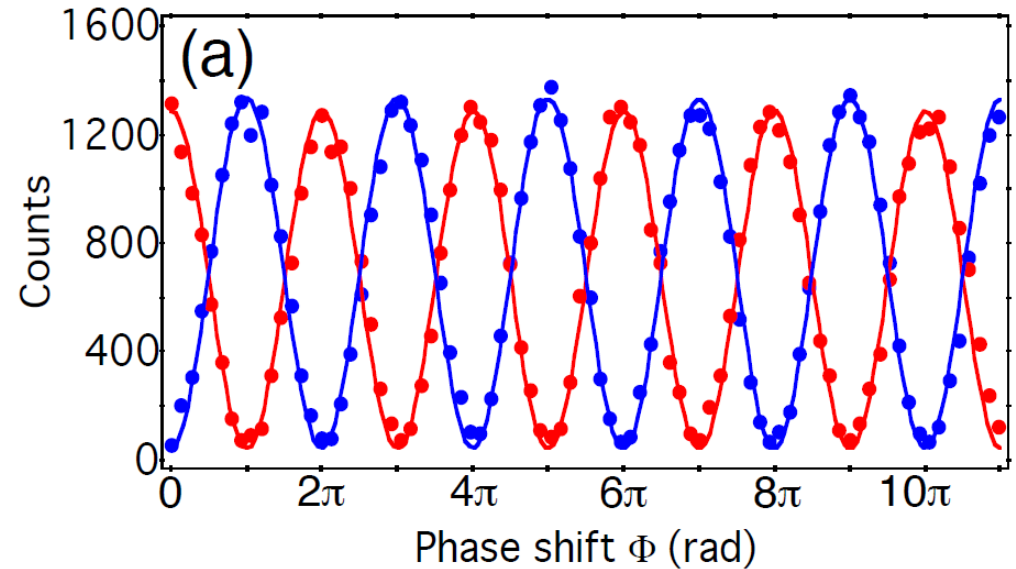
Mach-Zehnder interferometer

V. Jacques, A. Aspect *et al.*, <https://arxiv.org/pdf/quant-ph/0610241v1.pdf>

Rood en blauw geven de fotonen aan
gedetecteerd door detector 1 en 2

Interferentie wordt gemeten in de
closed configuratie (bovenste plots)

Interferentie is afwezig in de *open*
configuratie (bovenste plots)



Polarisatie van licht

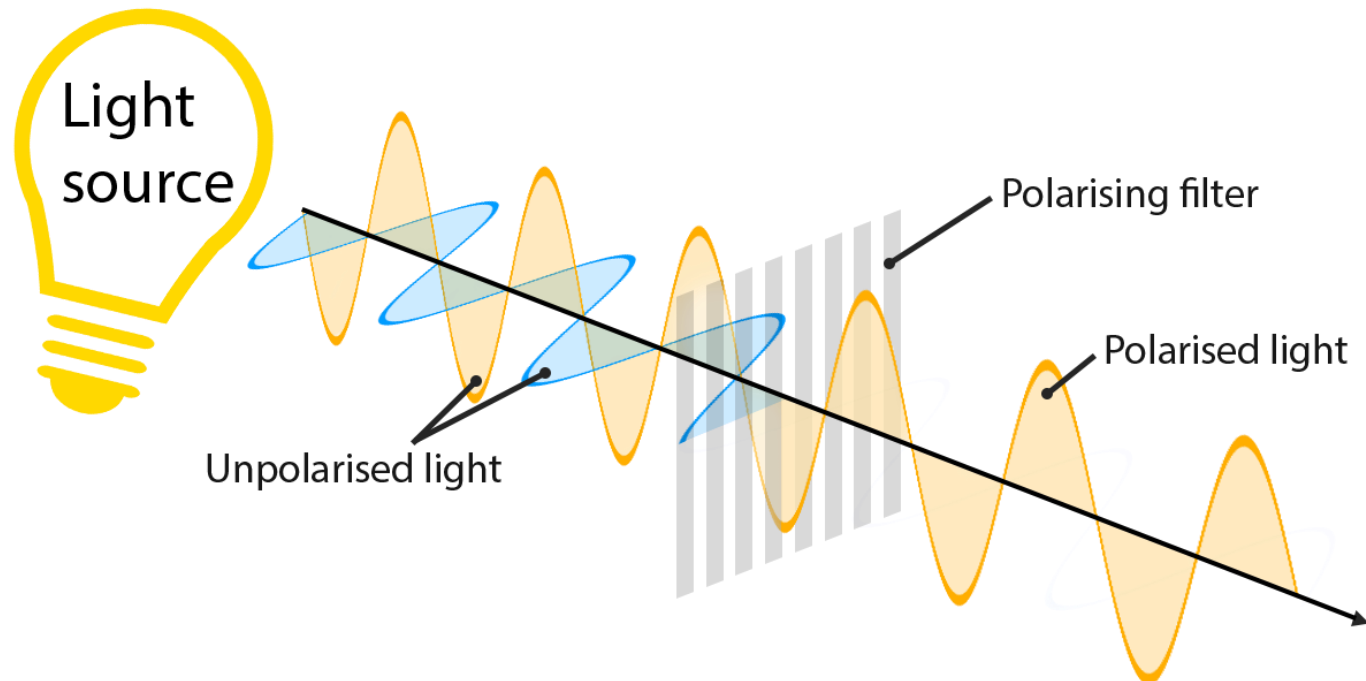
Polarisatie van licht

V. Jacques, A. Aspect *et al.*, <https://arxiv.org/pdf/quant-ph/0610241v1.pdf>

Licht bestaat uit trillende elektrische en magnetische velden

De polarisatierichting wordt gegeven door de richting waarin het elektrisch veld trilt

We kunnen licht polariseren

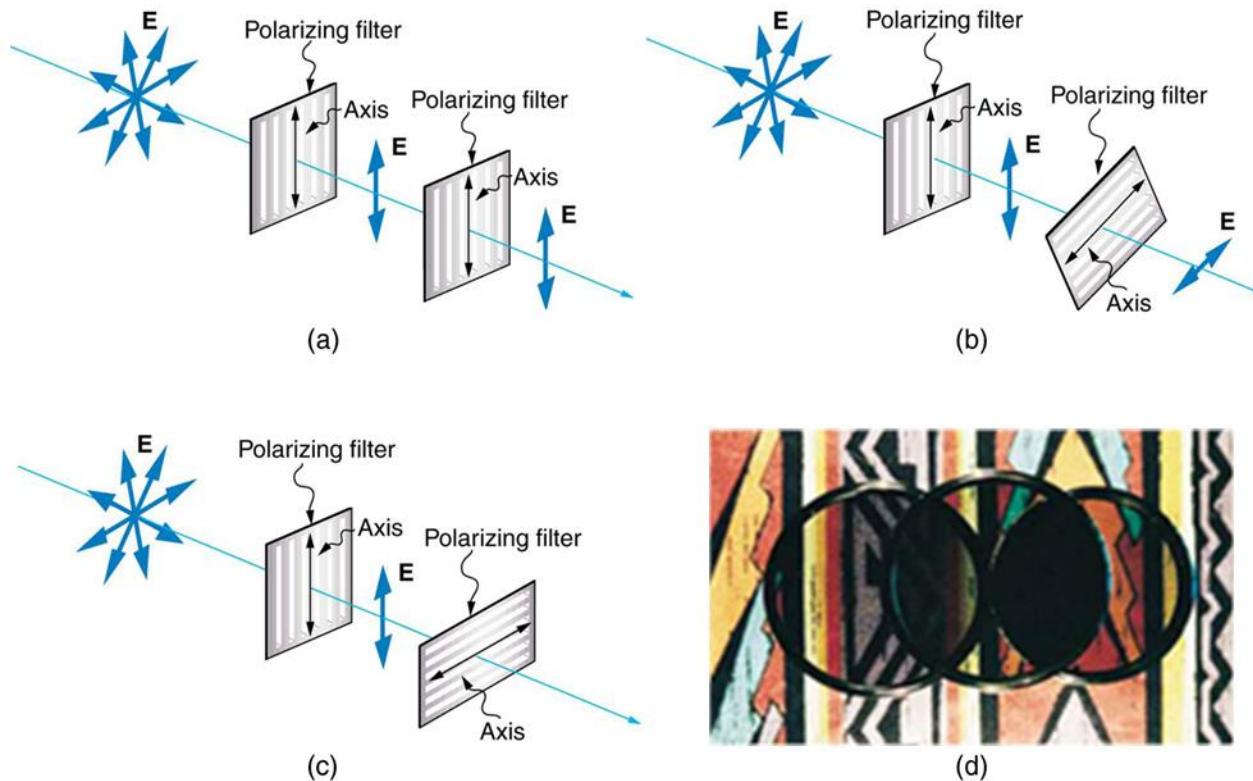


Polarisatie van licht

V. Jacques, A. Aspect *et al.*, <https://arxiv.org/pdf/quant-ph/0610241v1.pdf>

We kunnen meerdere polarizers achter elkaar zetten: $I = I_0 \cos^2 \theta$

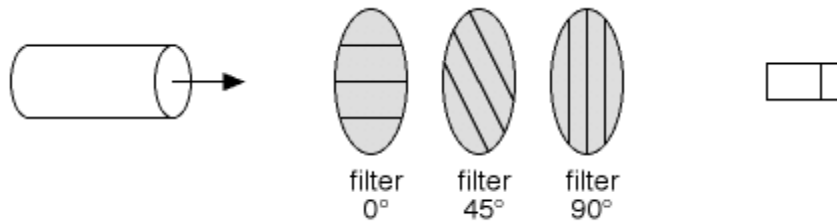
Er komt geen licht door twee polarizers die loodrecht op elkaar staan



Polarisatie van licht

Polarisation – Sixty Symbols, <https://www.youtube.com/watch?v=KM2TkM0hzW8>

Wat gebeurt er als we drie polarizers achter elkaar zetten?



Wat gebeurt er als we 90 polarizers achter elkaar zetten, steeds 1° gedraaid?

Dit is het gevolg van het meetproces!



Quantum eraser

PBS, https://www.youtube.com/watch?v=8ORLN_KwAgs

