

Tentamen: Elektriciteit en Magnetisme

Docent: J. F. J. van den Brand

Datum: 25 Augustus 2005

Zaal: Q105

Tijd: 09.30 - 12.30 uur

- Vermeld je naam op elke pagina.
- Vermeld je collegenummer.
- Alle benodigde vectorrelaties zijn te vinden in de bijlage.
- Het gebruik van een half A4-tje met formules is toegestaan.
- Voor het deeltentamen maak je opgaven 1, 5, 6, 7 en 8.
- Voor het hele tentamen maak je opgaven 2 tot en met 7.
- Motiveer je resultaat teneinde een maximale score te bereiken.

BIJLAGE:

FUNDAMENTELE CONSTANTEN

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

permittiviteit van het vacuum

$$k = 8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}\text{C}^{-2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

$$c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

lichtsnelheid

$$e = -1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$$

lading van het elektron

$$m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

massa van het elektron

CARTESIAANSE COÖRDINATEN

$$d\mathbf{l} = dx \hat{\mathbf{x}} + dy \hat{\mathbf{y}} + dz \hat{\mathbf{z}} = dx \mathbf{i} + dy \mathbf{j} + dz \mathbf{k}$$

lijn-element

$$d\tau = dxdydz$$

volume-element

SFERISCHE COÖRDINATEN

$$d\mathbf{l} = dr \hat{\mathbf{r}} + rd\theta \hat{\boldsymbol{\theta}} + r \sin \theta d\phi \hat{\boldsymbol{\phi}}$$

lijn-element

$$d\tau = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

volume-element

CILINDRISCHE COÖRDINATEN

$$d\mathbf{l} = ds \hat{\mathbf{s}} + sd\phi \hat{\boldsymbol{\phi}} + dz \hat{\mathbf{z}}$$

lijn-element

$$d\tau = sdsd\phi dz$$

volume-element

Opgave 1.

Korte vragen.

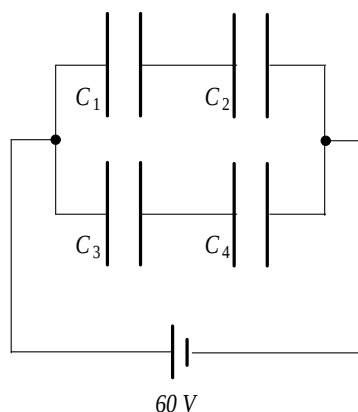
- Hoe luiden de Maxwell vergelijkingen voor het magnetostatische veld?
- Welke gevolgen hebben deze vergelijkingen voor hoe magnetische veldlijnen lopen?
- Bereken de netto magnetische flux door een imaginair gesloten oppervlak dat een willekeurige lading- en stroomverdeling omhult.
- Een paramagnetisch staafje wordt in een inhomogeen magnetisch veld geplaatst. Verklaar waarom er een kracht op het staafje werkt (in welke richting?).
- Wat is diamagnetisme en hoe ontstaat het?

Opgave 2.

Een uniform geladen geleidende bol met een diameter van 1.2 m heeft een oppervlakte ladingsdichtheid van $8.1 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$.

- Bereken de totale lading op de bol.
- Bereken de totale elektrische flux die de bol verlaat.
- Wat is het elektrisch veld op 2.0 m afstand van het centrum van de bol?
- Wat is de elektrische potentiaal op 2.0 m afstand van het centrum van de bol?
- Bereken de elektrische potentiaal binnen de bol.
- Bereken de elektrostatistische energie van de bol.

Opgave 3.

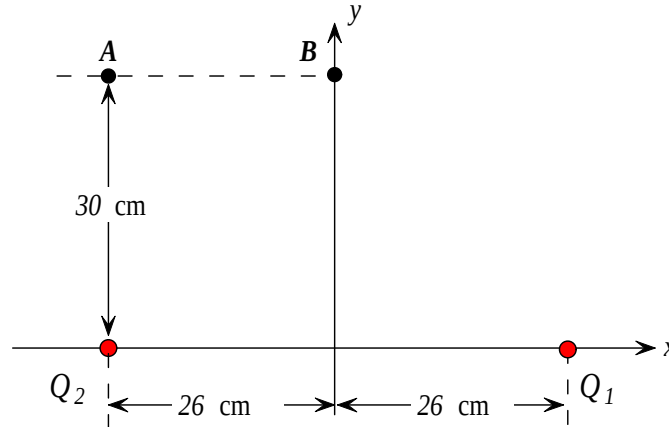


Voor de condensatoren geldt $C_1 = 1,0 \mu\text{F}$, $C_2 = C_3 = 2,0 \mu\text{F}$ en $C_4 = 4,0 \mu\text{F}$.

- Bereken de equivalente capaciteit van de combinatie condensatoren.
- Bereken het spanningsverschil over elk van de condensatoren.

- c) Wat is de lading die in elk van de vier condensatoren opgeslagen is?
- d) Wat is de totale energie opgeslagen in dit systeem?

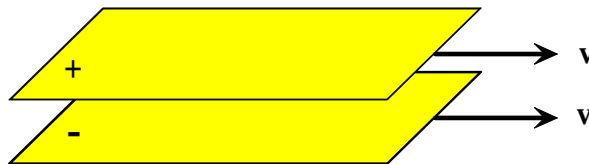
Opgave 4.



Bovenstaande figuur toont twee elektrische ladingen, $Q_1 = -50,0 \times 10^{-6}$ C en $Q_2 = +50,0 \times 10^{-6}$ C, die op de x -as gefixeerd zijn.

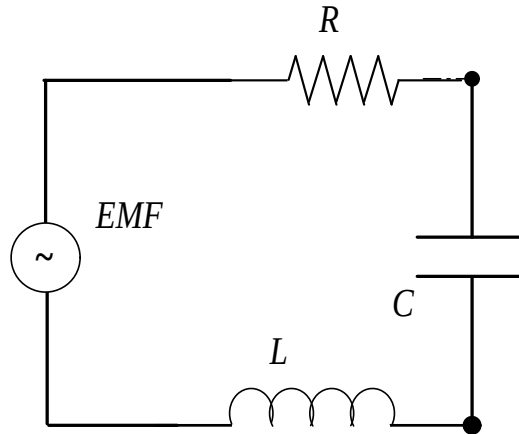
- a) Bereken het elektrisch veld in punt A (zie figuur).
- b) Bereken het elektrisch veld in punt B (zie figuur).
- c) Bereken de elektrische potentiaal V in punt A en in punt B.
- d) Bereken de elektrische potentiële energie van het systeem. De energie wordt gelijk aan 0 gedefinieerd in oneindig.

Opgave 5.



Een condensator bestaat uit twee evenwijdige platen op een afstand d van elkaar. De bovenste plaat heeft totale lading Q , de onderste plaat $-Q$. Beide platen zijn uniform geladen met een oppervlakteladingsdichtheid $\pm\sigma$. De condensator beweegt met een snelheid v in de x -richting (zie figuur).

- a) Bereken het magnetische veld tussen de platen, erboven en eronder.
- b) Bereken de magnetische kracht op de bovenste plaat. Geef in een schets de richting aan.
- c) Bij welke snelheid heft de magnetische kracht de elektrische kracht op?



Opgave 6.

Een $R = 20 \, \Omega$ weerstand, een condensator met $C = 2 \, \mu\text{F}$ en een spoel met $L = 2 \, \text{H}$ worden in serie geschakeld en aangesloten aan een generator met een maximum EMF van $100 \, \text{V}$ en een variabele frequentie.

- a) Bereken de resonantie frequentie f_0 .
- b) Bereken de capacatieve X_C en inductieve reactantie X_L voor een generator frequentie van $60 \, \text{Hz}$.
- c) Wat is de maximale stroom bij een generator frequentie van $60 \, \text{Hz}$?
- d) Bereken de maximale stroom bij de resonantie frequentie.
- e) Bepaal de waarde van de constante fasehoek δ tussen impedantie Z en weerstand R als de generator frequentie $f = 60 \, \text{Hz}$.
- f) Bereken het gemiddeld vermogen dat door de generator geleverd wordt bij een frequentie van $60 \, \text{Hz}$.
- g) Bereken de Q -waarde en de resonantie breedte van deze schakeling.
- h) Bereken de maximale spanning over de weerstand, spoel en condensator als het systeem in resonantie is.

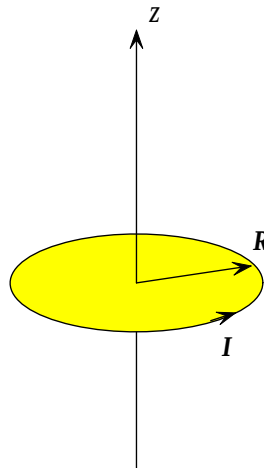
Opgave 7.

Gegeven een cirkelvormig (straal R) stroomkringetje in het (x, y) -vlak (met centrum in de oorsprong), waardoor een stroom I loopt (zie tekening).

- a) Schets het magnetische-veldenpatroon in het (x, z) -vlak.
- b) Bepaal het magnetisch veld $\mathbf{B}$ ter plaatse $(0, 0, z)$.

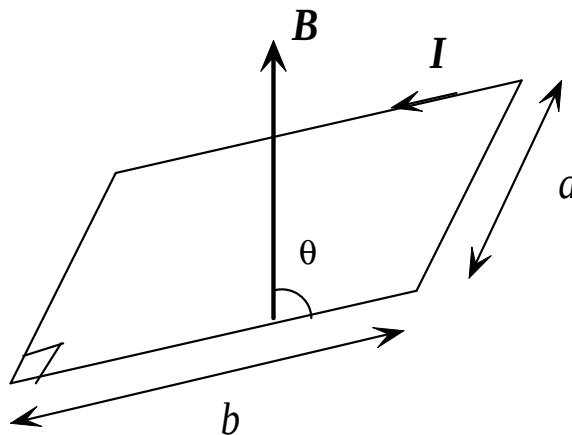
Gebruik de wet van Biot-Savart,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}. \quad (1)$$



- c) Op grote afstand van het kringetje is het magnetisch veld hetzelfde als het elektrische veld van een fysische elektrische dipool. De analogie geldt echter niet dicht bij het kringetje. Toon dit aan (kwalitatief, via een tekening van beide velden).

Opgave 8.



Een rechthoekig stroomkringetje met zijden a en b , waardoor een stroom I loopt, bevindt zich in een homogeen magnetisch veld met grootte B (zie figuur). De zijde met lengte a staat loodrecht op het vlak van tekening, terwijl de zijde met lengte b en B beide in het vlak van tekening liggen, waarbij ze een hoek θ met elkaar maken. De richting van I is aangegeven met de pijl.

- Bereken de (totale) kracht en koppel op het kringetje en geef ook de richting aan.
- Naar analogie met het elektrische geval kan het koppel geschreven worden als $\mathbf{N} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$, met $\mathbf{m}$ het magnetisch dipoolmoment van het stroomkringetje. Geef grootte en richting van $\mathbf{m}$.
- Teken de magnetische veldlijnen van het dipooltje/stroomkringetje, en vergelijk het met het elektrische veldlijnenpatroon van een fysische elektrische dipool. Bespreek overeenkomsten en verschillen.