A APPENDIX: Opgaven Electro-Statica

Hieronder vind je de opdrachten die je tijdens de colleges en thuis gaat maken.

Het is gebleken dat oefenen met de leerstof zijn vruchten afwerpt. Een kleine wekelijkse investering in de vorm van tijd en energie als je de opgaves maakt zal je dubbel en dwars terugverdienen. Een prettige bijkomstigheid is dat het volgen vande colleges gemakkelijker en efficienter zal worden omdat je 'bij' bent en blijft door het maken van deze 'papieren' opgaves. Ook vind je in deze oefenopgave's twee verplichte huiswerkopgave's.

Als extra stimulans zijn er ook 'digitale' opgaves die je wekelijks moet inleveren. De digitale 'inlever opdrachten' kun je vinden via de webpage:

http://www.nikhef.nl/user/h73/knem.html

A.1 Dagdeel I: De wet van Coulomb

- Welkom - opmerkingen van huishoudelijke aard.
- Interactief Hoorcollege
- Werkcollege

Voordat je met deze opgaves begint moet je natuurlijk de stof bestudeerd hebben of het college nog vers in het geheugen hebben. De stof die op het college besproken is vind je op de bijbehorende transparanten. Daar staan ook verwijzingen naar de verdere literatuur, waar je in detail de stof kunt nalezen of voorbeelden kunt bekijken.

A.1.1 Vectoren

We hebben kennis gemaakt met de Coulomb kracht en de formule die daar bij hoort:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{r^2}\hat{r} \tag{1}$$

a) Wat zijn vectoren en wat zijn scalars in deze formule?

b) Geef de grootte van iedere vector in de formule.

c) Schrijf de formule om zodat er geen $\hat{r}$ meer in voorkomt, maar wel een $\vec{r}$.

d) Wat vind je als je van een vector het inproduct met zichzelf neemt? (bijvoorbeeld $\hat{r} \cdot \hat{r} = ?$.)

A.1.2 Het antwoord komt langs

De grootte van het elektrisch veld $\left|\vec{E}\right|$ in een punt op afstand r van een dipool valt af als $\frac{1}{r^3}$. Welk principe wordt gebruikt in de afleiding van dit resultaat?

A.1.3 Het E veld in een kubus

Teken een kubus (midden op oorsprong) met op alle hoekpunten een puntlading.

a) teken de bijdrage aan het E veld in de oorsprong van iedere lading afzonderlijk.

b) beredeneer mbv je schets dat er netto geen E veld in de oorsprong is.

c) Geef een uitdrukking voor het E veld (overal) in de kubus.

A.1.4 Een lijntje lading (I)

Bereken het elektrisch veld ergens op de x-as van een draadje met lading langs de z-as. De ladings dichtheid is λ en het draadje ligt tussen $z = -L/2$ en $z = +L/2$. Splits de opgave in ‘begrijpen wat je moet uitrekenen’ en ‘ de berekening uitvoeren’! Maak ALTIJD eerst een schets van de situatie.

A.1.5 Een lijntje lading (II)

Bereken het elektrisch veld ergens op de z-as ($z > L/2$) van een draadje met lading langs de z-as. De ladings dichtheid is λ en het draadje ligt tussen $z = -L/2$ en $z = +L/2$. Splits de opgave in 'begrijpen wat je moet uitrekenen' en ' de berekening uitvoeren'!

A.1.6 Hoeveel dipool, hoeveel lading?

In de oorsprong bevindt zich een ladingsverdeling. Het is niet bekend of het gaat om een netto lading of om een dipool, of om een combinatie daarvan. Je meet de elektrische veldsterkte op de x-as. Op 1 mm afstand geldt dat de veldsterkte gelijk is aan $6,0 \times 10^2 \frac{V}{m}$. gericht in positieve x-richting. In alle andere richtingen is de elektrische veldsterkte op dezelfde afstand van de oorsprong *kleiner*. Op de x-as, op 2 mm afstand van de oorsprong is de gemeten waarde $1,2 \times 10^2 \frac{V}{m}$ Bereken de waarden van de netto-lading en van het dipoolmoment.

A.1.7 Dagdeel I: De wet van Coulomb - Wat moet ik kunnen?

Bevestig voor jezelf dat je de volgende kennis beheerst (bijvoorbeeld door de relevante formules op te schrijven):

- De uitdrukking voor de Coulomb kracht tussen twee puntladingen. Wat is de relatieve grootte van de kracht als we de afstand tussen de ladingen verdubbelen? Wat gebeurt er met de richting in dit geval?
- Het electrische veld van een puntlading.
- De uitdrukking van het het electrische veld van een lijnlading, een oppervlakte lading en een ruimtelading.

A.2 Dagdeel II: De wet van Gauss

- bespreking opgaves.
- interactief hoorcollege
- werkcollege

A.2.1 Het inprodukt intens.

We zijn het inprodukt al tegengekomen. Formeel geldt:

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|cos(\alpha_{ab}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \tag{2}$$

a) Het resultaat van het inproduct is opnieuw vector, waar of onwaar?

In dit vak komen we vaak het inprodukt tegen met een eenheidvector, bijvoorbeeld $\vec{a}\cdot\hat{r}$, met $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$.

b) Leg uit dat $\vec{a}\cdot\hat{r}$ als het ware de component van $\vec{a}$ in de richting van $\vec{r}$ oplevert.

Op dit principe kunnen we nog even voortborduren. Laten we eens kijken naar een de integraal over een oppervlak O met normaalvector $\vec{n}$:

$$\int_O \vec{E}\cdot\vec{n}dO \tag{3}$$

De integrand is $\vec{E}\cdot\vec{n}$ is de component van $\vec{E}$ die loodrecht op het oppervlak staat.

c) Waaraan moet je $\vec{E}$ gelijk stellen als je de oppervlakte van oppervlak O zou willen berekenen? Geef de integraal voor het geval dat O een vierkant is en bereken de oppervlakte.

A.2.2 Ladingsverdeling en totale lading

a) Je hebt een bol met straal R en uniforme ladingsdichtheid ρ. Schrijf de integraal op die de totale lading geeft, en voer de integratie uit.

Nu heb je een bol met in het centrum een ladingsdichtheid ρ_{max}, die lineair afneemt tot nul op de rand, dus bij $r = R$. De lading is minder dan wanneer de hele bol ladingsdichtheid ρ_{max} zou hebben.

b) hoeveel keer zo klein verwacht je dat de lading is?

c) Geef de functie $\rho(r)$ en schets de bijbehorende grafiek.

d) Bereken de totale lading.

e) Vergelijk je antwoord met je voorspelling bij b)

f) Check je antwoord bij je buurman. Hadden julle hetzelfde antwoord?

A.2.3 Wat moet er uitkomen?

Geef aan of je eenvoudig met de Wet van Gauss het veld van onderstaande geladen voorverpen zou kunnen bepalen. Waarom en waarom niet. Als het mogelijk is geef dan het veld buiten het voorwerp (geef altijd ook je berekening).

a) een bal

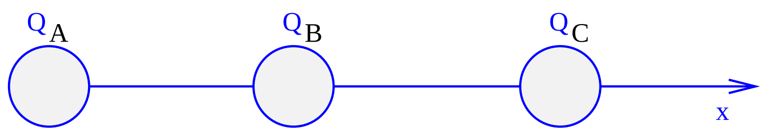
b) een schoen

c) een dozijn parallele platen die oneindig groot zijn.

d) een kubus

A.2.4 Clubjes lading

Drie rustende, positieve puntladingen Q_A, Q_B en Q_C bevinden zich op één lijn (zie figuur).



a) Bereken voor elk van de ladingen grootte en richting van de kracht die in het gezamenlijke veld van de andere wordt ondervonden.

Beschouw drie ladingen die op een lijn liggen: In x=-0,1 mm een lading van -0,1 C, in x=0 een lading van +0,2 C en in x=0,1 mm een lading van -0,1 C.

b) Bereken het veld in x=1 cm, x= 2 cm en x=3 cm. Met welke macht van de afstand tot de oorsprong neemt het veld af?

c) Wat kun je zeggen over het elektrisch veld als functie van de afstand tot een watermolecuul? En het veld als functie van de afstand tot een koolstofdioxide-molecuul?

A.2.5 Bollen in soorten en maten

Een niet geleidende massieve bol met straal R heeft een uniforme ladingsdichtheid. Buiten de bol is de ladingsverdeling onbekend. Je wilt het elektrisch veld in een punt M binnen de bol uitrekenen.

a) Leg uit of dat kan zonder de ladingsverdeling buiten de bol te weten.

   we bekijken enkele ladingsverdelingen die bolsymmetrisch zijn om de oorsprong, zonder lading buiten de bol.

b) een puntlading Q,

c) een holle, niet geleidende bolschil met straal R en oppervlaktelading $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$,

d) een homogeen geladen, niet geleidende bol met ladingsdichtheid $\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$,

e) een dikke neutrale geleidende bolschil rondom een puntlading Q.

Aanwijzing voor d: binnen in een geleider is het elektrisch veld nul.

Bepaal voor de gevallen b t/m f de grootte $E(r)$ van de elektrische veldsterkte en maak daar schetsjes van.

f) Bepaal voor geval d de oppervlaktelading bij R_1en R_2.

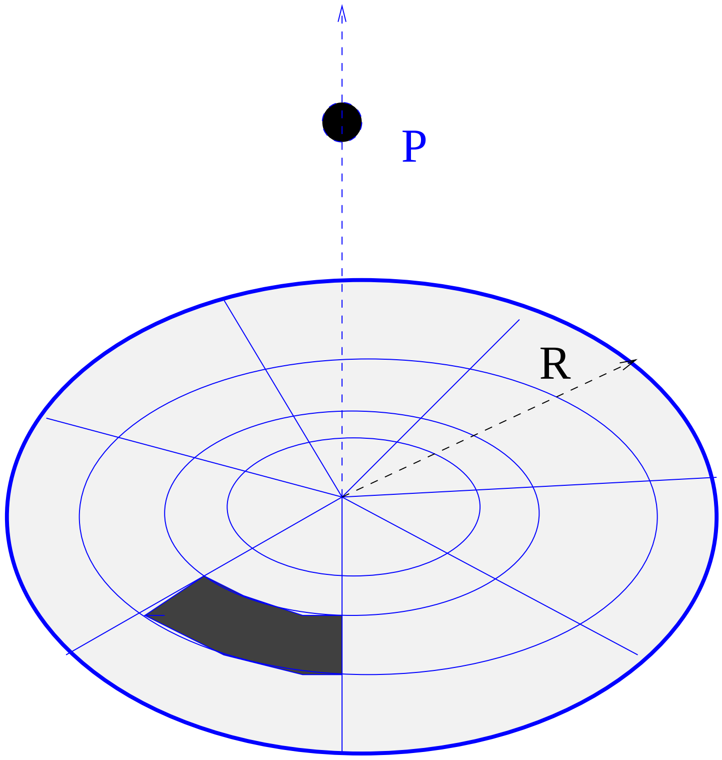
g) Bedenk een ladingsverdeling $\rho(r)$ zo dat het elektrisch veld kwadratisch toeneemt als functie van de afstand tot de oorsprong.

A.2.6 Ring- en Schijfladingen

Uit de formule voor de elektrische veldsterkte $\mathrm{d}\vec{E}$ in een gegeven veldpunt P en afkomstig van een kleine puntlading $\mathrm{d}Q$, zijn formules voor de velden van ruimtelijke ladingsverdelingen af te leiden. Je moet deze verdelingen dan uit (oneindig) veel puntladingen $\mathrm{d}Q$ opgebouwd denken, en hun bijdragen $\mathrm{d}\vec{E}$ aan het totale veld integreren.
We beschouwen (zie figuur) een geladen cirkelschijf met straal R, die een vaste ladingsdichtheid (hier: lading per oppervlakte-eenheid) σ heeft. Het gekozen veldpunt P bevindt zich op de z-as buiten het vlak van de schijf, op een afstand z recht tegenover met middelpunt O. We verdelen de schijf in dunne concentrische ringen met straal r en dikte $\mathrm{d}r$ (r loopt van 0 tot R), en deze ringen weer in smalle sectoren met oppervlakte $r\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}r$ (ϕ loopt van 0 tot 2π).

a) Laat zien dat de grootte van de veldbijdrage $\mathrm{d}\vec{E}$ in P ten gevolge van één sector uit één ring (het zwarte stukje in de figuur) gegeven wordt door

$$\mathrm{d}E = \frac{\sigma r\,\mathrm{d}\phi\,\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0(r^2+z^2)}$$



b) Verklaar uit de symmetrie van de ringen dat voor de bijdrage van $\mathrm{d}\vec{E}$ aan het totale veld $\vec{E}$ van de schijf in P alleen de z-component van $\mathrm{d}\vec{E}$ hoeft te worden beschouwd.

c) Schrijf de integraal op die je moet uitvoeren om het veld van de hele schijf te verkrijgen.

d) Laat zien dat deze integraal de volgende uitdrukking oplevert:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}})\,\hat{\mathrm{z}}$$

e) Geef benaderingsformules voor $z \ll R$ en voor $z \gg R$, en geef commentaar op de resultaten.

A.2.7 Dagdeel II: De wet van Gauss - Wat moet ik kunnen?

Bevestig voor jezelf dat je de volgende kennis beheerst (bijvoorbeeld door de relevante formules op te schrijven):

- Het volume kunnen berekenen van een cilinder en een bol in respectievelijk cilinder- en bol-coördinaten.
- Begrijpen dat de electrische flux door een boloppervlak met willekeurige straal (en als middelpunt een puntlading) constant is.
- Met behulp van de Wet van Gauss het electrische veld berekenen van de volgende objecten:
  - oneindig lange lijnlading,
  - oneindig grote geladen plaat,
  - geladen bol.

A.3 Dagdeel III: De gradiënt van de potentiaal

- bespreking opgaves.
- interactief hoorcollege
- werkcollege

A.3.1 Energievraagstuk opgelost op college

De energie die een elektrisch veld heeft, is gegeven door U=$\frac{\varepsilon_0}{2}\int E^\alpha dV$.
Wat is de waarde van α?

A.3.2 Gadiënten berekenen

a) Bereken de gradiëntvan $V(\vec{r}) = r^{4/3}$.

b) Bereken de gradiënt van $V(\vec{r}) = x - 3y + 7z$

c) Bereken de gradiënt van $V(\vec{r}) = x - 3y + 7z - 12$

d) Bereken de gradiënt van $V(\vec{r}) = e^r$

A.3.3 Ook bij een lijnlading?

Beschouw een oneindig doorlopende, rechte lijnlading. Beschouw de lijn en een vierkantje in een plat vlak dat twee zijden parallel aan de lijn heeft en twee zijden loodrecht daar op, dus van de lijn uit gezien radieel gericht. Het vierkantje ligt niet op de lijnlading. Teken eerst de situatie (essentieel!). Vervolgens, bereken de kringintegraal van het elektrisch veld en geef commentaar op het resultaat van de berekening.

A.3.4 Wat kun je zeggen over een geleider?

Iemand beweert: Op een een metalen draadje zal een lading zich gelijkmatig verdelen, de lading per lengte-eenheid is overal gelijk.

a) Beschouw een punt op driekwart van het draadje en leg uit dat op een lading in dat punt een kracht zou werken, als de ladingsverdeling inderdaad uniform zou zijn.

b) Formuleer twee criteria, één in termen van het elektrisch veld en één in termen van de potentiaal, die geldig zijn in en op een geleider.

A.3.5 Dagdeel III: De gradiënt van de potentiaal - Wat moet ik kunnen?

Bevestig voor jezelf dat je de volgende kennis beheerst (bijvoorbeeld door de relevante formules op te schrijven):

- De uitdrukking voor de potentiaal van een puntlading geven.
- Begrijpen hoe je de potentiaal van een dipool vindt.
- De gradiënt van een functie $f(x, y, z)$ berekenen.
- Begrijpen hoe je de uitdrukking voor de energie van een willekeurige ladingsverdeling vindt.

A.4 Dagdeel IV: De divergentie van het elektrisch veld

- bespreking opgaves.
- interactief hoorcollege
- werkcollege

A.4.1 Weet je wat hier fout aan is?

Een student schrijft het volgende op:

$$\vec{E} = (x^2, -2y^2, 3z^2) \tag{4}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = (2x, -4y, 6z) \tag{5}$$

a) Omschijf zijn fout.

b) Corrigeer zijn antwoord.

A.4.2 Komt er uit wat er uit zou moeten komen?

a) Geef het elektrisch veld buiten een homogeen geladen bol.

b) Wat zou er volgens de wet van Gauss in differentiële vorm uit de divergentie moeten komen?

c) Controleer dit expliet door de divergentie van je antwoord bij te nemen.

e) Gegeven een elektrisch veld $\vec{E}(\vec{r}) = \left(\frac{\rho_0}{3\varepsilon_0} r - \frac{\rho_0}{4\varepsilon_0 R} r^2\right)\hat{r}$. Bepaal de ladingsdichtheid $\rho(\vec{r})$ voor $r < R$.

A.4.3 Energie

Bereken hoeveel energie is opgeslagen in de ladingsverdeling van opdracht A.2.2c, horend bij het tweede dagdeel.

A.4.4 Vierkant

Vier gelijke ladingen $Q = 2.0 \times 10^{-6}$C bevinden zich in een overigens lege ruimte op de hoekpunten van een vierkant met zijde $a = 0.50$. De permittiviteit van het vacuüm is $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$.

a) Hoe groot is de elektrische veldsterkte in het middelpunt van het vierkant?

b) Hoe groot is de elektrische potentiaal in het middelpunt van het vierkant?

c) Hoe groot is de potentiële energie van de gegeven ladingsconfiguratie?

A.4.5 Ronde bollen, spitse punten

Je weet wellicht dat het elektrisch veld bij een spitse punt van een geladen geleider groot is. Als illustratie hiervan beschouwen we twee geleidende bollen, elk met lading +Q, met stralen a en b (b > a). Op een gegeven moment verbind je de bollen door een lange, geleidende draad. Je mag aannemen dat de ladingsverdeling op beide bollen bolsymmetrisch blijft en dat de hoeveelheid lading die op de draad blijft zitten verwaarloosbaar klein is.

a) Schets de situatie.

b) Leg uit of op het moment dat je de verbindingsdraad aanlegt er lading van de ene naar de andere bol zal gaan.

c) Bepaal de verhouding van de sterktes van de elektrische velden net buiten beide bollen, na het aanleggen van de verbinding.

A.4.6 Rare verdeling

Gegeven is een potentiaal $V(r) = r^{7/2}$

a) Beredeneer dat het elektrisch veld radiëel gericht zal zijn.

b) Bereken het elektrisch veld uit de gegeven potentiaal. Is het inderdaad radiëel gericht?

c) Bepaal met behulp van de wet van Gauss in differentiële vorm hoe de lading over de ruimte is verdeeld.

d) Controleer met behulp van de wet van Gauss in integraalvorm of je antwoorden bij b en c met elkaar kloppen.

A.4.7 Dagdeel IV: De divergentie van het elektrisch veld - Wat moet ik kunnen?

Bevestig voor jezelf dat je de volgende kennis beheerst (bijvoorbeeld door de relevante formules op te schrijven):

- Een integrale en een differentiële vergelijking voor het electrische veld opschrijven.
- Begrijpen hoe je m.b.v. de Stelling van Gauss bovengenoemde integrale en differentiële vergelijkingen in elkaar over kunt laten gaan.

A.5 Dagdeel V: Geleiders in elektrische velden

- bespreking opgaves.
- interactief hoorcollege
- werkcollege

A.5.1 Oprollen

Beschouw een vlakke-plaatcondensator met vierkante , L bij L grote platen, met afstand tussen de platen d. Nu maak je daar een cilindercondensator van: je rolt een plaat tot een buis, van de andere knip je een strook af, en ook daarvan maak je een buis, die in de andere past, met afstand tussen de binnenste en de buitenste buis nog steeds dezelfde d. Bereken of de capaciteit van je nieuwe cilindercondensator groter of kleiner is dan die van de plaatcondensator.

Leg uit hoe dit van L en d afhangt.

A.5.2 Schud het uit je mouw!

Je hebt inmiddels een aantal methoden geleerd die je kunt toepassen om het elektrisch veld in een gegeven configuratie te bepalen:

De Wet van Gauss moet je nu snel, bijna routinematig kunnen toepassen. Dat kun je testen met de volgende vraagstukken. Voor alle opdrachten geldt dat je duidelijk de electrische flux door het Gauss oppervlak dient te berekenen. En als je het E veld buiten de integraal haalt beredeneer dan waarom je dat mag doen.

a) Bepaal het E veld op afstand d van een vlakke plaat (ladingsdichtheid σ) met een grote oppervlakte A, zodat $A >> d$. Gebruik een 'vierkant Guass pillen-doosje'.

b) Bepaal het E veld op afstand d van een lange cilinder (lengte L) met straal R met $d >> R$ en $d << L$. Gebruik een 'rond pillendoosje'. Laat zien dat dit alleen gaat als je bij de uiteinden van de cilinder vandaan blijft.

c) Bepaal het E veld buiten een geladen bol met lading Q op afstand d. Gebruik een geschikt Gauss oppervlak.

A.5.3 Dagdeel V: Geleiders in elektrische velden - Wat moet ik kunnen?

- Begrijpen waarom de lading op een geleider gaat zitten.
- Begrijpen waarom het E veld in een geleider altijd nul is en waarom het E veld altijd loodrecht op het oppervlak van een geleider staat.
- Uitleggen wat de beeldladingsmethode inhoudt.
- Uitleggen wat een condensator is.

A.6 Dagdeel VI: Isolatoren in elektrische velden

- bespreking opgaves.
- interactief hoorcollege
- werkcollege

A.6.1 Groter, kleiner, of onveranderd?

Een condensator heeft een capaciteit C als tussen de platen vacuüm heerst. Nu wordt een diëlektrikum tussen de platen geschoven. Wordt de capaciteit kleiner, groter, of blijft zij onveranderd?

A.6.2 Wat is constant?

Als je een condensator hebt, en je vraagt je af wat er met het elektrisch veld zal gebeuren als je een isolator tussen de platen schuift, zijn er twee mogelijke situaties.

a) Beschrijf die twee mogelijke situaties.

   De condensator bestaat uit twee vlakke platen met oppervlakte A op afstand d. De condesatorplaten hebben een potentiaal verschil V.

b) Bepaal de lading op ieder van de platen.

   Nu schuiven we een isolator met di-electrische constante ϵ tussen de platen.

c) We houden het potentiaal verschil V constant dmv een batterij tijdens deze actie. Wat is nu de lading op ieder van de platen?

d) Als we het potentiaal verschil niet constant hadden gehouden en er voor gezorgd hadden dat er geen lading van de platen kan ontsnappen. Wat is dan het potentiaal verschil?

A.6.3 Wat voelt de testlading?

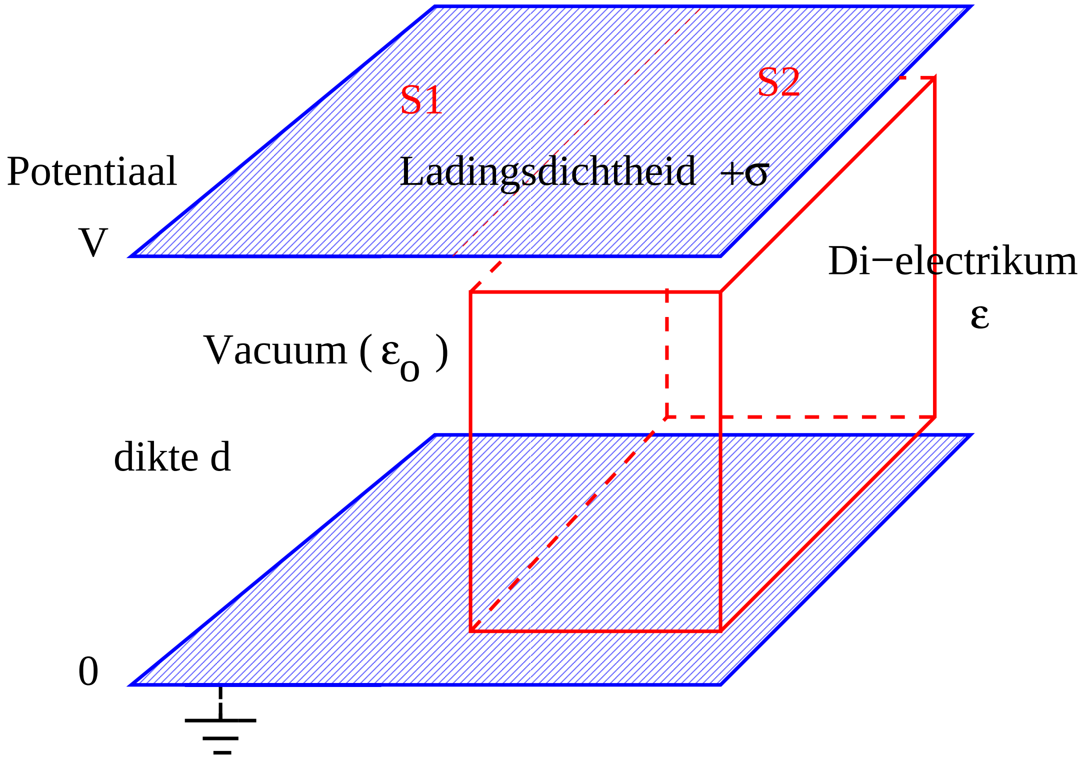
Een testlading wordt in een ruimte geplaatst waarvoor geldt dat $\vec{E}en\vec{P}$ alle ongelijk aan nul zijn. Geef de uitdrukking voor de kracht op de testlading.

A.6.4 Van het ene naar het andere materiaal.

Gegeven is een grensvlak tussen twee media waarin zich geen vrije ladingen bevinden.

Laat met behulp van een geschikt gekozen kringintegraal en een geschikt gekozen gesloten oppervlakte-integraal zien dat in dit grensvlak de volgende veldvectorcomponent continu is: de tangentiële component van de elektrische veldsterkte $\vec{E}$.

We bekijken twee gevallen van een gedeeltelijk met een diëlektricum gevulde condensator. Gegeven is eerst een ideale condensator (in twee delen, zie figuur) met plaatafstand d en spanning V. De tussenruimte van deel 1 (tegenover de oppervlakte S_1) is vacuüm; de tussenruimte van deel 2 (tegenover de resterende oppervlakte S_2) is gevuld met een diëlektricum (permittiviteit ε).

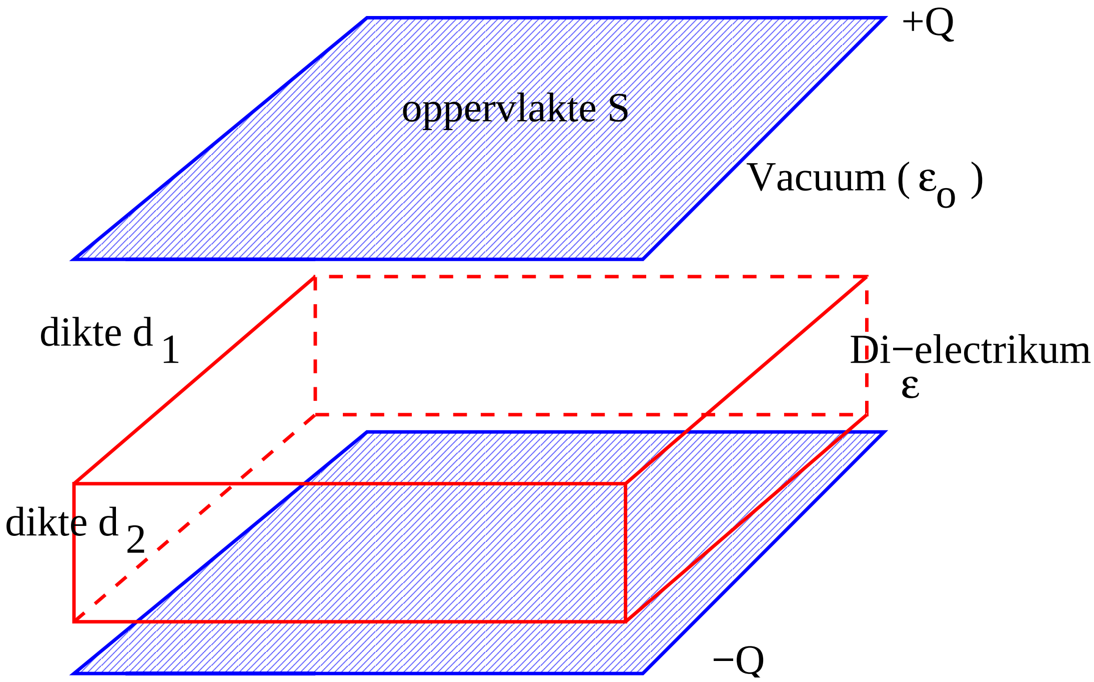


c) Bepaal voor elk van de delen 1 en 2:

1) de grootte E van de elektrische veldsterkte;
2) de grootte P van de polarisatie;
3) de vrije lading Q;
4) de capaciteit C.

d) Geef ook een uitdrukking voor de capaciteit van de condensator als geheel.

Gegeven is nu een ideale condensator (in twee delen, zie figuur) met plaatoppervlakte S en vrije lading Q. De tussenruimte van deel 1 (over de afstand d_1) is vacuüm; de tussenruimte van deel 2 (over de resterende afstand d_2) is gevuld met een diëlektricum (permittiviteit ε).



e) Bepaal voor elk van de delen 1 en 2:

  1) de grootte P van de polarisatie;
  2) de grootte E van de elektrische veldsterkte;
  3) de spanning V;
  4) de capaciteit C.

f) Geef ook een uitdrukking voor de capaciteit van de condensator als geheel.

g) Een vooruitblik: welke wet bepaalt hoe licht van het ene naar het andere materiaal gaat, en wat is het verband met het gedrag van de loodrachte en paralelle componenten van $\vec{E}$ bij de overgang?

A.6.5 Hoe groot is die kracht?

a) Bepaal de orde van grootte van de kracht op een velletje papier dat tot de helft in een vierkante plaatcondensator met zijde 10 cm en afstand tussen de platen 0,1 mm steekt, als de spanning over de condensator 30 kV is.

b) Geef een uitdrukking voor de kracht die werkt op een diëlektricum dat in een cilindercondensator steekt.

A.6.6 Komt er hetzelfde uit?

aanwijzingen:

- In deze opgave stelt q een lading voor die varieert tussen 0 en Q.

- De energiedichtheid U in de ruimte hangt samen met de elektrische veldsterkte $\vec{E}$ volgens

$$u = \tfrac{1}{2}\varepsilon E^2$$

Van een condensator met capaciteit C wordt de lading met een klein bedrag vergroot van q tot $q + \mathrm{d}q$.

a) Geef een uitdrukking voor de hoeveelheid energie $\mathrm{d}U$ die hiervoor nodig is. Bepaal hieruit door integratie de energie U van de condensator als de lading Q bedraagt.

Een vlakke plaatcondensator met plaatoppervlakte S en plaatafstand d is opgesteld in vacuüm en bevat een lading Q.

b) Geef, uitgaande van a, een formule voor de energie U van deze condensator

c) Bereken U ook uit de energiedichtheid u tussen de platen en vergelijk met c .

Een geleidende bol met straal R en lading Q bevindt zich in de lege ruimte.

d) Geef, uitgaande van a, een formule voor de energie U van deze bol.

e) Bereken dezelfde energie ook via de volume-integraal

$$U = \int u \, \mathrm{d}\mathcal{V}$$

aanwijzing: doorloop de ruimte buiten de bol met bolschillen van dikte $\mathrm{d}r$, waarbij r dus loopt van R tot ∞ (hoe zit het met de ruimte binnen de bol?).

A.6.7 Interne consistentie?

Een homogeen geladen bol met ladingsdichtheid $\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ is geplaatst in vacuüm en heeft zelf ook een permittiviteit ε_0. Denk de bol schilsgewijs vanuit het midden opgebouwd.

a) Druk de lading q en de potentiaal V van een deelbol met straal $r < R$ uit in ρ, r en ε_0 (Bedenk dat de potentiaal op nu is gesteld in het oneindige, niet in de oorsprong.)

b) Bereken de energietoename $\mathrm{d}U = V\mathrm{d}q$ bij uitbreiding met een schil $\mathrm{d}r$.

c) Druk via integratie over r de totale energie $U(R)$ van de bol uit in Q, R en ε_0

d) Bereken $U(R)$ ook door integratie van u over de hele ruimte (binnen én buiten de bol).

A.6.8 Gevulde Condensatoren, gesneden koek?

Ook in de aanwezigheid isolatoren van en zelfs binnen materialen kunnen we vaak met een handomdraai mbv De Wet van Gauss het elektrisch veld bepalen. Doe dat voor onderstaande situaties. Maak steeds onderscheid tussen het gebied binnen de condensator en buiten de condensator. Introduceer zelf de nodige grootheden en geef altijd aan waar de vrije en/of gebonden lading zich bevind. Voor alle opdrachten geldt dat je duidelijk de electrische flux door het Gauss oppervlak dient te berekenen. En als je het E veld buiten de integraal haalt beredeneer dan waarom je dat mag doen.

a) Een vlakke plaat condensator.

b) Een cilinder condensator. Dus van binnen naar buiten: een geleider, dan een isolator die weer gehuld is een een geleidende schil. Blijf bij de uiteinden vandaan (waarom?)!

A.6.9 Dagdeel VI: Isolatoren in elektrische velden - Wat moet ik kunnen?

- Het verschil tussen een geleider en een isolator uitleggen
- Uitleggen waarom in een 'lineaire' isolator geen netto lading zit (de isolator in een extern electrisch veld geplaatst).
- Uitleggen waarom er netto wel lading op buitenkant van een 'lineaire' isolator zit (wederom is de isolator in een extern electrisch veld plaatst).
- Uitleggen hoe je uitgaande van de polarisatie $\vec{P}$ de bijdrage aan het het electrische veld van een isolator kunt bepalen.